

Презентация по  
геометрии по теме  
«Подобные треугольники»



Воробьёвой Алеси  
Ученицы 8г класса  
Средней школы №11

# Немного о себе

- Привет всем меня зовут Алеся мне 15 лет учусь в №11 школе в 8 «Г» классе. Я занимаюсь в клубе самодеятельной песни. Мой клуб называется КСП «Вдохновение». Люблю делать проекты. Один из которых вы видите сейчас.

# Цели проекта

- Сделать всё возможное для ребят чтобы они поняли где использовались подобные треугольники в древности и для чего они нужны

# Мотивационный материал

- Я считаю подобные треугольники нужны для определения расстояния до недоступной нам точки и высоты предмета

## **Использования в жизни .**

- *Ну я думаю что подобные треугольники пригодились бы для определения расстояния до недоступной точки и в строительстве здания .*

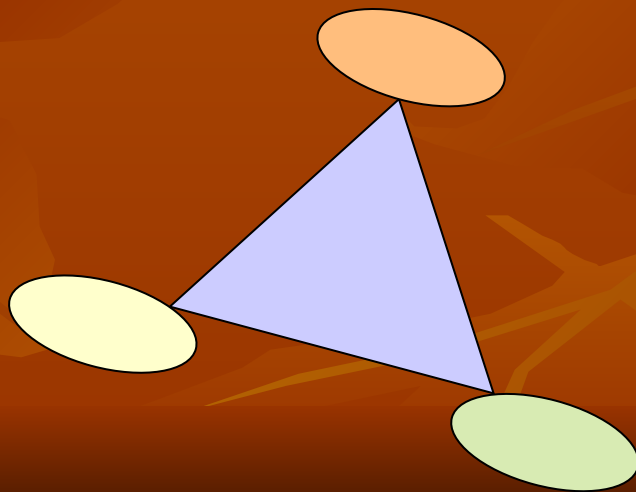


*Тема*

Подобные  
треугольники



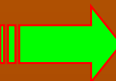









Определение  
подобных  
треугольников





# Оглавление.

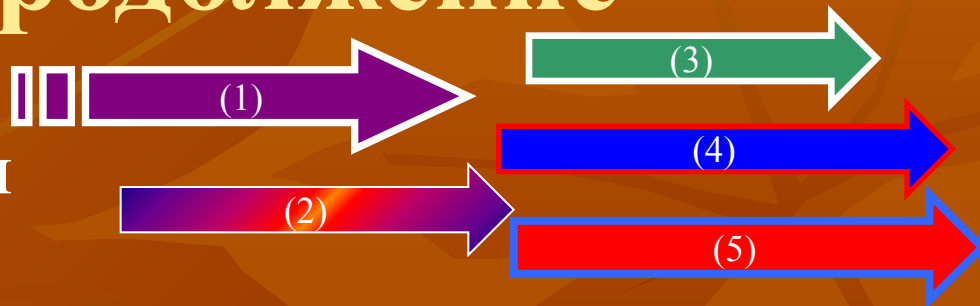
- Пропорциональные отрезки. 
- Определение подобных треугольников 
- Отношение площадей подобных треугольников 
- Первый признак подобия треугольников 
- (Доказательство) 
- Второй признак подобия треугольников 
- (Доказательство) 
- Третий признак подобия треугольников 
- (Доказательство) 
- Практическое приложение 





# Продолжение

- Основные сведения



- Измерительные работы на местности



- Определения высоты предмета



- Определение расстояния до недоступной точки



- Определения расстояния построением подобных треугольников



# Пропорциональные отрезки

- Отношением отрезков  $AB$  и  $CD$  называется отношение их длин т.е  $AB/CD$  .Говорят что отрезки  $AB$  и  $CD$  пропорциональны отрезкам  $A_1B_1$  и  $C_1D_1$  ,если  $AB/A_1B_1=CD/C_1D_1$ .
- Понятие пропорциональности вводится и для большого числа отрезков



# Определение подобных треугольников.

- Два треугольника называются подобными,  
Если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого



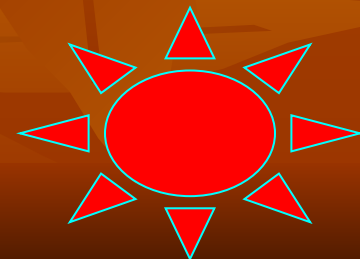
# *Отношение площадей подобных треугольников*

- *Теорема*
- *Отношение площадей двух подобных  
треугольников равно квадрату  
коэффициента подобия*



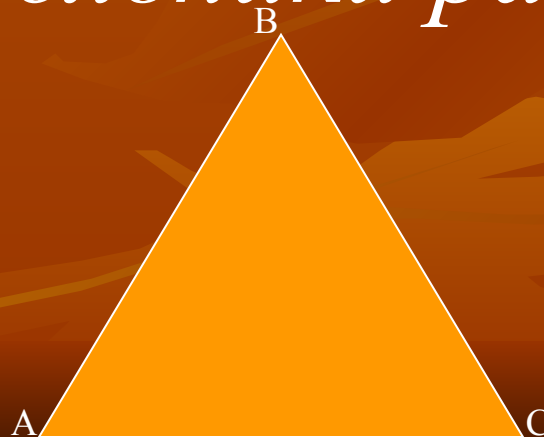
# Доказательство.

- Пусть треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  подобны и причем коэффициент подобия равен  $r$ . Обозначим буквами  $S$  и  $S_1$  площади этих треугольников. Так как угол  $A = \text{углу } A_1$ , то  $S/S_1 = AB * AC / A_1B_1 * A_1C_1$  (по теореме об отношении площадей отношения подобия треугольников, имеющих по равному углу). По формулам (2) имеем:  $AB/A_1B_1 = R$ ,  $AC/A_1C_1 = R$ , поэтому  $S/S_1 = R^2$



# Первый признак подобия треугольников

- Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники равны



## *Второй признак подобия треугольников*

- *Если две стороны одного  
треугольника пропорциональны  
двум сторонам другого  
треугольника и углы,  
заключенные между этими  
сторонами, равны, то такие  
треугольники подобны.*

# Третий признак подобия треугольников

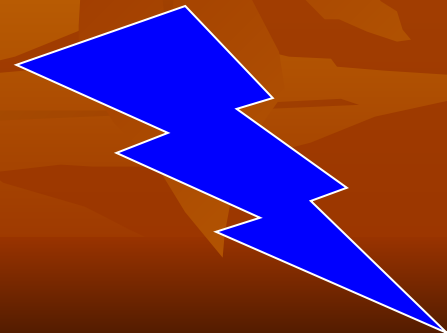
- Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.





# Доказательство. (1)

- Дано :  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ -два треугольника, у которых угол  $A =$  углу  $A_1$ , угол  $B =$  углу  $B_1$ 
  - Докажем , что треугольник  $ABC \sim$    
треугольник  $A_1B_1C_1$



# Доказательство.

- По теореме о сумме углов треугольника  
угол  $C = 180^\circ - \text{угол } A - \text{угол } B$ , угол  $C_1 = 180^\circ - \text{угол } A_1 - \text{угол } B_1$ , и, значит,  
угол  $C = \text{углу } C_1$ . Таким образом, углы  
треугольника  $ABC$  соответственно равны  
углам треугольника  $A_1B_1C_1$





- Докажем ,что стороны треугольника  $ABC$  пропорциональны сходственным сторонам треугольника  $A_1B_1C_1$ . Так как угол  $A =$  углу  $A_1$  и угол  $C =$  углу  $C_1$ , то
- $S_{abc} / S_{a_1b_1c_1} = AB * AC / A_1B_1 * A_1C_1$
- $S_{abc} / S_{a_1b_1c_1} = CA * CB / C_1A_1 * C_1B_1$ .



Из этих равенств следует, что  $AB/AV = BC/VC$   
Аналогично используя равенства угол  $A =$  углу  $A$   
Угол  $B =$  углу  $B$ , получаем  $BC/VC = CA/VA$ .  
Итак стороны треугольника  $ABC$   
пропорциональны сходственным сторонам  
треугольника  $AV_1C_1$   
Теорема доказана.



## Доказательство (2)

- Дано : два треугольника  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ , у которых  $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$ , угол  $A =$  углу  $A_1$
- Доказать что треугольник  $ABC \sim$  треугольнику  $A_1B_1C_1$ . Для этого, учитывая первый признак подобия треугольников, достаточно доказать, что угол  $B =$  углу  $B_1$

- Рассмотрим треугольник  $ABC_2$ , у которого  $\angle 1 = \angle A_1$ ,  $\angle 2 = \angle B_1$ . Треугольники  $ABC_2$  и  $A_1B_1C_1$  подобны по первому признаку подобия треугольников, поэтому  $AB/A_1B_1 = AC_2/A_1C_1$ . С другой стороны, по условию  $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$ . Из этих двух равенств получаем  $AC = AC_2$ .



- Треугольники  $ABC$  и  $ABC_2$  равны по двум сторонам между ними ( $AB$  - общая сторона,
- $AC=AC_2$  и угол  $A =$  углу  $1$ , поскольку угол  $A=$  углу  $A_1$  и угол  $1=$  углу  $A_1$ ). Отсюда следует, что угол  $B =$  углу  $2$ , а так как угол  $2 =$  углу  $B_1$ , то угол  $B =$  углу  $B_1$ .
- Теорема доказана.



# Доказательство (3)

- Дано: стороны треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  пропорциональны.
- Докажем, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $A_1B_1C_1$





# Доказательство

- Для этого, учитывая второй признак подобия треугольников достаточно доказать что угол  $1 =$  углу  $A$ . Рассмотрим треугольник  $ABC$ , у которого угол  $1 =$  углу  $A$ , угол  $2 =$  углу  $B$ . Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  подобны по первому признаку подобия треугольников, поэтому  $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$ .

- Сравнивая эти равенства с равенствами (1) получаем :  $BC=BC_2$ ,  $CA= C_2A$  .
- Треугольники  $ABC$  и  $ABC_2$  равны по трем сторонам . Отсюда следует , что угол  $A =$  углу  $1$  а так как угол  $1 =$  углу  $A_1$ , то угол  $A =$  углу  $A_1$  .
- Теорема доказана.

# Практические приложения подобия треугольников

- *При решении многих задач на построение треугольников применяют так называемый метод подобия. Он состоит в том, что сначала на основании некоторых данных строят треугольник, подобный искомому, а затем, используя остальные данные, строят искомый треугольник*



## *Задача №1*

- Построить треугольник по данным двум углам и биссектрисе при вершине третьего угла

# Решение

- Сначала построим какой -нибудь треугольник, подобный искомому. Для этого начертим произвольный отрезок  $AB$  и построим треугольник  $ABC$ , у которого углы  $A$  и  $B$  соответственно равны данным углам

## Продолжение

- Далее построим биссектрису угла  $C$  и отложим на ней отрезок  $CD$ , равный данному отрезку. Через точку  $D$  проведём прямую, параллельную  $AB$ . Она пересекает стороны угла  $C$  в некоторых точках  $A$  и  $B$ . Треугольник  $ABC$  искомым

# Продолжение

- В самом деле, так как  $AB$  параллельна  $A'B'$ , то угол  $A = \text{углу } A'$ , угол  $B = \text{углу } B'$ , и, следовательно, два угла треугольника  $ABC$  соответственно равны данным углам. По построению биссектриса  $CD$  треугольника  $ABC$  равна данному отрезку. Итак, треугольник  $ABC$  удовлетворяет всем условиям задачи.

# Основное сведенья(1)

- 1. Треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $A_1B_1C_1$  тогда и только тогда ,когда выполнено одно из следующих эквивалентных условий.



# Условия

- А)  $AB:BC:CA = A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1$ ;
- В)  $AB:BC = A_1B_1 : B_1C_1$  и угол  $ABC =$  углу  $A_1B_1C_1$ ;
- В) угол  $ABC =$  углу  $A_1B_1C_1$  и угол  $BAC =$  углу  $B_1A_1C_1$



## Основное сведенья(2)

- 2) если параллельные прямые отсекают от угла с вершиной  $A$  треугольники  $AB_1C_1$  и  $AB_2C_2$ , то эти треугольники подобны и  $AB : AB_1 = AC : AC_1$  (точки  $B$  и  $B_1$  лежат на одной стороне угла,  $C$  и  $C_1$  – на другой).



## Основное сведения(3)

- 3) средней линией треугольника называют отрезок ,соединяющий середины боковых сторон . Этот отрезок параллелен третьей стороне и равен половине её длины .
- Средней линией трапеции называют отрезок ,соединяющий середины боковых сторон трапеции. Этот отрезок параллелен основаниям и равен полусумме их длин



## Основное сведения (4)

- 4) отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия, т.е. квадрату отношения длин соответствующих сторон. Это следует, например, из формулы  $S_{abc} = 0,5 * AB * AC \sin A$ .



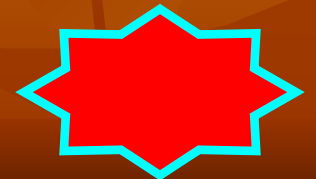
## Основное сведенье (5)

- Многоугольники  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$  называют подобными, если  $A_1A_2:A_2A_3:\dots:A_{n-1}A_n = B_1B_2:B_2B_3:\dots:B_{n-1}B_n$  и углы при вершинах  $A_1, A_2, \dots, A_n$  равны соответственно углам при вершинах  $B_1, B_2, \dots, B_n$
- Отношение соответственных диагоналей подобных многоугольников равно коэффициенту подобия ; для описанных подобных многоугольников отношение радиусов вписанных окружностей также равно коэффициенту подобия



# Измерительные работы на местности

- Свойства подобных треугольников могут быть использованы для проведения различных измерительных работ на местности.  
Мы рассмотрим две задачи :  
определение высоты предмета на местности и расстояние до недоступной точки.



# Задача №1

- Определение

ВЫСОТЫ

предмета



# Продолжение

- Предположим что нам нужно определить высоту какого-нибудь предмета ,например высоту телеграфного столба  $AC$ , для этого поставим на некотором расстоянии от столба шест  $A_1C_1$  с вращающейся планкой и направим планку на верхнюю точку  $A_1$  столба .отметим на поверхности земли точку  $B$ , в которой прямая  $A_1A$  пересекается с поверхностью земли .



# Продолжение

- Прямоугольные треугольники  $A_1C_1V_1$  и  $ACB$  подобны по первому признаку треугольников (угол  $C_1 =$  углу  $C = 90$ градусов, угол  $B$  – общий). Из подобия треугольников следует  $A_1C_1/AC = VC_1/BC$ , откуда  $A_1C_1 = AC * VC_1/BC$  измерив расстояние  $VC_1$  и  $BC$  и зная длину  $AC$  шеста по полученной формуле определяем высоту  $A_1C_1$  телеграфного столба



# Задача (2)

- Определения расстояния до недоступной точки



# Продолжение

- Предположим, что нам нужно найти расстояние от пункта  $A$  до недоступного пункта  $B$ . для этого на местности выбираем точку  $C$ , провешиваем отрезок  $AC$  и измеряем его. Затем с помощью астролябии измеряем углы  $A$  и  $C$ . На листе бумаги строим какой-нибудь треугольник  $A_1 B_1 C_1$ , у которого угол  $A = \text{углу } A_1$ , угол  $C = \text{углу } C_1$ , и измеряем длины сторон  $A_1 B_1$  и  $A_1 C_1$  этого треугольника.

# Продолжение

- Так как треугольник  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  подобны (по первому признаку подобия треугольников), то  $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$ , откуда получаем  $AB = AC * A_1B_1 / A_1C_1$ . Эта формула позволяет по известным расстояниям  $AC$ ,  $A_1C_1$  и  $A_1B_1$ , найти расстояние  $AB$ .

# Продолжение

- Для упрощения вычислений удобно построить треугольник  $A_1B_1C_1$  таким образом, чтобы  $A_1C_1 : AC = 1:1000$ . например если  $AC=130\text{м}$ , то расстояние  $A_1C_1$  возьмём равным  $130\text{мм}$ . В этом случае  $AB=AC/A_1C_1 * A_1B_1 = 1000 * A_1B_1$ , поэтому, измерив расстояние  $A_1B_1$  в миллиметрах, мы сразу получаем расстояние  $AB$  в метрах

# Пример

- Пусть  $AC=130\text{м}$ , угол  $A=73\text{градусов}$ , угол  $C=58\text{градусов}$ . на бумаге строим треугольник  $A_1B_1C_1$  так, чтобы угол  $A_1=73\text{градуса}$ , угол  $C_1=58\text{градусов}$ ,  $A_1C_1=130\text{мм}$ , и измеряем отрезок  $A_1B_1$ . Он равен  $153\text{мм}$ , поэтому искомое расстояние равно  $153\text{м}$ .



# Определение расстояния построением подобных треугольников

- При определении расстояния до отдалённых или недоступных предметов, можно использовать следующий приём. На обычную спичку надо нанести чернилами или карандашом двухмиллиметровые деления. Также нужно знать примерную высоту предмета, до которого определяется расстояние. Так рост человека равен 1,7-1,8 м, колесо автомобиля 0,5 м, всадник-2,2м, телеграфический столб-6м, одноэтажный дом без крыши -2,5-4м.

# Продолжение

- Допустим, надо определить расстояние до столба. Направляем на него спичку на вытянутой руке, длина которой приблизительно равна 60 см. предположим, высота столба выглядит равной двум делениям спички, т.е. 4 мм. Имея такие данные составим пропорцию:  $0.6/x = 0.004/6.0$ ;  
 $x = (0.6 * 6) / 0.004 = 900$ . Таким образом до столба 900м.

