

*МОУ «Гимназия имени Героя Советского Союза Ю. А. Гарнаева»*

# О преподавании стереометрии в гуманитарных классах



Автор: учитель математики  
высшей квалификационной  
категории Рзянина В. В.

Балашов, 2006

[900igr.net](http://900igr.net)

# Первая четверть

---

- Что изучает стереометрия?
- Основные фигуры стереометрии.
- Пространственные фигуры.
- Параллельность прямых и плоскостей.
- Признаки параллельности плоскостей.
- Параллельное проектирование.
- Изображение пространственных фигур в параллельной проекции.

# Вторая четверть

---

- Угол между прямыми в пространстве, перпендикулярность прямых.
- Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямой и плоскости.
- Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
- Расстояние между точкой и плоскостью.
- Перпендикуляр и наклонная.
- Угол между плоскостями, перпендикулярность двух плоскостей.
- Центральное проектирование.
- Изображение пространственных фигур в центральной проекции.
- Перспектива.

# Третья четверть

---

- Многогранники.
- Параллелепипед, призма, пирамида.
- Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники.
- Тела вращения: цилиндр, конус, шар.
- Взаимное расположение шара и плоскости.
- Касательная плоскость к шару.
- Понятие объема тел.
- Задачи измерения объема.
- Вычисление объемов параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.
- Площадь поверхности многогранников и тел вращения.

# Четвертая четверть

---

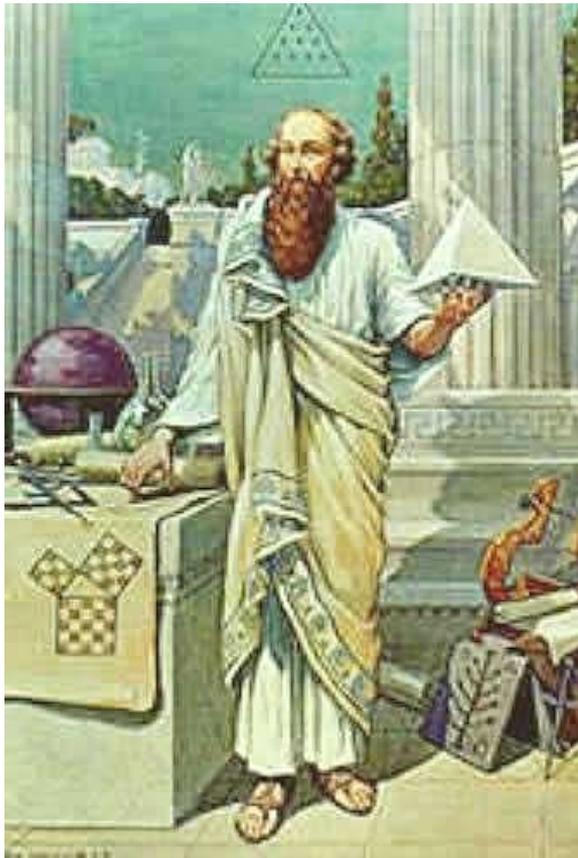
- Прямоугольная система координат в пространстве.
- Координаты точки в пространстве.
- Расстояние между точками с заданными координатами.
- Векторы в пространстве.
- Координаты вектора.
- Сложение векторов и умножение вектора на число.
- Скалярное произведение векторов.
- Уравнение плоскости.

# 1-й урок: Что изучает стереометрия?

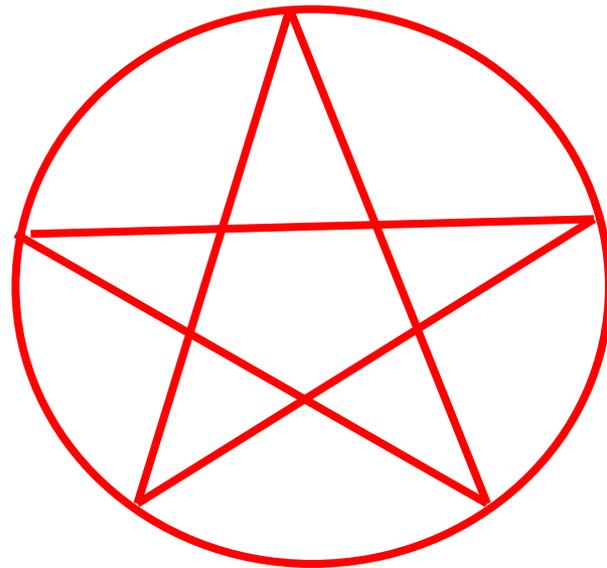
---

- Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве. Слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» - объемный, пространственный и «метрео» - измерять.
- Многие геометрические термины переведены с древнегреческого языка, т.к. геометрия зародилась в Древней Греции и развивалась в философских школах.

- Одной из самых известных была пифагорейская школа, названная в честь основателя – Пифагора.
  - Символом этой школы был звездчатый пятиугольник – пентаграмма.
- 



**Пифагор**



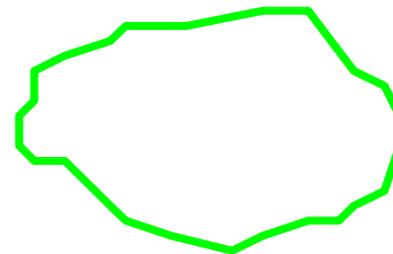
**Назад**

# 2-й урок: Основные фигуры стереометрии.

---

Существуют различные способы изображения плоскости:

- плоскость изображают параллелограммом;
- плоскость обозначается фигурой, ограниченной двумя параллельными прямыми и двумя произвольными кривыми;
- плоскость передается фигурой произвольной формы.



[Назад](#)

## 3-й урок: Пространственные фигуры.

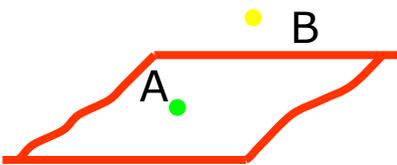
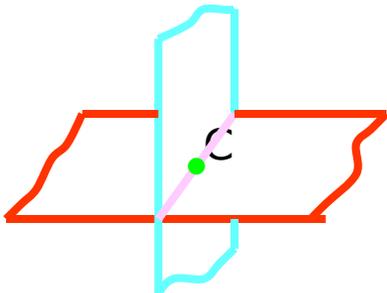
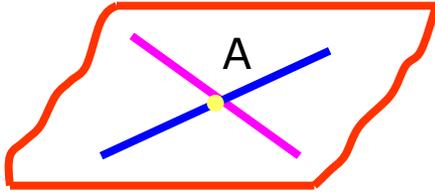
---

- Урок посвящается подготовке к введению аксиом стереометрии.
- Учащимся предлагаются следующие задачи:
  1. *Изобразите прямую  $a$ , лежащую на ней точку  $A$  и не лежащую на ней точку  $B$ .*
  2. *Изобразите плоскость и две пересекающиеся прямые  $a$  и  $b$ , лежащие на ней.*
  3. *Изобразите плоскость, лежащие на ней точки  $A$  и  $B$ , а также точки  $C$  и  $D$ , расположенные на разные стороны от плоскости.*
  4. *Изобразите плоскость и пересекающую ее прямую  $a$ .*
  5. *Изобразите плоскости, пересекающиеся под прямым углом.*

[Назад](#)

# 4-й урок: Параллельность прямых и плоскостей.

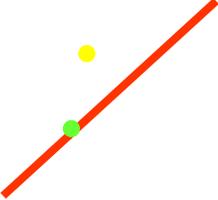
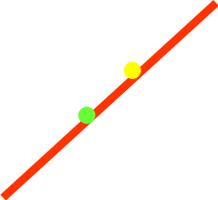
- Вводим основные аксиомы стереометрии.
- В процессе обсуждения заполняем таблицу:

<u>Аксиома</u>	<u>Чертеж</u>	<u>Запись</u>
$C_1$		A
$C_2$		C
$C_3$		

Назад

# 5-й урок: Признаки параллельности плоскостей.

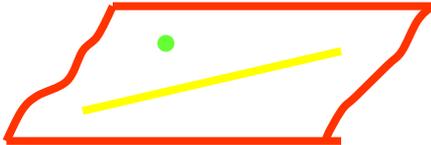
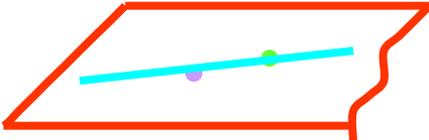
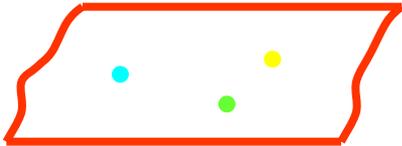
- При изучении аксиом стереометрии вспоминаем первые аксиомы планиметрии и формулируем их пространственные аналогии.
- В результате получаем следующую таблицу:

<u>Аксиома</u>	<u>Чертеж</u>	<u>Формулировка</u>
$P_1$		Какова бы ни была прямая в пространстве, существуют точки пространства, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей.
$P_2$		Через любые две точки пространства можно провести прямую, и притом только одну.

Назад

# 6-й урок: Параллельное проектирование.

## □ Рассмотрим следствия из аксиом:

<u>Чертеж</u>	<u>Формулировка</u>
Сл.1 	Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.
	Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости.
	Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.

# Изображение пространственных фигур на плоскости

---

На тему отводятся семь занятий:

1. Параллельное проектирование и его основные свойства;
2. Параллельное проектирование плоских фигур;
3. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции;
4. Сечение многогранников;
5. Золотое сечение;
6. Центральное проектирование и его свойства;
7. Изображение пространственных фигур в центральной проекции.

Назад

# Занятие 1: Параллельное проектирование и его основные свойства.

---

Основные свойства параллельного проектирования:

1. параллельной проекцией прямой является прямая или точка;
2. параллельной проекцией отрезка является отрезок или точка;
3. отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой, сохраняется (в частности, середина отрезка при параллельном проектировании переходит в середину соответствующего отрезка);
4. параллельной проекцией двух параллельных прямых являются параллельные прямые, или одна прямая, или две точки;
5. отношение длин отрезков, лежащих на параллельных прямых, при параллельном проектировании сохраняется;
6. если фигура лежит в плоскости, параллельной плоскости проектирования, то ее параллельной проекцией на эту плоскость будет фигура, равная исходной.

[Назад](#)

# Занятие 2: Параллельные проекции плоских фигур.

---

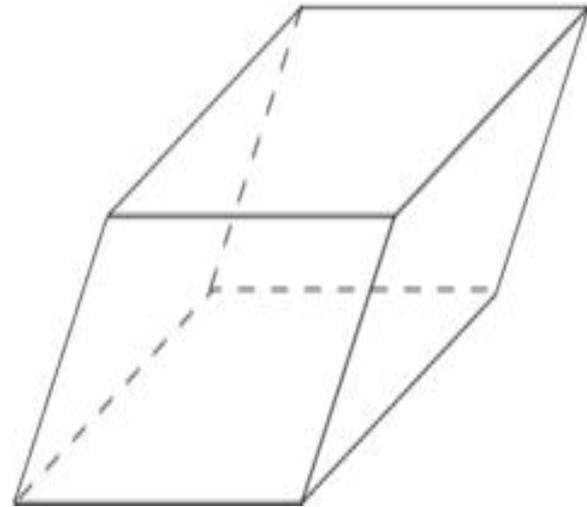
- Рассматривается вопрос об изображении плоских фигур при параллельном проектировании.
- Учащиеся должны представить себе, какие фигуры являются параллельными проекциями многоугольников и окружности.
- Выяснить какие свойства многоугольников сохраняются при параллельном проектировании.
- Узнать как строятся параллельные проекции основных плоских фигур.

[Назад](#)

# Занятие 3: Изображение пространственных фигур в параллельной проекции.

---

- На этом занятии учащиеся должны научиться правильно изображать основные пространственные фигуры, в том числе куб, прямоугольный параллелепипед, призму, цилиндр и конус.



[Назад](#)

# Занятие 4: Сечение многогранников.

---

- Это занятие является решающим для выработки у учащихся представлений о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.
- Рассматриваются вопросы о построении сечений многогранников плоскостью.

[Назад](#)

# Занятие 5: Золотое сечение.

---

- При изображении пространственных фигур важное место занимает вопрос о нахождении наилучшего соотношения неравных частей, составляющих вместе единое целое.
- Такое деление называют золотым сечением.

- 
- Учащиеся должны ознакомиться с ЭТИМ понятием.
  - Увидеть, как оно используется в:
    - живописи;
    - скульптуре;
    - архитектуре.

Назад

# Золотое сечение в скульптуре.

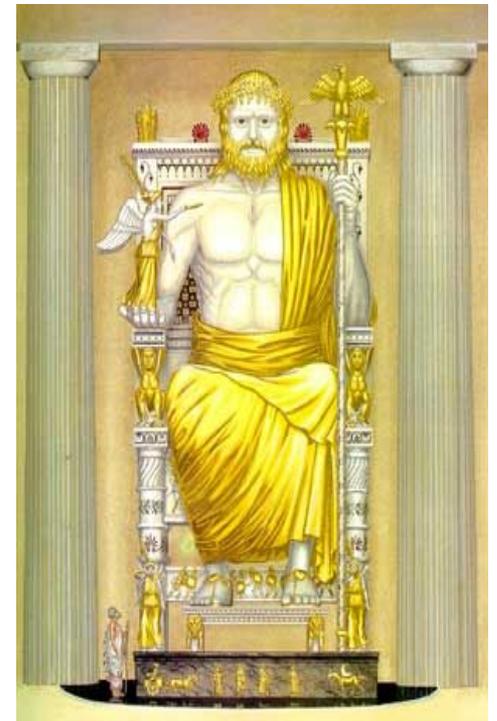
- Многие греческие скульпторы, такие как Фидий, Поликлет, Мирон, Пракситель использовали при создании своих творений принцип золотой пропорции.



Аполлон Бельведерский



Афина Парфенос  
Назад



Зевс Олимпийский

# Золотое сечение в архитектуре

---

- Известный русский архитекторы М. Казаков и В. Баженов широко использовали в своем творчестве “золотое сечение”.
- Например, “золотое сечение” можно обнаружить в архитектуре здания сената в Кремле. По проекту М. Казакова в Москве была построена Первая клиническая
- Еще один архитектурный шедевр Москвы – дом Пашкова – является одним из наиболее совершенных произведений архитектуры В. Баженова.



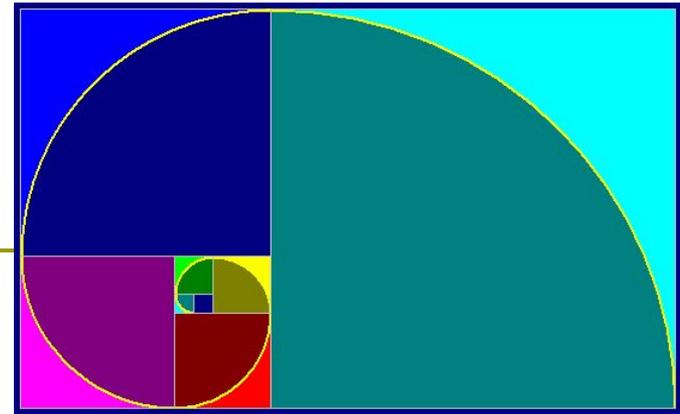
Сенат



Дом Пашкова

Назад

- Также элементы золотого сечения – золотую спираль – можно заметить в созданиях природы.



- Раковины многих моллюсков закручены по золотой спирали.
- Паук плетет свою паутину по тому же принципу.



[Назад](#)

# Занятие 6: Центральное проектирование и его свойства.

---

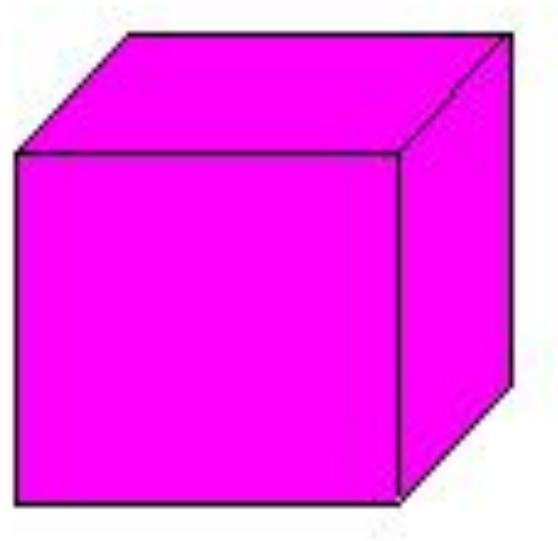
- Вначале рассматривается определение центрального проектирования.
- Рассматриваются различные случаи центрального проектирования.

[Назад](#)

# Занятие 7: Изображение пространственных фигур в центральной проекции

---

- В качестве примера рассматривается изображение куба.
- Также учащимся предлагаются задачи.



[Назад](#)

# Многогранники.

---

В этот курс включены следующие занятия:

1. [Правильные многогранники.](#)
2. [Полуправильные многогранники.](#)
3. [Звездчатые многогранники.](#)
4. [Теорема Эйлера.](#)

[Назад](#)

# Занятие 1: Правильные многогранники.

---

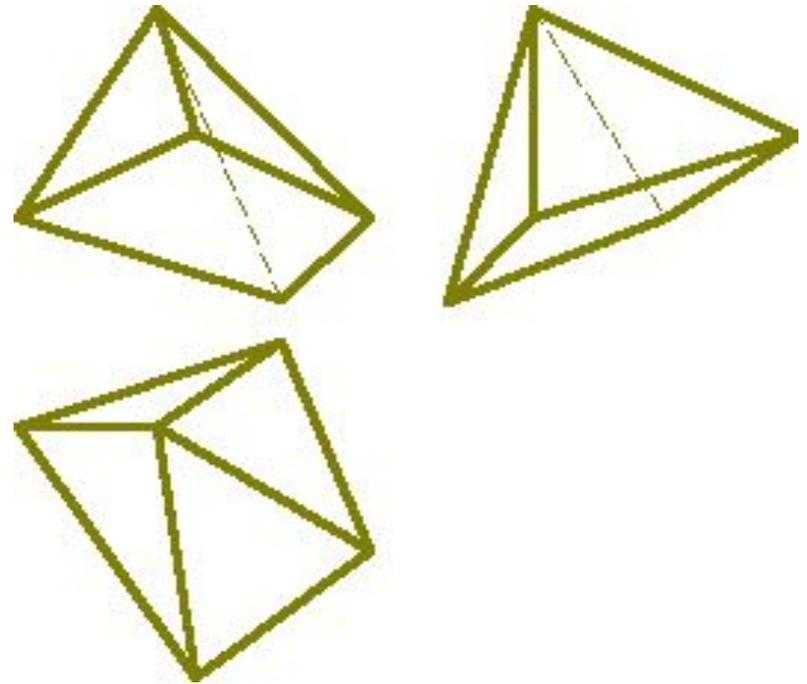
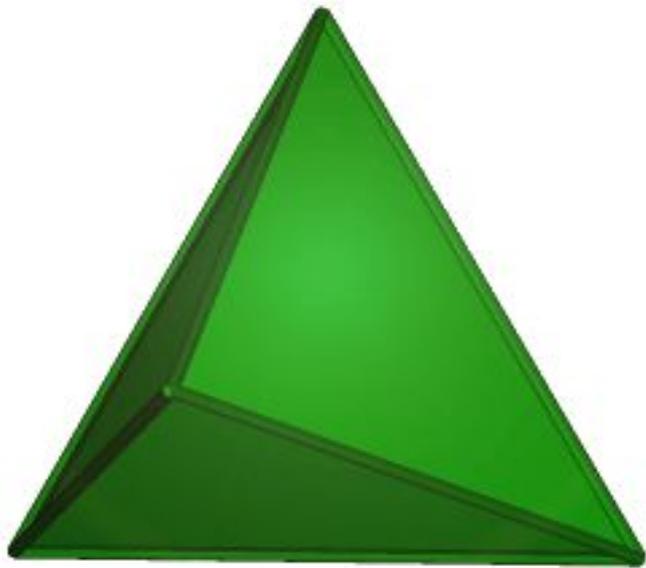
- В начале урока вводится определение выпуклого многогранника: «Выпуклым называется многогранник, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани».
- Рассматриваются модели выпуклых многогранников.



# Пирамида

---

- составлена из  $n$ -угольников и  $n$  треугольников



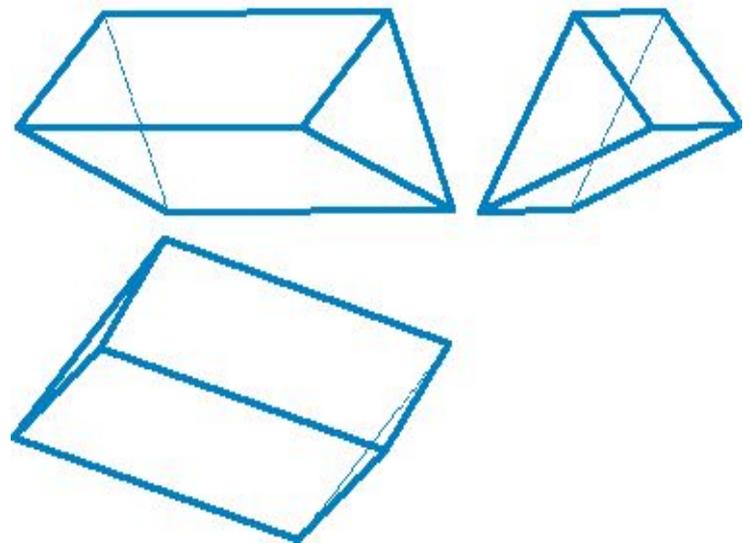
# Призма

- составлена из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и  $n$

па



МОВ

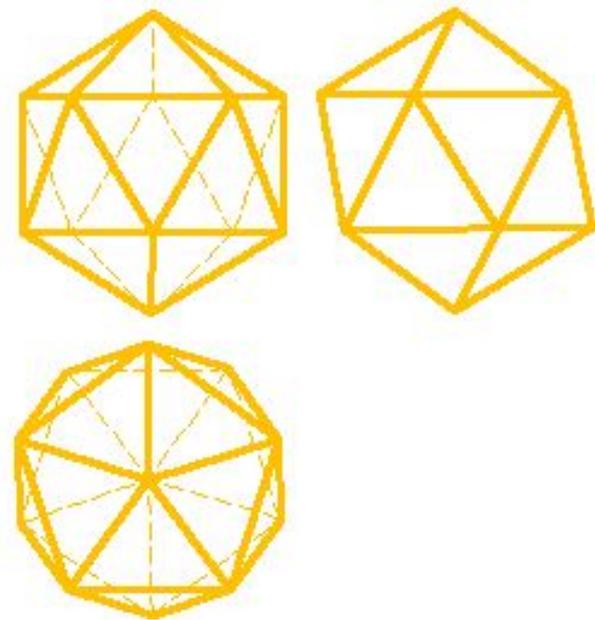
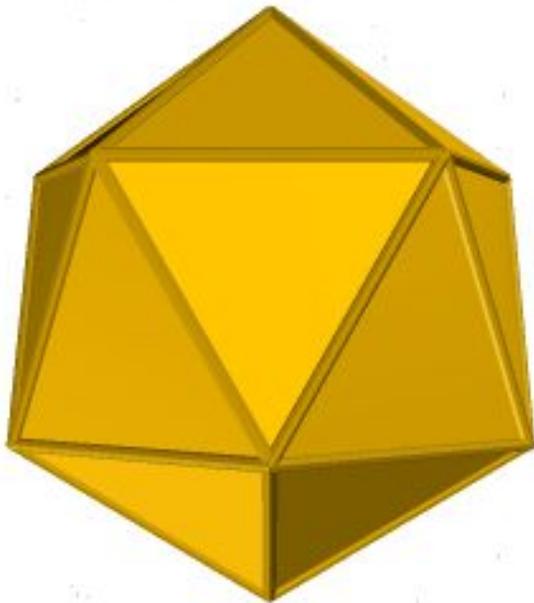


# Икосаэдр

---

- *составлен из двадцати  
равносторонних*

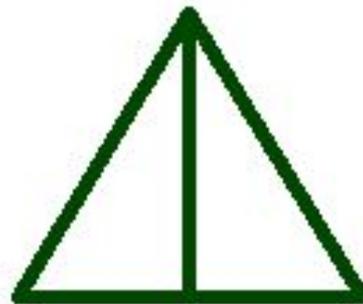
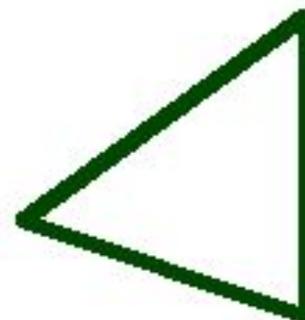
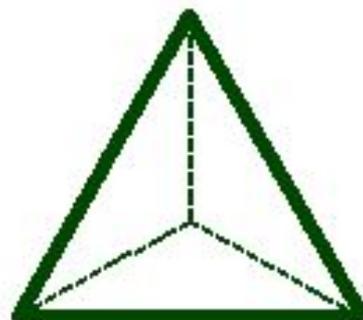
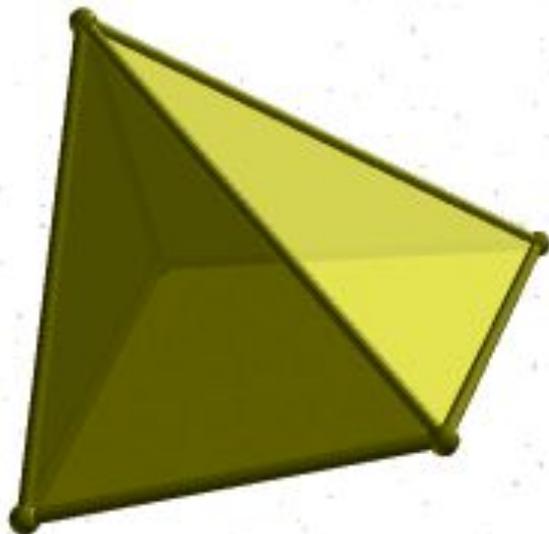
*r*



# Тетраэдр

---

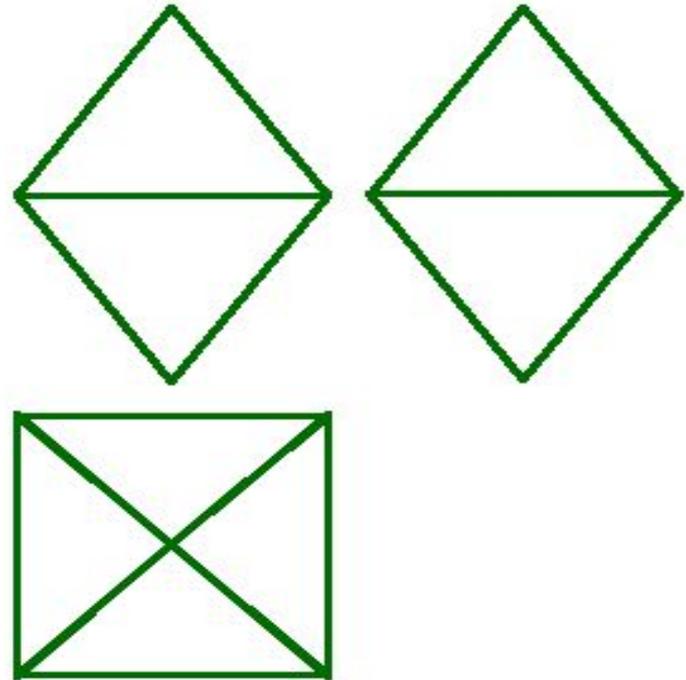
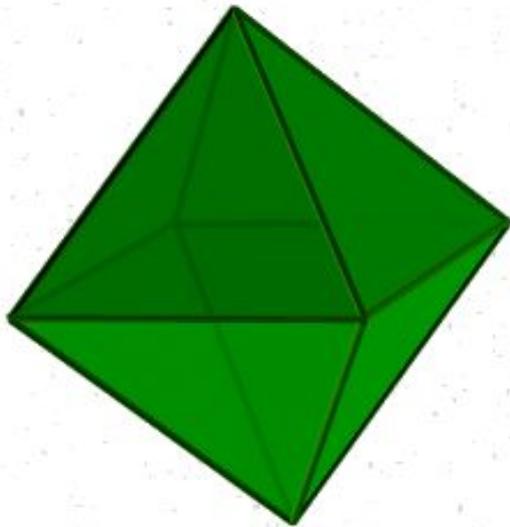
- составлен из четырех



# Октаэдр

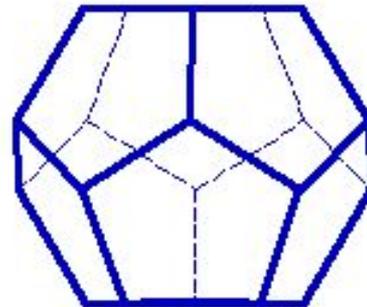
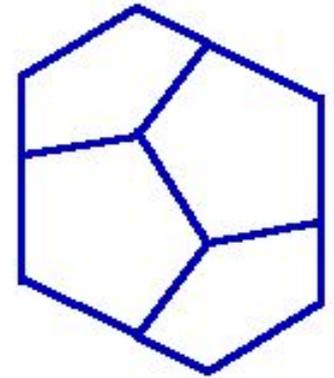
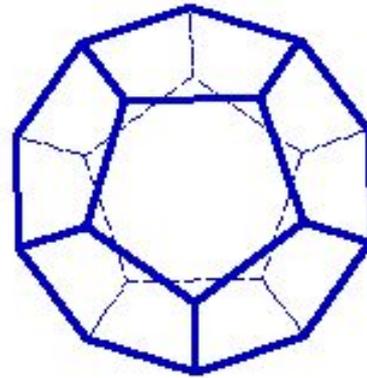
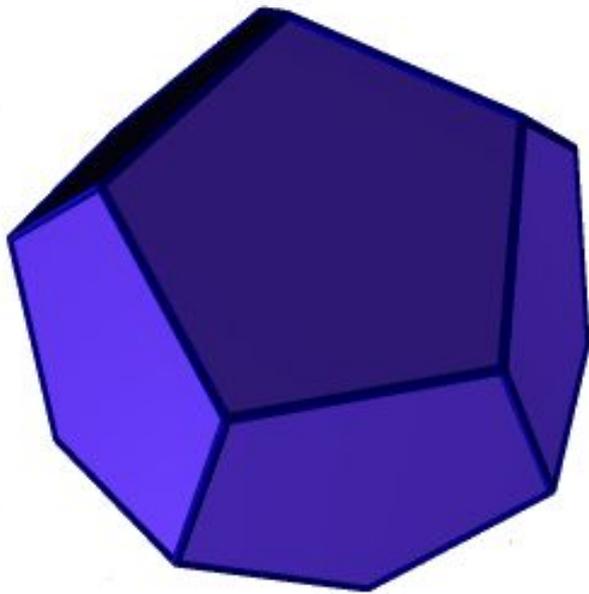
---

- составлен из восьми  
равносторонних треугольных циклоп



# Доддекаэдр

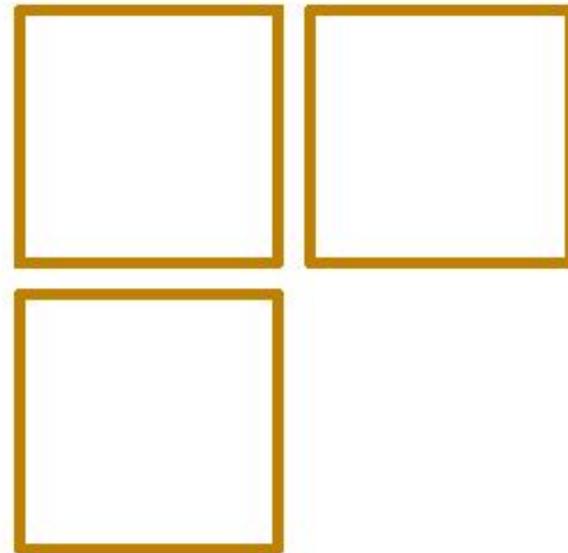
- составлен из двенадцати правильных пятиугольников



# Гексаэдр

---

- составлен из шести квадратов, также называется КУБ



Назад

# Занятие 2: Полуправильные многогранники.

---

- Вводится определение полуправильного многогранника.
- Демонстрируются модели.

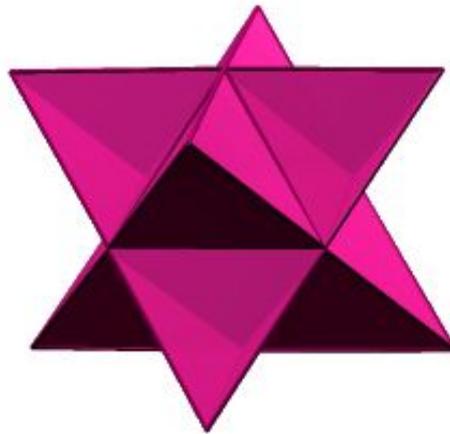


[Назад](#)

# Занятие 3: Звездчатые многогранники.

---

- Рассматриваются правильные звездчатые многогранники.



Назад



# Занятие 4: Теорема Эйлера.

- Одно из наиболее интересных свойств выпуклых многогранников описано теоремой Эйлера.
- Сначала с учащимися рассматриваются известные им многогранники и заполняется таблица.
- Затем выводится и сама теорема:  **$V - P + Г = 2$**



# Углы между прямыми и плоскостями в пространстве.

---

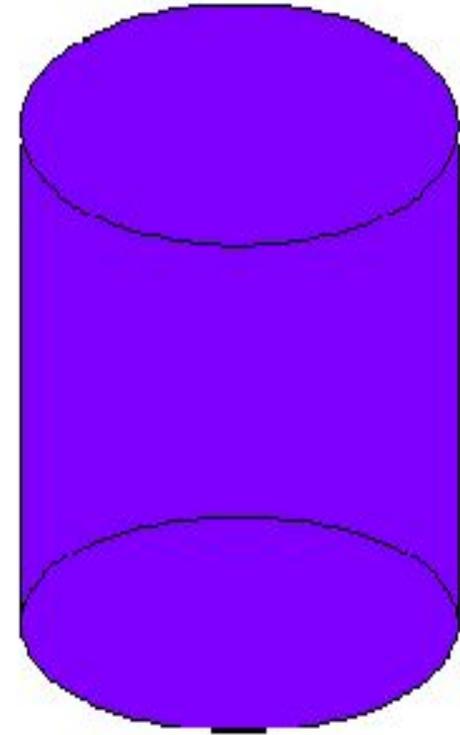
- При изучении данной темы желательно отметить, что проблема измерения углов восходит к глубокой древности.
- Следует как можно шире осветить историю создания измерительных приборов и методы измерения.
- Для это предлагается провести следующие занятия:
  1. Объем фигур в пространстве. Объем цилиндра;
  2. Принцип Кавальери;
  3. Объем конуса;
  4. Объем шара.

Назад

# Занятие 1: Объем фигур в пространстве. Объем цилиндра.

---

- На этом занятии рассматриваются проблемы измерения объемов пространственных фигур.
- Перечисляются основные свойства объема:
  - объем фигуры в пространстве является неотрицательным числом;
  - объем куба с ребром 1 равен 1;
  - равные фигуры имеют равные объемы;
  - если фигура  $\Phi$  составлена из фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , то объем фигуры  $\Phi$  равен сумме объемов фигур  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .



$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

[Назад](#)

## Занятие 2:

# Принцип Кавальери.

---

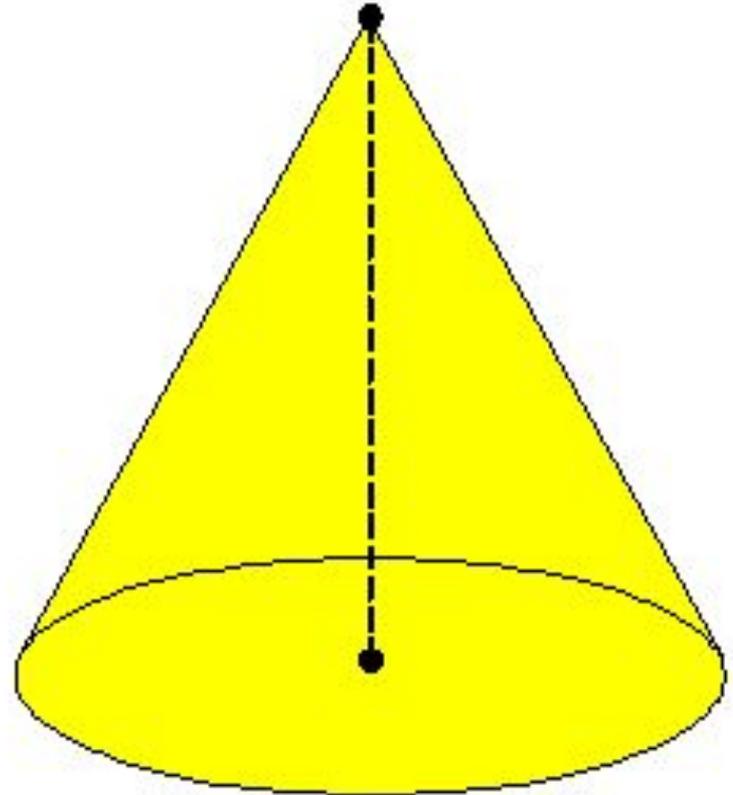
- Дается формулировка принципа Кавальери.
- Применяя данный принцип решаем задачи.

[Назад](#)

# Занятие 3: Объем конуса.

---

- На этом занятии вводится формула объема конуса и формулы объемов пирамид и кругового конуса.
- Решаются задачи.



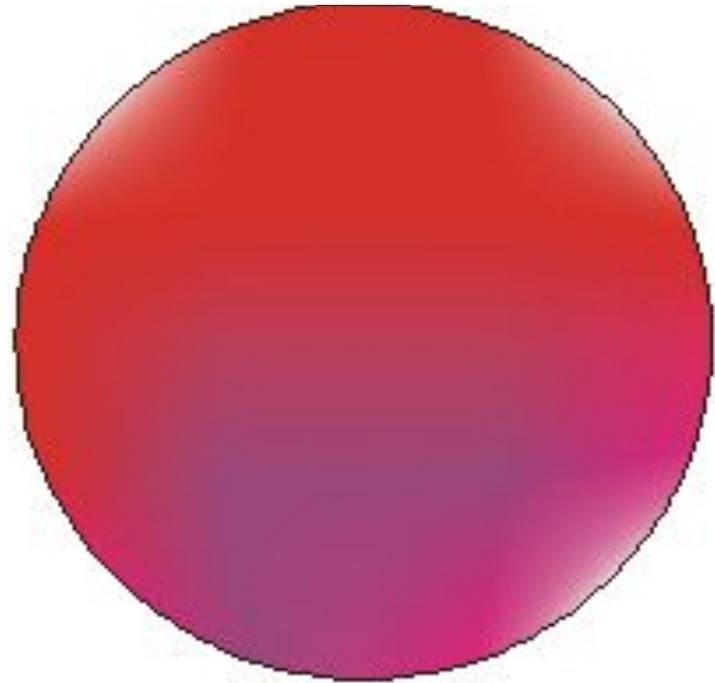
$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 h$$

[Назад](#)

# Занятие 4: Объем шара.

---

- На занятии выводится формула объема шара:
- Решаются задачи по данной теме.



$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$$

[Назад](#)

# Координаты и векторы в пространстве.

---

Нами были разработаны и проведены следующие занятия:

1. Определение и простейшие примеры фигур вращения.
2. Фигуры вращения.
3. Вращение многогранников.
4. Комбинации различных движений.

[Назад](#)

# Занятие 1: Определение и простейшие примеры фигур

---

вращения.

- Дается определение фигуры вращения, а также понятие поворота в пространстве относительно прямой.
- Рассматриваются задачи по данной теме.
- Учащимся предлагаются задачи для самостоятельной работы.

[Назад](#)

## Занятие 2: Фигуры вращения.

---

- Рассматриваются фигуры, которые можно получить вращением кривых и криволинейных трапеций.
- Рассматриваются кривые, криволинейные трапеции, их свойства.
- Для самостоятельной работы учащимся предлагаются различные задачи.

[Назад](#)

# Занятие 3: Вращение многогранников.

---

- Рассматриваются фигуры в пространстве, получающиеся вращением различных многогранников.
- Решаются задачи.
- Даются задания для самостоятельной работы.

[Назад](#)

# Занятие 4: Комбинации различных движений.

---

- Рассматриваются фигуры в пространстве, получающиеся комбинацией различных движений.

[Назад](#)