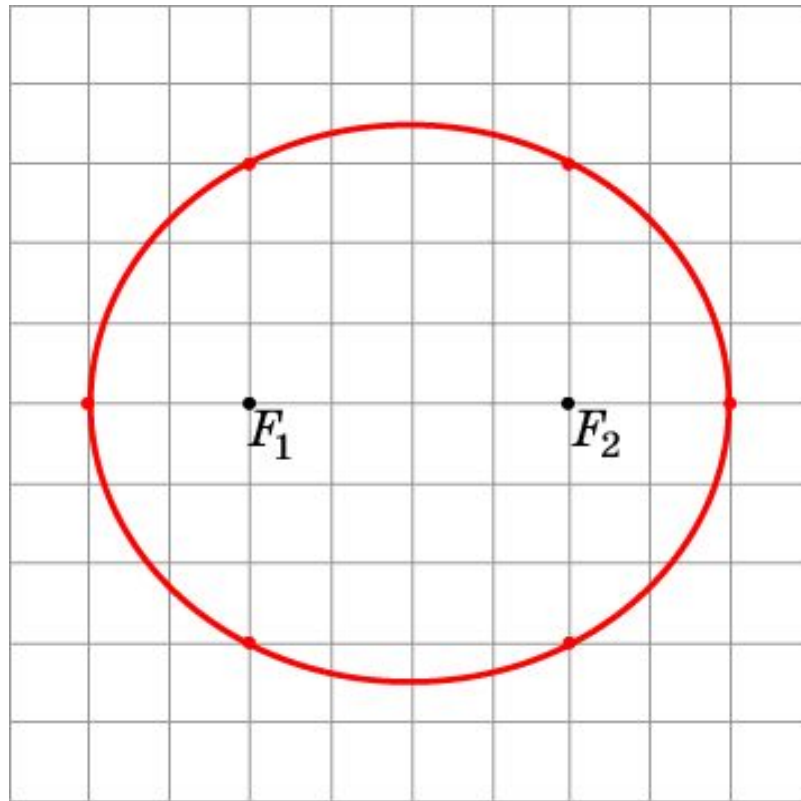


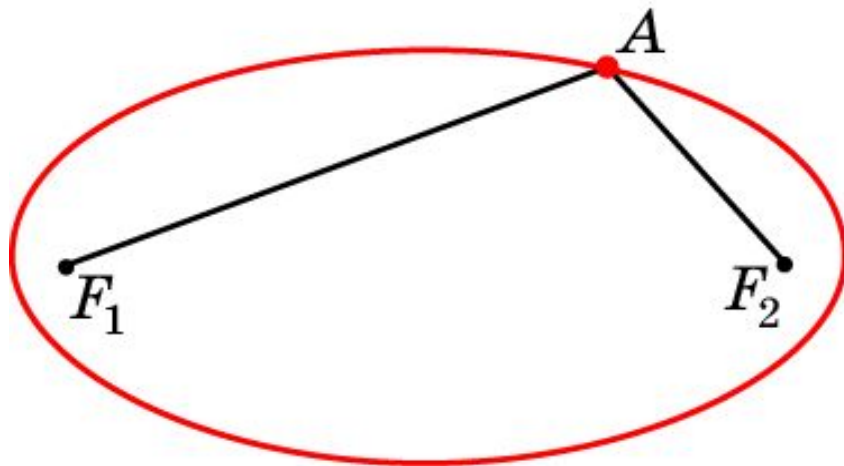
# Упражнение 1

На клетчатой бумаге постройте несколько точек, расположенных в узлах сетки, сумма расстояний от которых до точек  $F_1$  и  $F_2$  равна 8 (стороны клеток равны 1). Соедините их плавной кривой.



# Определение эллипса

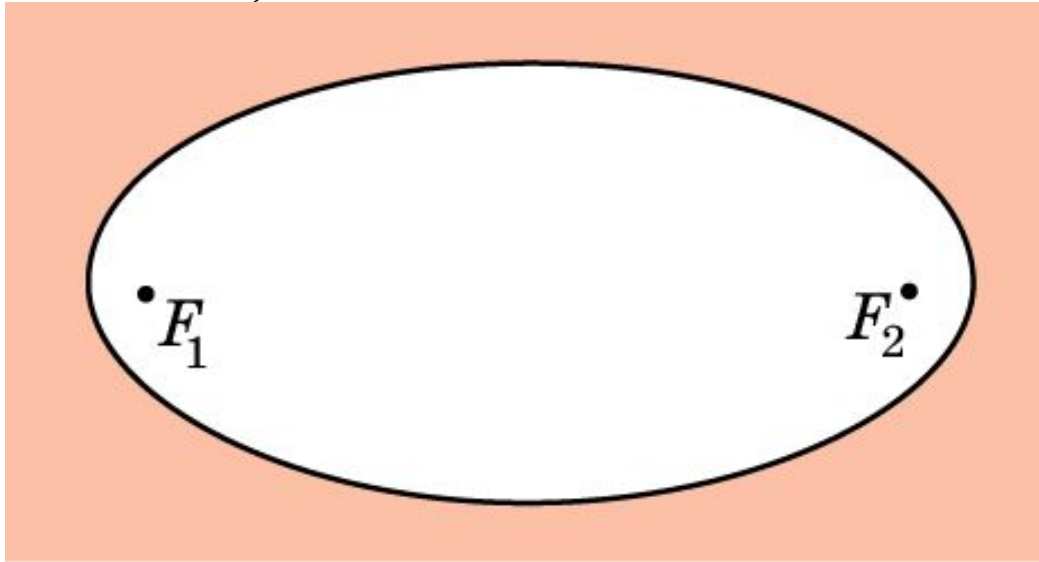
Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух заданных точек  $F_1$ ,  $F_2$  есть величина постоянная, называется **ЭЛЛИПСОМ**. Точки  $F_1$ ,  $F_2$  называются **фокусами** эллипса.



Таким образом, для точек  $A$  эллипса с фокусами  $F_1$  и  $F_2$  сумма  $AF_1 + AF_2$  постоянна и равна некоторому заданному отрезку  $c$ , большему  $F_1F_2$ .

## Упражнение 2

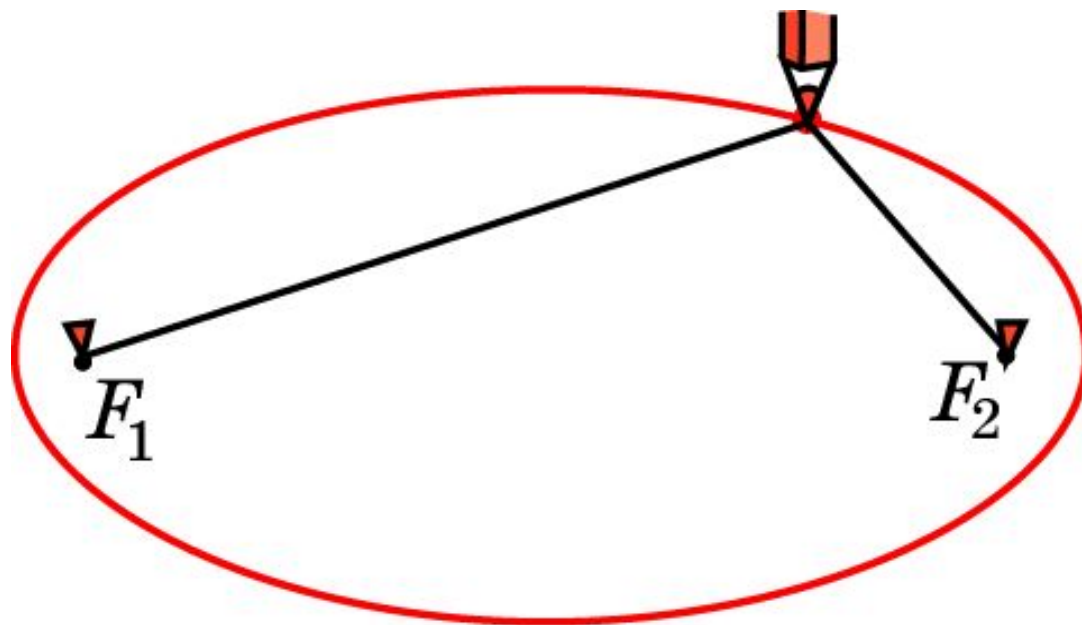
Для точек  $F_1$ ,  $F_2$  найдите геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до точек  $F_1$ ,  $F_2$  а) меньше  $c$ ; б) больше  $c$ .



**Ответ:** а) Точки  $A'$ , расположенные внутри эллипса;  
б) точки  $A''$ , расположенные вне эллипса.

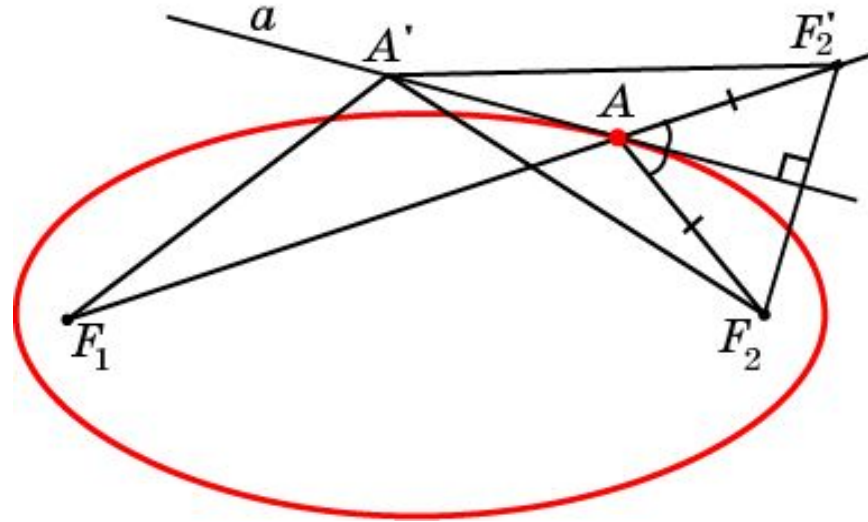
# Рисуем эллипс

По данному рисунку укажите способ построения эллипса с помощью кнопок, нитки и карандаша.



# Касательная к эллипсу

Прямая, имеющая с эллипсом только одну общую точку, называется **касательной** к эллипсу. Общая точка называется **точкой касания**.

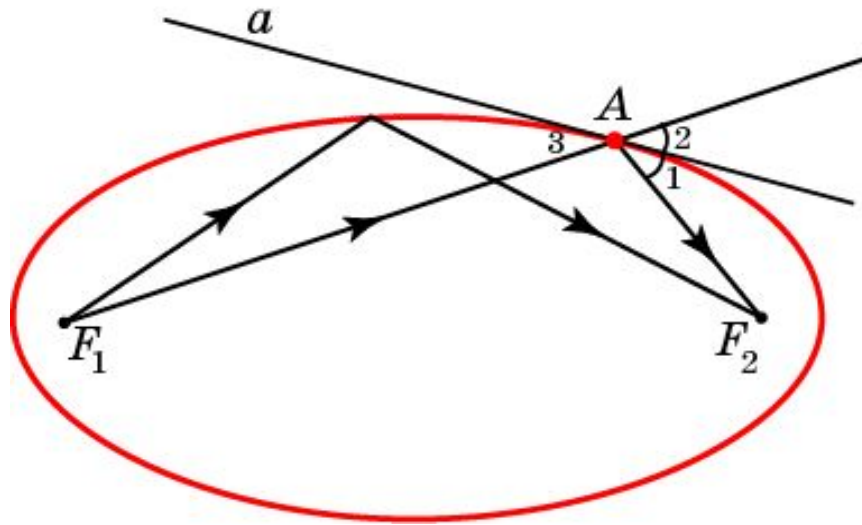


**Теорема.** Пусть  $A$  - произвольная точка эллипса с фокусами  $F_1$ ,  $F_2$ . Тогда касательной к эллипсу, проходящей через точку  $A$  является прямая, содержащая биссектрису угла, смежного с углом  $F_1AF_2$ .

Проведите доказательство теоремы, используя рисунок.

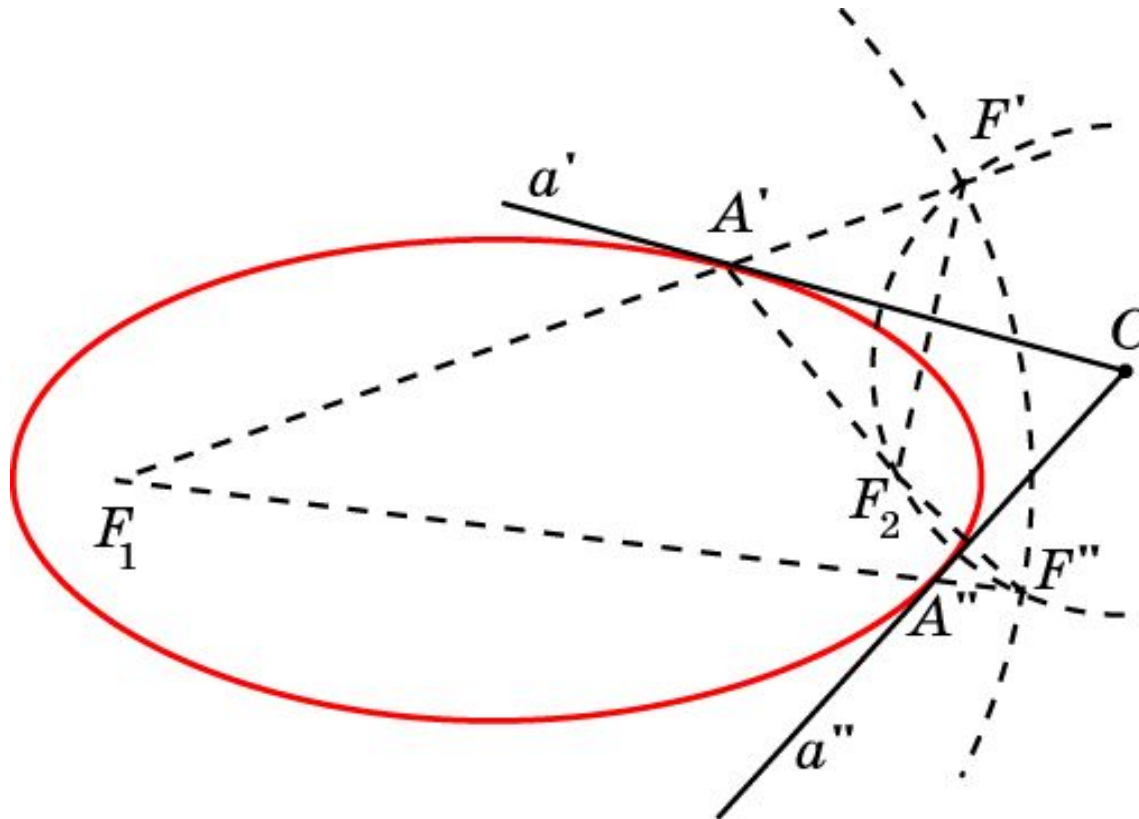
# Фокальное свойство эллипса

Если источник света поместить в фокус эллипса, то лучи, отразившись от эллипса, пойдут в одном направлении, перпендикулярном директрисе.



# Построение касательной

По данному рисунку укажите способ построения касательной к эллипсу, заданному фокусами  $F_1$ ,  $F_2$ , проходящей через точку  $C$ , с помощью циркуля и линейки.



## Упражнение 3

Сколько касательных можно провести к эллипсу из точки: а) принадлежащей эллипсу; б) лежащей вне эллипса; в) лежащей внутри эллипса?



**Ответ:** а) Одну; б) две; в) ни одной.



## Упражнение 4

Дан эллипс с фокусами  $F_1$ ,  $F_2$  и константой  $c$ .  
Найдите наибольшее расстояние между точками эллипса.



Ответ:  $c$ .

## Упражнение 5

Расстояние между фокусами эллипса равно 4 см. Константа  $c$  равна 6 см. Найдите наименьшее расстояние от точек эллипса до фокуса.



Ответ: 1 см.

## Упражнение 6

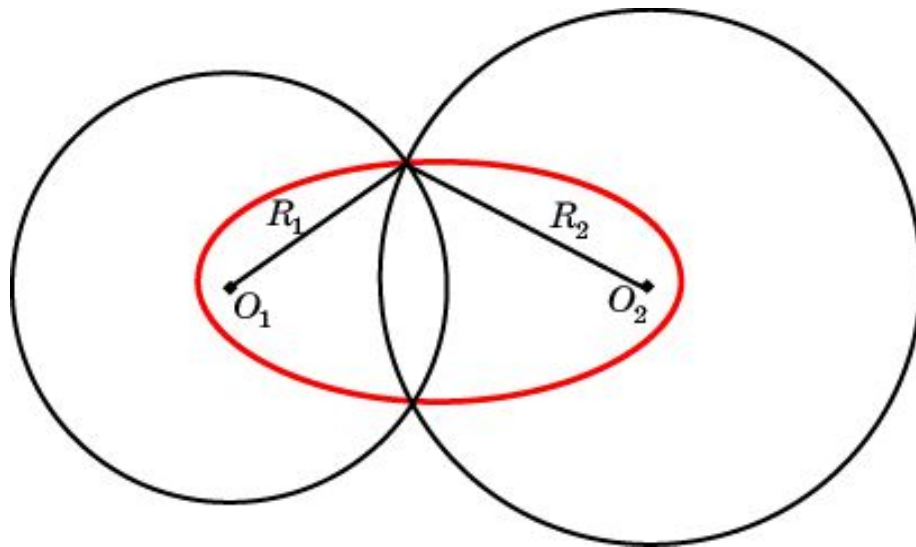
Для заданных точек  $A$  и  $B$  найдите геометрическое место точек  $C$ , для которых периметр треугольника  $ABC$  равен постоянной величине  $s$ .



**Ответ:** Эллипс без двух точек.

## Упражнение 7

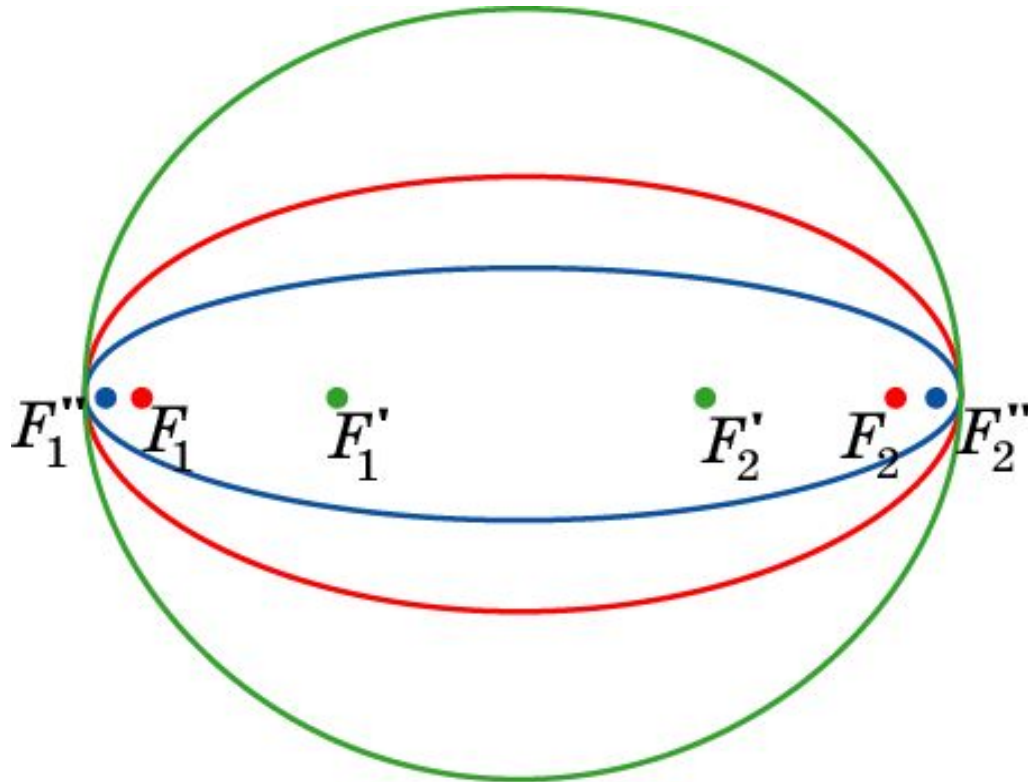
Найдите геометрическое место точек пересечения пар окружностей с заданными центрами  $O_1$ ,  $O_2$  и суммой радиусов  $c = R_1 + R_2$  ( $c > O_1O_2$ ).



**Ответ:** Эллипс.

## Упражнение 8

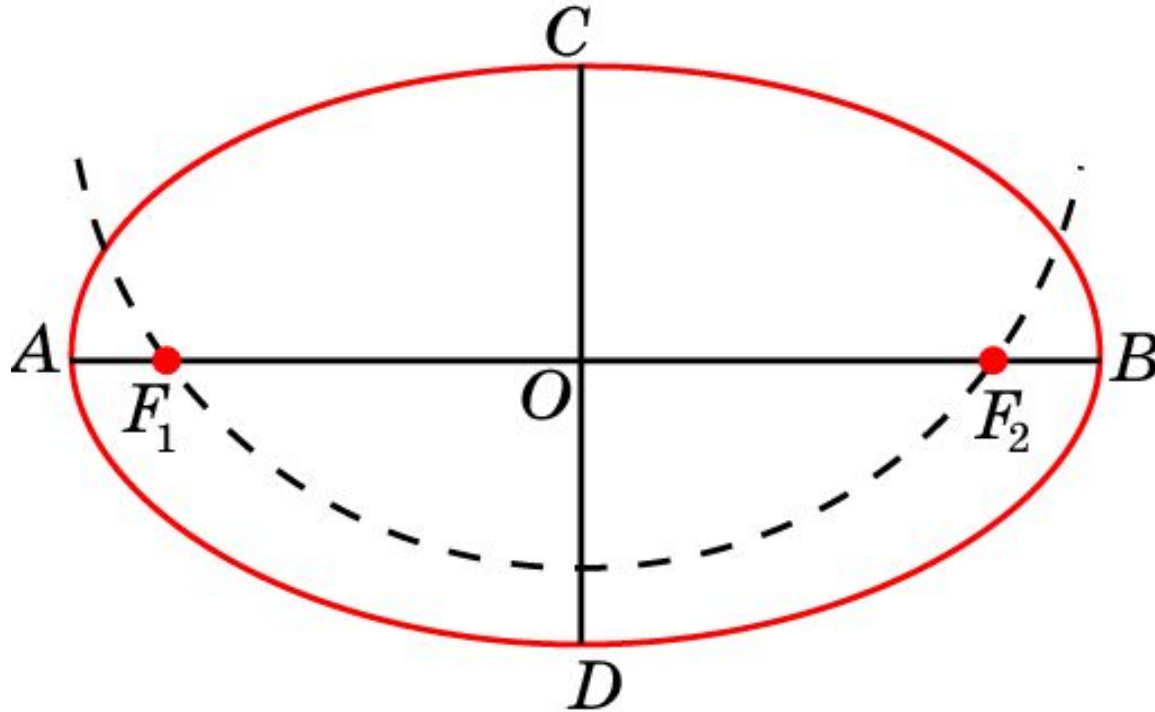
Что будет происходить с эллипсом, если константа  $c$  не изменяется, а фокусы: а) приближаются друг к другу; б) удаляются друг от друга?



**Ответ:** а) Эллипс приближается к окружности радиуса  $c/2$ ;  
б) эллипс приближается к отрезку длины  $c$ .

## Упражнение 9

По данному эллипсу укажите способ нахождения его фокусов.



**Ответ:** Проведем отрезки  $AB$  и  $CD$ , соответственно, наибольшей и наименьшей длины. С центром в точке  $C$  и радиусом  $OA = OB$  опишем окружность. Ее точки пересечения с  $AB$  будут искомыми фокусами.