


МОУ «Гимназия имени Героя Советского Союза Ю. А. Гарнаева»

О преподавании стереометрии в гуманитарных классах



Автор: учитель математики
высшей квалификационной
категории Рзянина В. В.

Балашов, 2006

900igr.net

Первая четверть

- Что изучает стереометрия?
- Основные фигуры стереометрии.
- Пространственные фигуры.
- Параллельность прямых и плоскостей.
- Признаки параллельности плоскостей.
- Параллельное проектирование.
- Изображение пространственных фигур в параллельной проекции.

Вторая четверть

- Угол между прямыми в пространстве, перпендикулярность прямых.
- Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямой и плоскости.
- Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
- Расстояние между точкой и плоскостью.
- Перпендикуляр и наклонная.
- Угол между плоскостями, перпендикулярность двух плоскостей.
- Центральное проектирование.
- Изображение пространственных фигур в центральной проекции.
- Перспектива.

Третья четверть

- Многогранники.
- Параллелепипед, призма, пирамида.
- Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники.
- Тела вращения: цилиндр, конус, шар.
- Взаимное расположение шара и плоскости.
- Касательная плоскость к шару.
- Понятие объема тел.
- Задачи измерения объема.
- Вычисление объемов параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.
- Площадь поверхности многогранников и тел вращения.

Четвертая четверть

- Прямоугольная система координат в пространстве.
- Координаты точки в пространстве.
- Расстояние между точками с заданными координатами.
- Векторы в пространстве.
- Координаты вектора.
- Сложение векторов и умножение вектора на число.
- Скалярное произведение векторов.
- Уравнение плоскости.

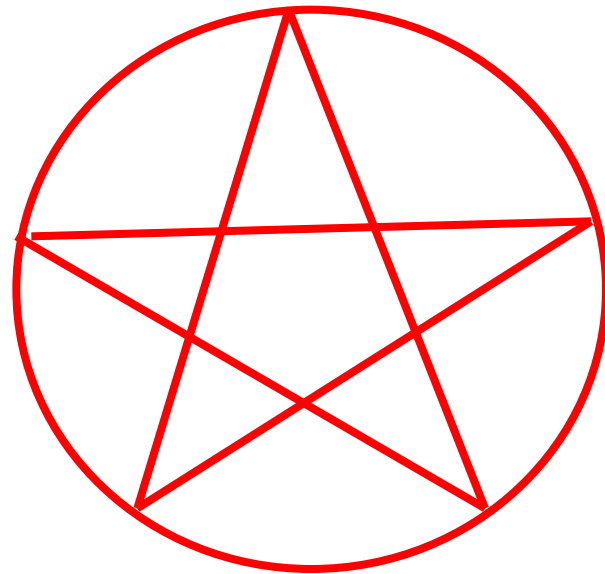
1-й урок: Что изучает стереометрия?

- Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве. Слово «стереометрия» происходит от греческих слов «стереос» - объемный, пространственный и «метрео» - измерять.
- Многие геометрические термины переведены с древнегреческого языка, т.к. геометрия зародилась в Древней Греции и развивалась в философских школах.

- Одной из самых известных была пифагорейская школа, названная в честь основателя – Пифагора.
 - Символом этой школы был звездчатый пятиугольник – пентаграмма.
-



Пифагор

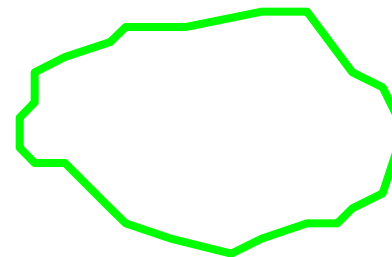


Назад

2-й урок: Основные фигуры стереометрии.

Существуют различные способы изображения плоскости:

- плоскость изображают параллелограммом;
- плоскость обозначается фигурой, ограниченной двумя параллельными прямыми и двумя произвольными кривыми;
- плоскость передается фигурой произвольной формы.



[Назад](#)

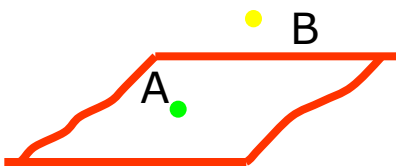
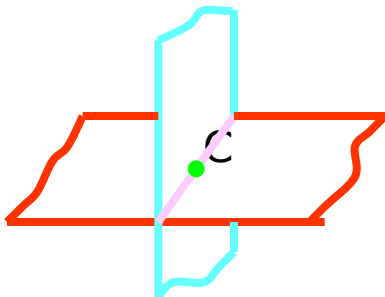
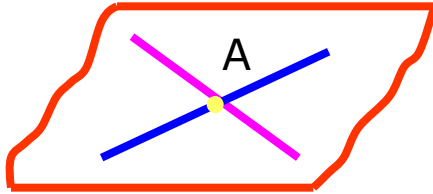
3-й урок: Пространственные фигуры.

- Урок посвящается подготовке к введению аксиом стереометрии.
- Учащимся предлагаются следующие задачи:
 1. *Изобразите прямую a , лежащую на ней точку A и не лежащую на ней точку B .*
 2. *Изобразите плоскость и две пересекающиеся прямые a и b , лежащие на ней.*
 3. *Изобразите плоскость, лежащие на ней точки A и B , а также точки C и D , расположенные на разные стороны от плоскости.*
 4. *Изобразите плоскость и пересекающую ее прямую a .*
 5. *Изобразите плоскости, пересекающиеся под прямым углом.*

[Назад](#)

4-й урок: Параллельность прямых и плоскостей.

- Вводим основные аксиомы стереометрии.
- В процессе обсуждения заполняем таблицу:

| <u>Аксиома</u> | <u>Чертеж</u> | <u>Запись</u> |
|----------------|--|---------------|
| C_1 |  | A |
| C_2 |  | C |
| C_3 |  | |

Назад

5-й урок: Признаки параллельности плоскостей.

- При изучении аксиом стереометрии вспоминаем первые аксиомы планиметрии и формулируем их пространственные аналогии.
- В результате получаем следующую таблицу:

| <u>Аксиома</u> | <u>Чертеж</u> | <u>Формулировка</u> |
|----------------|--|--|
| P_1 |  | Какова бы ни была прямая в пространстве, существуют точки пространства, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей. |
| P_2 |  | Через любые две точки пространства можно провести прямую, и притом только одну. |

Назад

6-й урок: Параллельное проектирование.

□ Рассмотрим следствия из аксиом:

| <u>Чертеж</u> | <u>Формулировка</u> |
|---|--|
| Сл.1  | Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну. |
|  | Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости. |
|  | Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну. |

Изображение пространственных фигур на плоскости

На тему отводятся семь занятий:

1. Параллельное проектирование и его основные свойства;
2. Параллельное проектирование плоских фигур;
3. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции;
4. Сечение многогранников;
5. Золотое сечение;
6. Центральное проектирование и его свойства;
7. Изображение пространственных фигур в центральной проекции.

Назад

Занятие 1: Параллельное проектирование и его основные свойства.

Основные свойства параллельного проектирования:

1. параллельной проекцией прямой является прямая или точка;
2. параллельной проекцией отрезка является отрезок или точка;
3. отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой, сохраняется (в частности, середина отрезка при параллельном проектировании переходит в середину соответствующего отрезка);
4. параллельной проекцией двух параллельных прямых являются параллельные прямые, или одна прямая, или две точки;
5. отношение длин отрезков, лежащих на параллельных прямых, при параллельном проектировании сохраняется;
6. если фигура лежит в плоскости, параллельной плоскости проектирования, то ее параллельной проекцией на эту плоскость будет фигура, равная исходной.

[Назад](#)

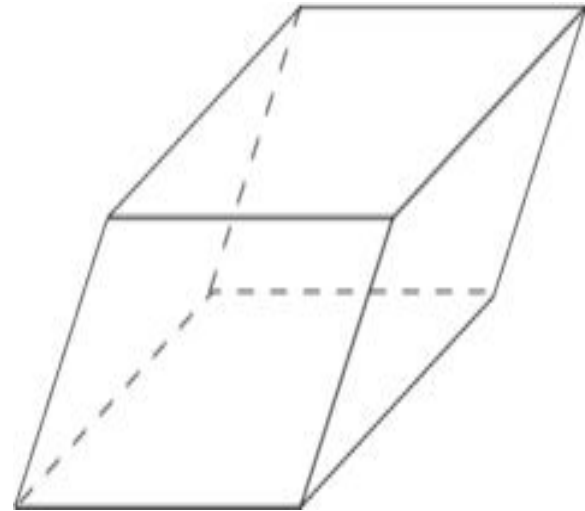
Занятие 2: Параллельные проекции плоских фигур.

- Рассматривается вопрос об изображении плоских фигур при параллельном проектировании.
- Учащиеся должны представить себе, какие фигуры являются параллельными проекциями многоугольников и окружности.
- Выяснить какие свойства многоугольников сохраняются при параллельном проектировании.
- Узнать как строятся параллельные проекции основных плоских фигур.

[Назад](#)

Занятие 3: Изображение пространственных фигур в параллельной проекции.

- На этом занятии учащиеся должны научиться правильно изображать основные пространственные фигуры, в том числе куб, прямоугольный параллелепипед, призму, цилиндр и конус.



[Назад](#)

Занятие 4: Сечение многогранников.

- Это занятие является решающим для выработки у учащихся представлений о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.
- Рассматриваются вопросы о построении сечений многогранников плоскостью.

[Назад](#)

Занятие 5: Золотое сечение.

- При изображении пространственных фигур важное место занимает вопрос о нахождении наилучшего соотношения неравных частей, составляющих вместе единое целое.
- Такое деление называют золотым сечением.

-
- Учащиеся должны ознакомиться с ЭТИМ понятием.
 - Увидеть, как оно используется в:
 - живописи;
 - скульптуре;
 - архитектуре.

Назад

Золотое сечение в скульптуре.

- Многие греческие скульпторы, такие как Фидий, Поликлет, Мирон, Пракситель использовали при создании своих творений принцип золотой пропорции.



Аполлон Бельведерский



Афина Парфенос
Назад



Зевс Олимпийский

Золотое сечение в архитектуре

- Известный русский архитекторы М. Казаков и В. Баженов широко использовали в своем творчестве “золотое сечение”.
- Например, “золотое сечение” можно обнаружить в архитектуре здания сената в Кремле. По проекту М. Казакова в Москве была построена Первая клиническая
- Еще один архитектурный шедевр Москвы – дом Пашкова – является одним из наиболее совершенных произведений архитектуры В. Баженова.



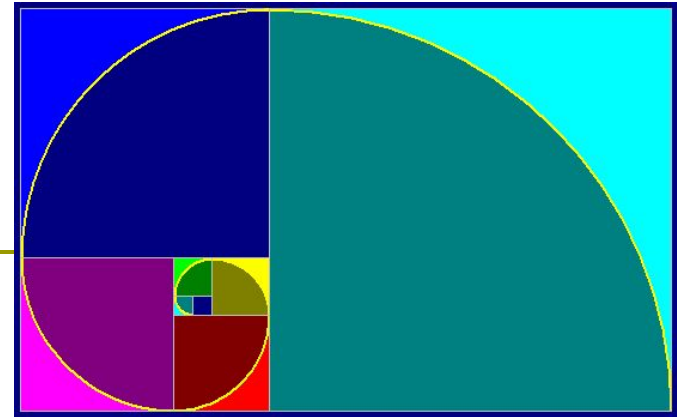
Сенат



Дом Пашкова

Назад

- Также элементы золотого сечения – золотую спираль – можно заметить в созданиях природы.



- Раковины многих моллюсков закручены по золотой спирали.
- Паук плетет свою паутину по тому же принципу.



[Назад](#)

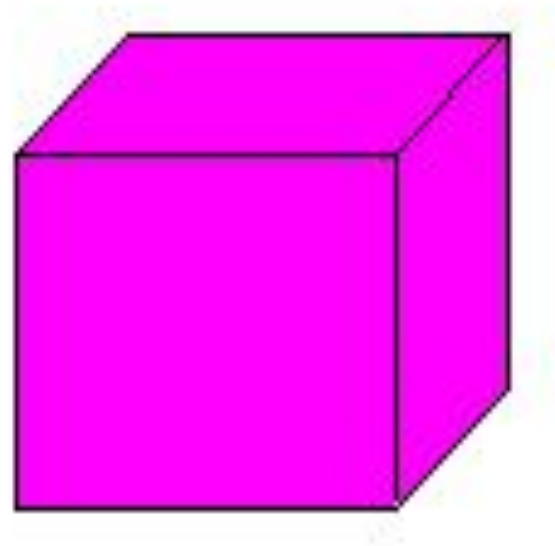
Занятие 6: Центральное проектирование и его свойства.

- Вначале рассматривается определение центрального проектирования.
- Рассматриваются различные случаи центрального проектирования.

[Назад](#)

Занятие 7: Изображение пространственных фигур в центральной проекции

- В качестве примера рассматривается изображение куба.
- Также учащимся предлагаются задачи.



[Назад](#)

Многогранники.

В этот курс включены следующие занятия:

1. [Правильные многогранники.](#)
2. [Полуправильные многогранники.](#)
3. [Звездчатые многогранники.](#)
4. [Теорема Эйлера.](#)

[Назад](#)

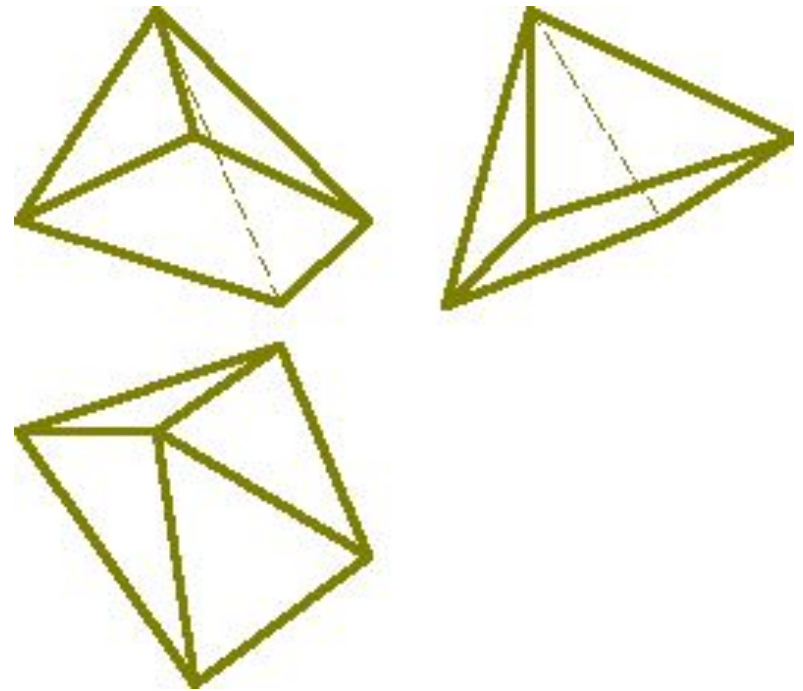
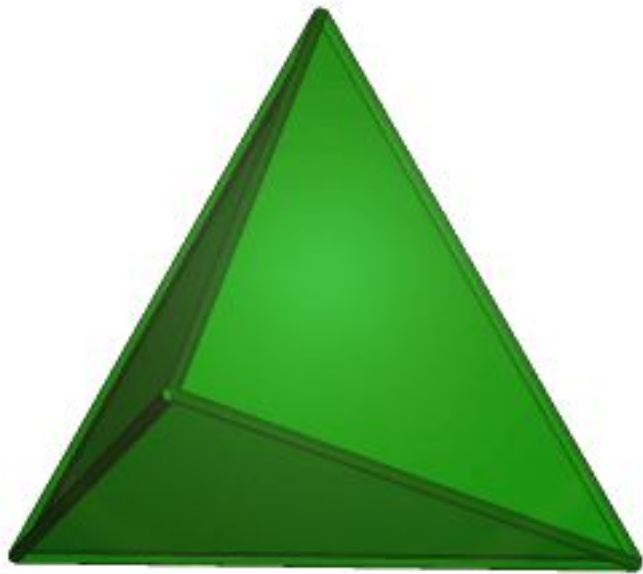
Занятие 1: Правильные многогранники.

- В начале урока вводится определение выпуклого многогранника: «Выпуклым называется многогранник, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани».
- Рассматриваются модели выпуклых многогранников.



Пирамида

- составлена из n -угольников и n треугольников



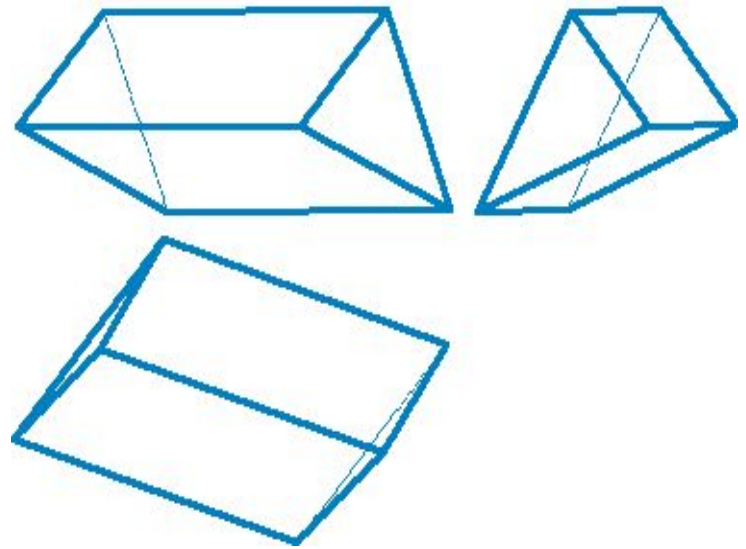
Призма

- составлена из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n

па



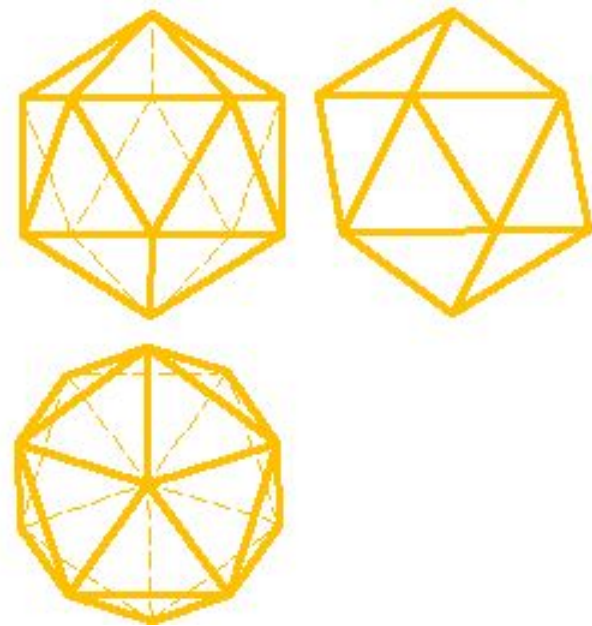
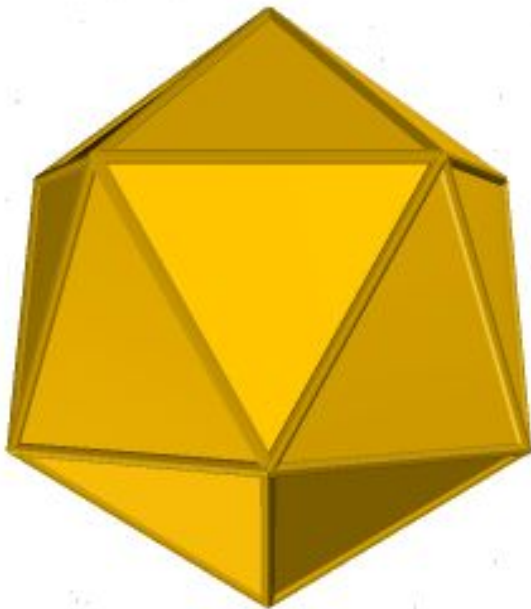
МОВ



Икосаэдр

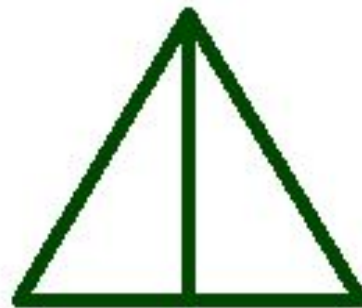
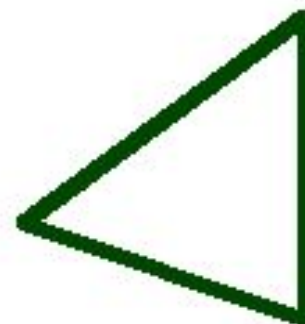
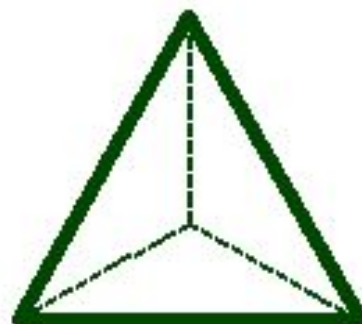
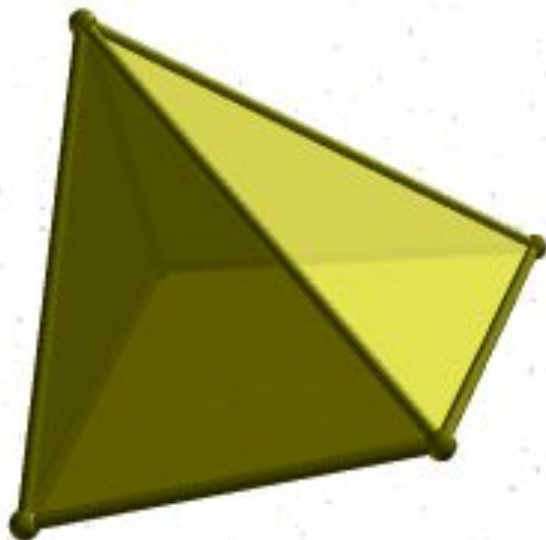
- *составлен из двадцати
равносторонних*

r



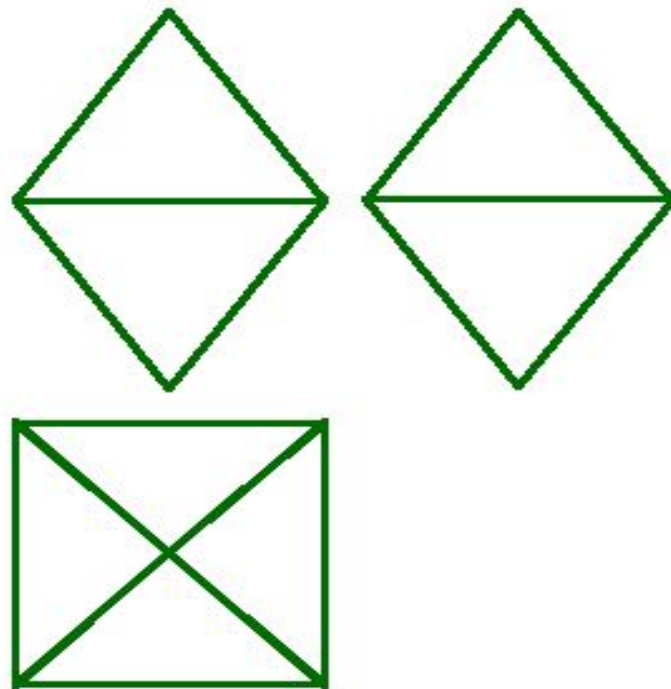
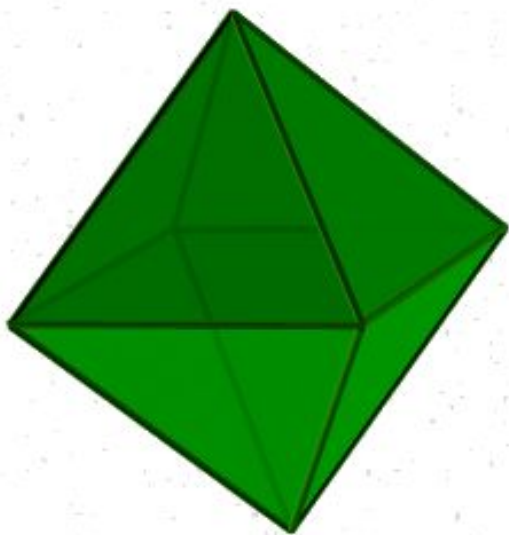
Тетраэдр

- составлен из четырех



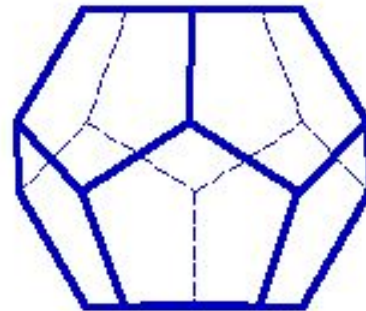
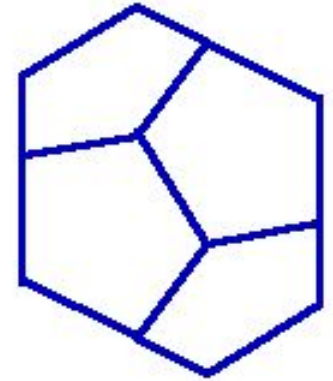
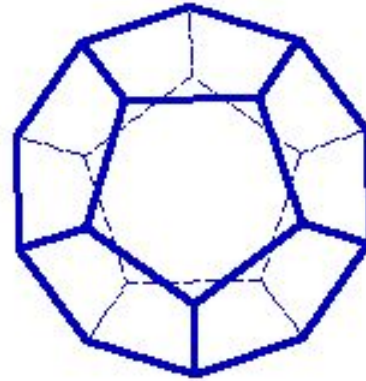
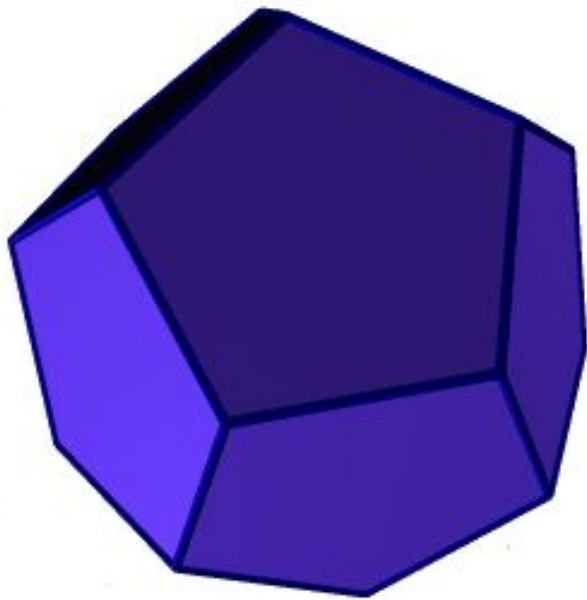
Октаэдр

- составлен из восьми
равносторонних треугольных циклоп



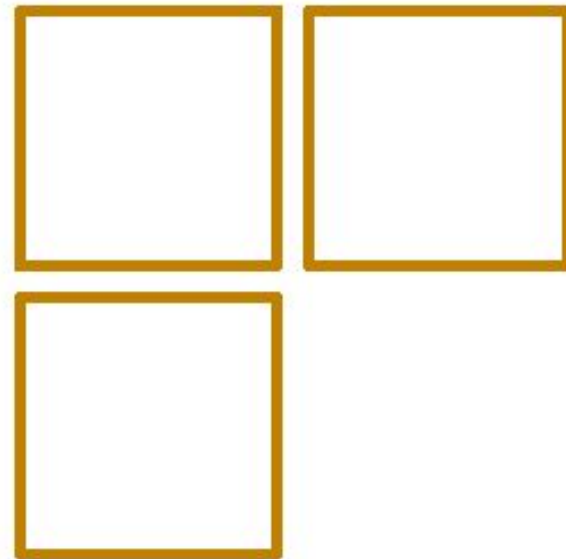
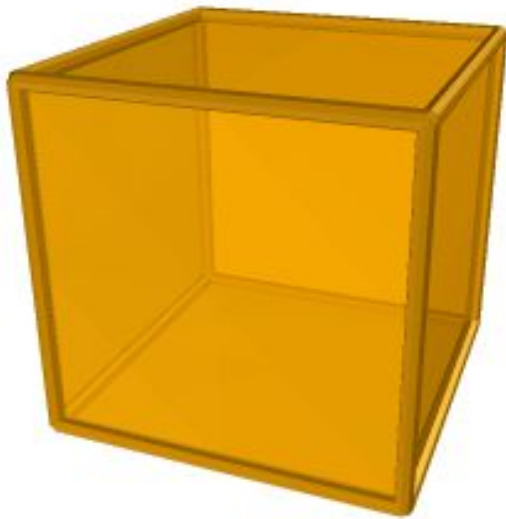
Доддекаэдр

- составлен из двенадцати правильных пятиугольников



Гексаэдр

- составлен из шести квадратов, также называется КУБ



Назад

Занятие 2: Полуправильные многогранники.

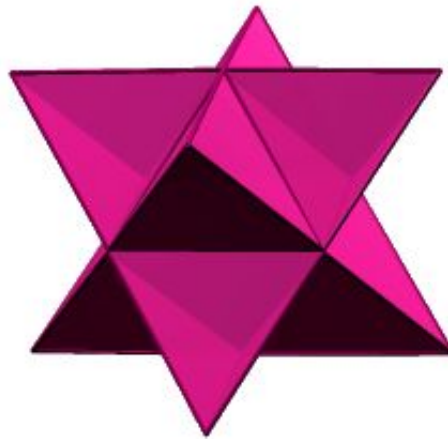
- Вводится определение полуправильного многогранника.
- Демонстрируются модели.



[Назад](#)

Занятие 3: Звездчатые многогранники.

- Рассматриваются
правильные
звездчатые
многогранники.



Назад



Занятие 4: Теорема Эйлера.

- Одно из наиболее интересных свойств выпуклых многогранников описано теоремой Эйлера.
- Сначала с учащимися рассматриваются известные им многогранники и заполняется таблица.
- Затем выводится и сама теорема: **$V - P + Г = 2$**



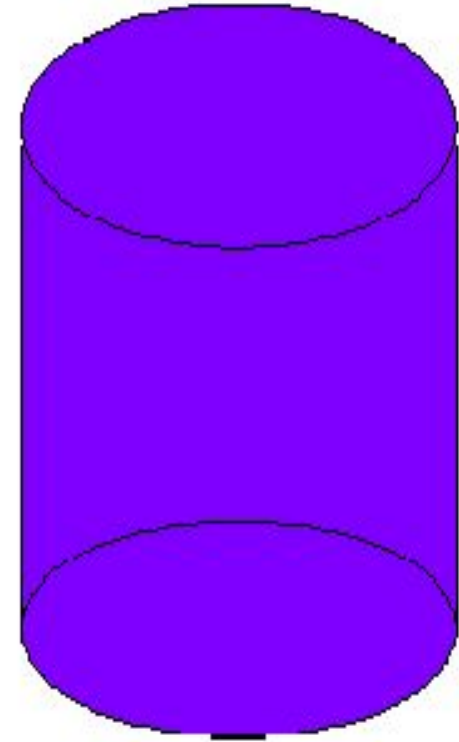
Углы между прямыми и плоскостями в пространстве.

- При изучении данной темы желательно отметить, что проблема измерения углов восходит к глубокой древности.
- Следует как можно шире осветить историю создания измерительных приборов и методы измерения.
- Для это предлагается провести следующие занятия:
 1. Объем фигур в пространстве. Объем цилиндра;
 2. Принцип Кавальери;
 3. Объем конуса;
 4. Объем шара.

Назад

Занятие 1: Объем фигур в пространстве. Объем цилиндра.

- На этом занятии рассматриваются проблемы измерения объемов пространственных фигур.
- Перечисляются основные свойства объема:
 - объем фигуры в пространстве является неотрицательным числом;
 - объем куба с ребром 1 равен 1;
 - равные фигуры имеют равные объемы;
 - если фигура Φ составлена из фигур Φ_1 и Φ_2 , то объем фигуры Φ равен сумме объемов фигур Φ_1 и Φ_2 .



$$V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

[Назад](#)

Занятие 2:

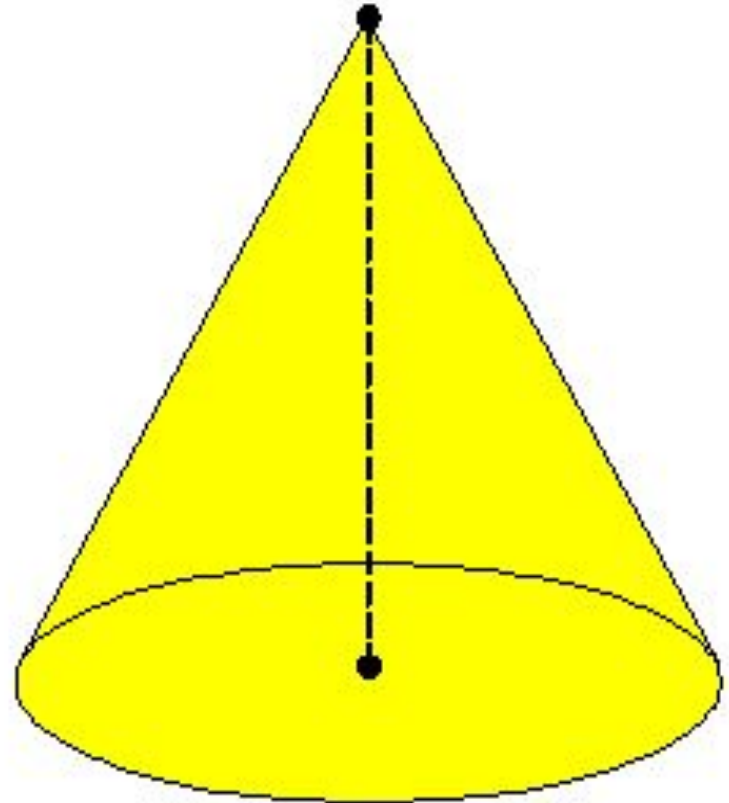
Принцип Кавальери.

- Дается формулировка принципа Кавальери.
- Применяя данный принцип решаем задачи.

[Назад](#)

Занятие 3: Объем конуса.

- На этом занятии вводится формула объема конуса и формулы объемов пирамид и кругового конуса.
- Решаются задачи.

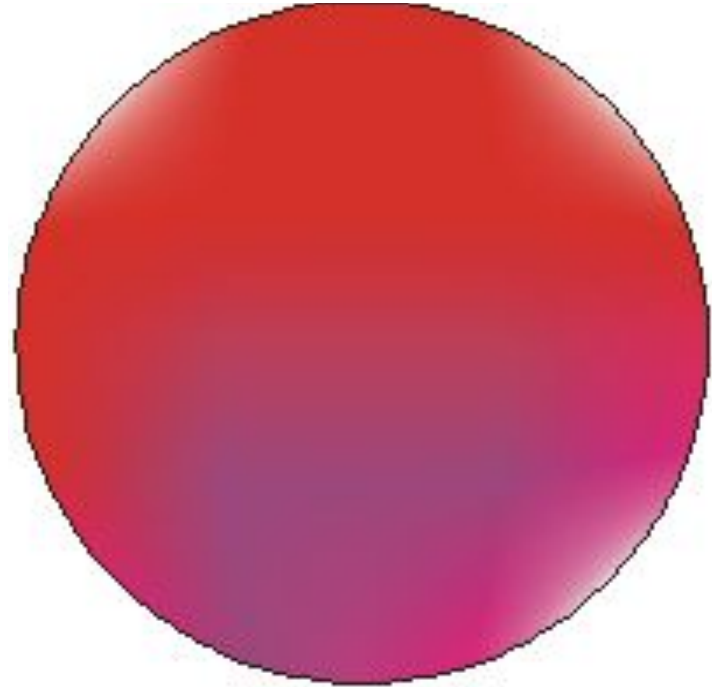


$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 h$$

[Назад](#)

Занятие 4: Объем шара.

- На занятии выводится формула объема шара:
- Решаются задачи по данной теме.



$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$$

[Назад](#)

Координаты и векторы в пространстве.

Нами были разработаны и проведены следующие занятия:

1. Определение и простейшие примеры фигур вращения.
2. Фигуры вращения.
3. Вращение многогранников.
4. Комбинации различных движений.

[Назад](#)

Занятие 1: Определение и простейшие примеры фигур

вращения.

- Дается определение фигуры вращения, а также понятие поворота в пространстве относительно прямой.
- Рассматриваются задачи по данной теме.
- Учащимся предлагаются задачи для самостоятельной работы.

[Назад](#)

Занятие 2: Фигуры вращения.

- Рассматриваются фигуры, которые можно получить вращением кривых и криволинейных трапеций.
- Рассматриваются кривые, криволинейные трапеции, их свойства.
- Для самостоятельной работы учащимся предлагаются различные задачи.

[Назад](#)

Занятие 3: Вращение многогранников.

- Рассматриваются фигуры в пространстве, получающиеся вращением различных многогранников.
- Решаются задачи.
- Даются задания для самостоятельной работы.

[Назад](#)

Занятие 4: Комбинации различных движений.

- Рассматриваются фигуры в пространстве, получающиеся комбинацией различных движений.

[Назад](#)