

## **Урок 3**

### **Определение и признак перпендикулярности плоскостей**

## **Определение и признак параллельности прямой и плоскости**

**Постройте плоскость, параллельную данной прямой и проходящую через**

**а) заданную точку;**

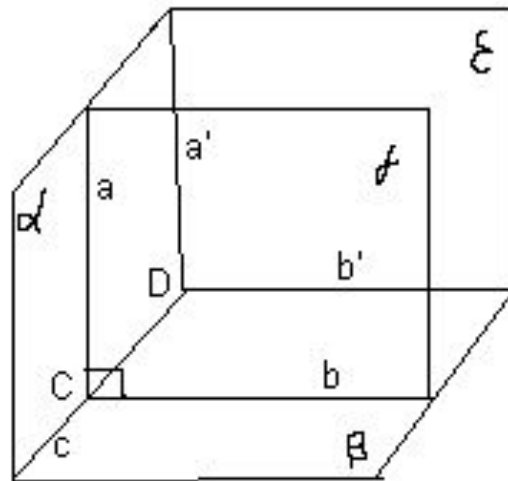
**б) другую данную прямую,**

**Пусть  $a \parallel b$ ,  $a \parallel \alpha$ ,  $b$  имеет с плоскостью  $\alpha$  общую точку.  
Докажите, что прямая  $b$  лежит в плоскости  $\alpha$**

## Определение.

Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  называются перпендикулярными, если существует плоскость  $\gamma$ , перпендикулярная их линии пересечения и пересекающая их по взаимно перпендикулярным прямым.

$$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \exists \gamma \mid \alpha \cap \beta = c \perp \gamma; \gamma \cap \alpha = a; \gamma \cap \beta = b; a \perp b$$

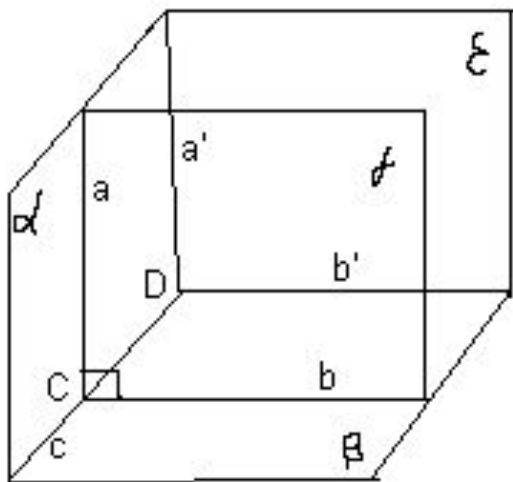


Сколько таких плоскостей  $\gamma$  существует?

Что необходимо доказать,  
чтобы это определение было *корректным*?

Докажем,

что перпендикулярность  $\alpha$  и  $\beta$  не зависит от выбора  $\gamma$

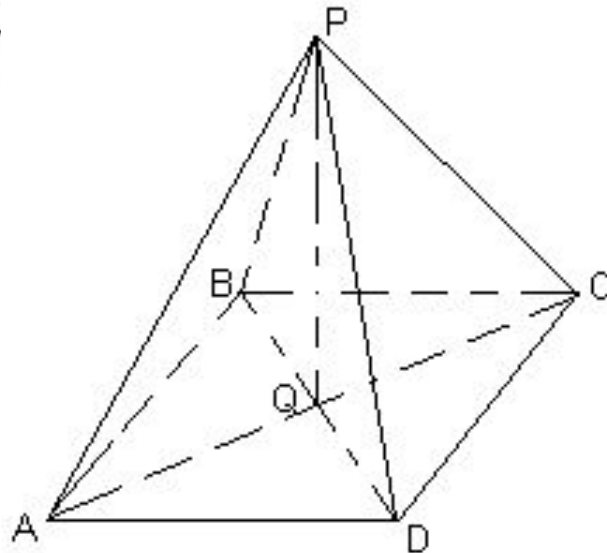
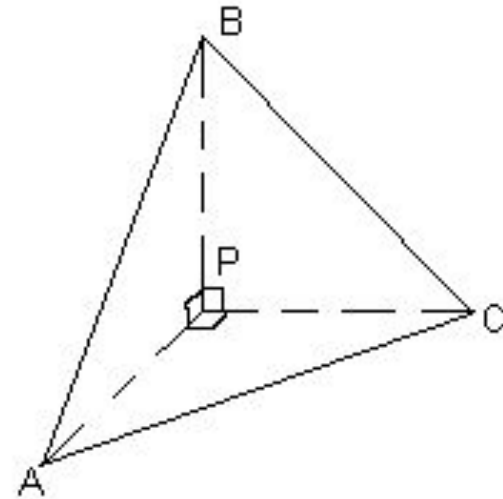
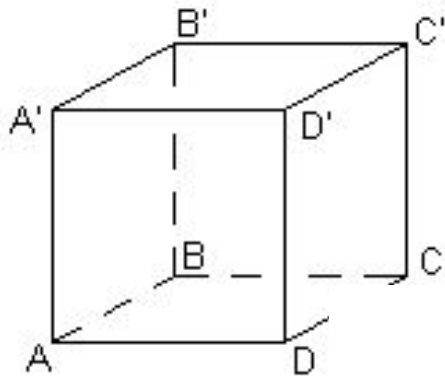


Пусть  $\exists \epsilon \mid c \perp \epsilon; \epsilon \cap \alpha = a'; \epsilon \cap \beta = b'$

тогда  $c \perp \gamma; c \perp \epsilon \Rightarrow \gamma$

$\parallel \epsilon$   
значит  $a \parallel a'$  и  $b \parallel b'$ , то есть,  $a' \perp b'$

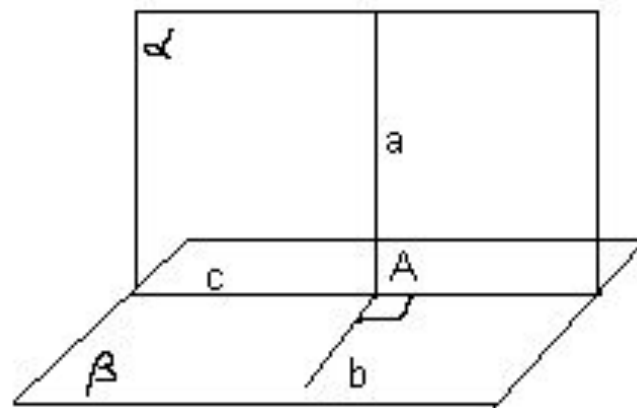
Укажите пары перпендикулярных плоскостей в каждой из фигур и обоснуйте.



**Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей**

**Теорема. Если плоскость содержит перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны**

Дано:  $a \perp \beta$ ;  $a \subset \alpha$ . Доказать:  
 $\alpha \perp \beta$ .

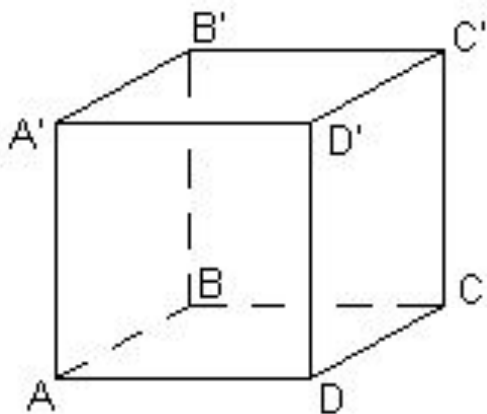


Доказательство.

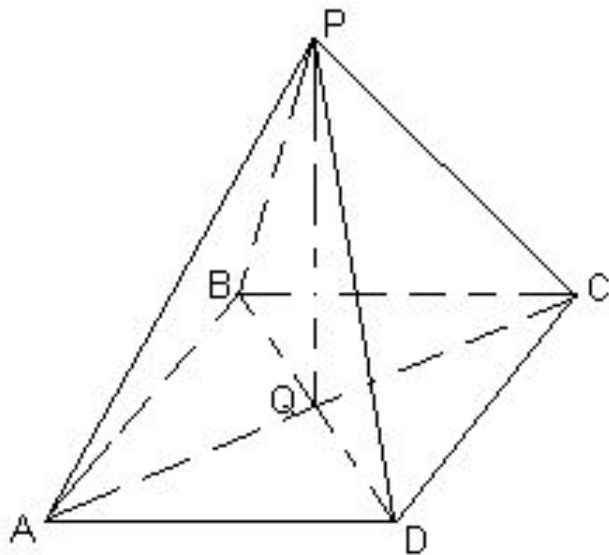
- 1) Пусть  $a \cap \beta = A$ , тогда  $\alpha \cap \beta = c \mid A \in c$ .
  - 2)  $\exists b \subset \beta \mid A \in b$  и  $b \perp c$ .
  - 3) Так как  $a \perp \beta$ , то  $a \perp c$  и  $a \perp b$ .
  - 4)  $\exists \gamma \mid a \subset \gamma$  и  $b \subset \gamma$ , причем,  $c \perp \gamma$  (признак перпендикулярности прямой и плоскости).
- Таким образом,  $\alpha \perp \beta$  (по определению).

Пользуясь доказанным признаком, обоснуйте перпендикулярность плоскостей:

а)  $(ABC)$  и  $(BDD')$



б)  $(PAC)$  и  $(ABC)$



в)  $(PAC)$  и  $(PBC)$

