

Презентация на тему:

«Параллелепипед»

Выполнила :ученица 10А класса
МБОУСОШ№27 Павлова Ольга.

Учитель : Ветрова Людмила
Ивановна.

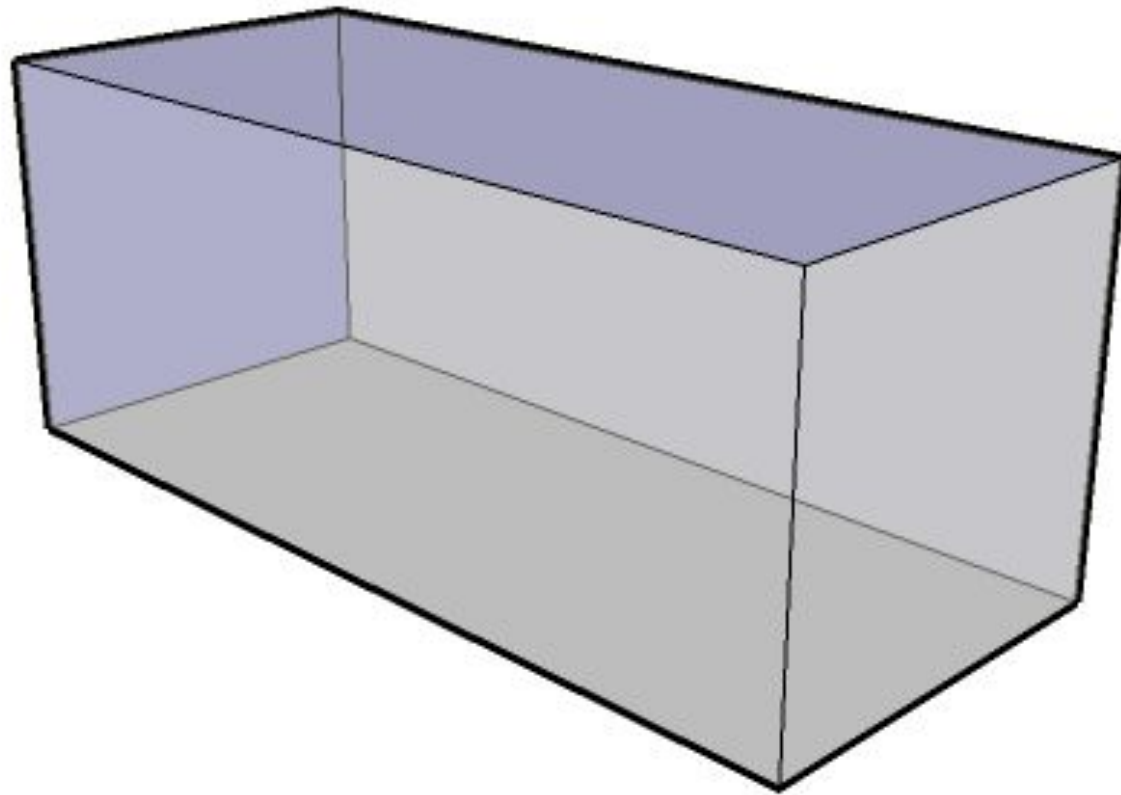
Развитие геометрии.

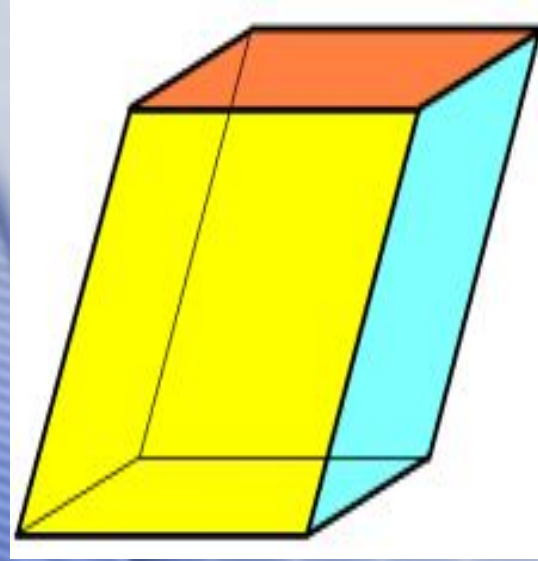
Начало геометрии было положено в древности при решении чисто практических задач. Со временем, когда накопилось большое количество геометрических фактов, у людей появилось потребность обобщения, уяснения зависимости одних элементов от других, установления логических связей и доказательств. Постепенно создавалась геометрическая наука. Примерно в VI - V вв. до н. э. в Древней Греции в геометрии начался новый этап развития. Произведения, содержащие систематическое изложение геометрии, появились в Греции еще в V до н.э., но они были вытеснены "Началами" Евклида. Геометрические знания примерно в объеме современного курса средней школы были изложены еще 2200 лет назад в "Началах" Евклида.

В XVII в. Декарт благодаря методу координат сделал возможным изучение свойств геометрических фигур с помощью алгебры. С этого времени начала развиваться аналитическая геометрия.

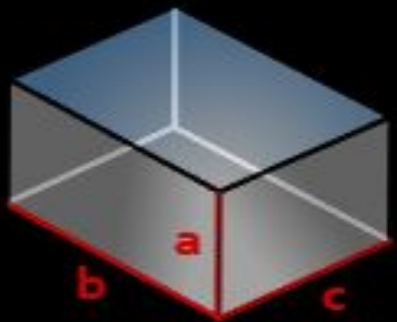
В настоящее время геометрия тесно переплетается со многими другими разделами математики. Одним из источников развития и образования новых понятий в геометрии, как и в других областях математики, являются современные задачи естествознания, физики и техники.

Параллелепипед.





Параллелепипед - (от греч. παράλλος — параллельный и греч. επιπέδον — плоскость) — призма, основанием которой служит параллелограмм, или (равносильно) многогранник, у которого шесть граней и каждая из них — параллелограмм.



Основные элементы параллелепипеда:

1. Две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, называются противоположными, а имеющие общее ребро — смежными.

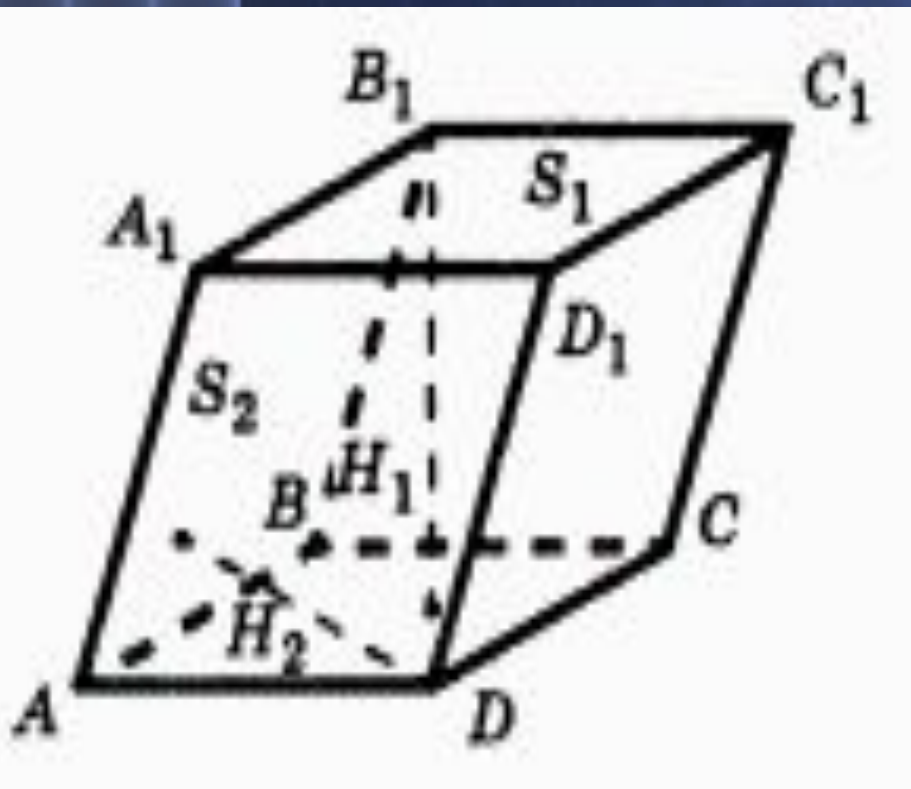
2. Две вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной грани, называются противоположными.

3. Отрезок, соединяющий противоположные вершины, называется диагональю параллелепипеда.

4. Длины трёх рёбер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, называют его измерениями.

У параллелепипедов и только у них любую пару параллельных граней можно принять за основания.

В зависимости от выбора оснований можно рассмотреть три высоты.



Свойства параллелепипеда:

1. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.

2. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

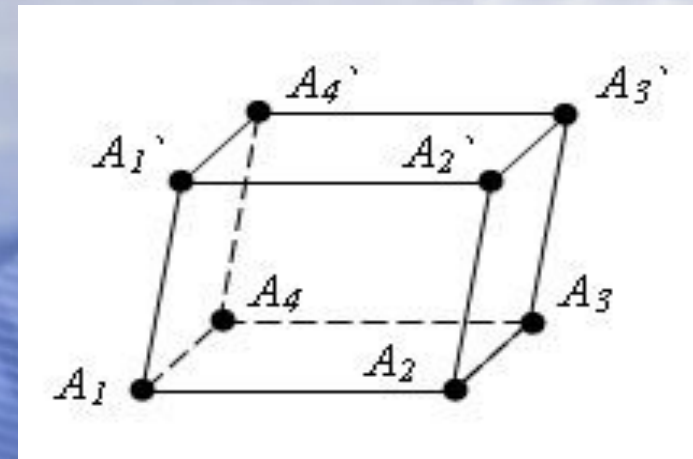
3. Боковые грани прямого параллелепипеда — прямоугольники.

4. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

Теорема:

У параллелепипеда
противолежащие грани
параллельны и равны.

Доказательство



Возьмем любые две противолежащие грани параллелепипеда: $A_1A_2A_2'A_1'$ и $A_3A_4A_4'A_3'$. Так как все грани параллелепипеда – параллелограммы, то прямая A_1A_2 параллельна прямой A_4A_3 , а прямая A_1A_1' параллельна прямой A_4A_4' . Следовательно плоскости рассматриваемых граней параллельны.

Так как грани параллелепипеда – параллелограммы, то отрезки A_1A_4 , $A_1'A_4'$, $A_2'A_3'$ и A_2A_3 – параллельны и равны. Следовательно грань $A_1A_2A_2'A_1'$ совмещается параллельным переносом вдоль ребра A_1A_4 с гранью $A_3A_4A_4'A_3'$ и, значит, грани равны.

Точно также доказывается параллельность и равенство других противолежащих граней параллелепипеда. Теорема доказана.

Теорема: Параллелепипед симметричен относительно середины его диагонали.

Важные свойства параллелепипеда:

1. Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности параллелепипеда и проходящий через середину его диагонали, делится ею пополам; в частности, все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.
2. Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.

Произвольный параллелепипед.

Объём и соотношения в наклонном параллелепипеде часто определяются с помощью векторной алгебры. Объём параллелепипеда равен абсолютной величине смешанного произведения трёх векторов, определяемых тремя сторонами параллелепипеда, исходящими из одной вершины.

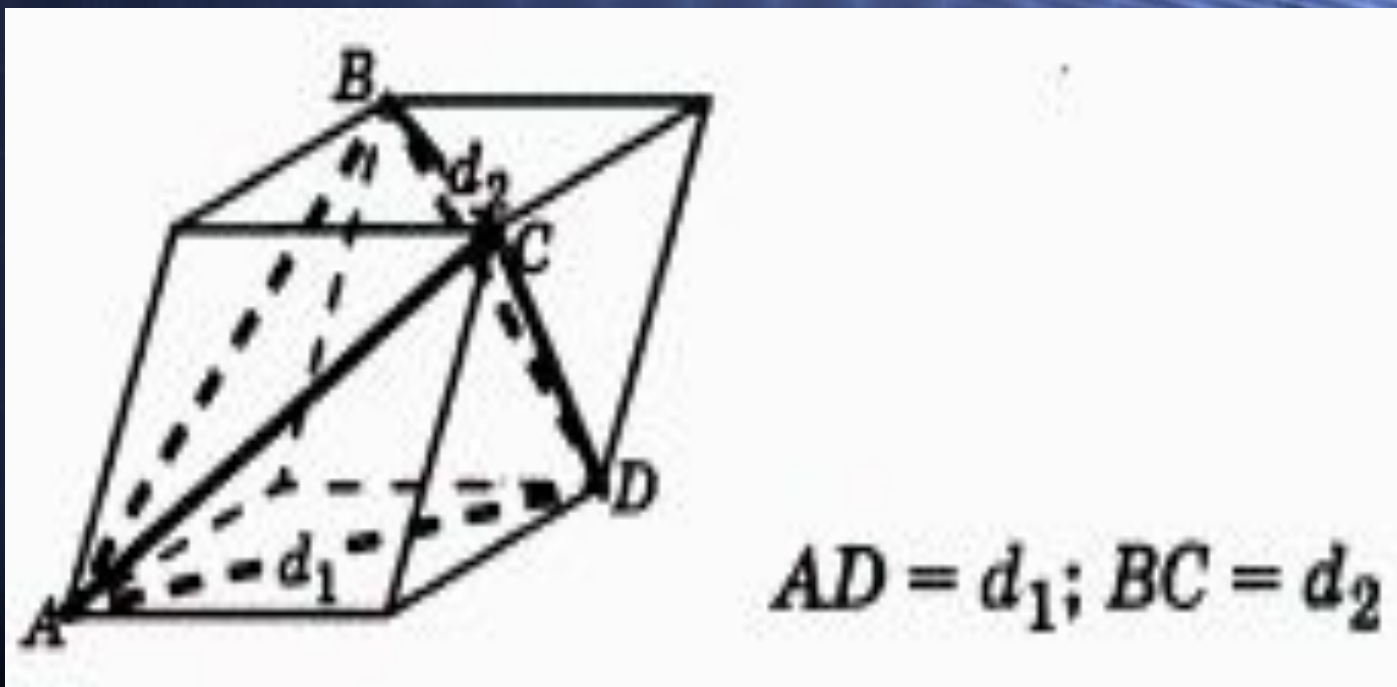
Соотношение между длинами сторон параллелепипеда и углами между ними даёт утверждение, что определитель Грама указанных трёх векторов равен квадрату их смешанного произведения

Объем параллелепипеда:

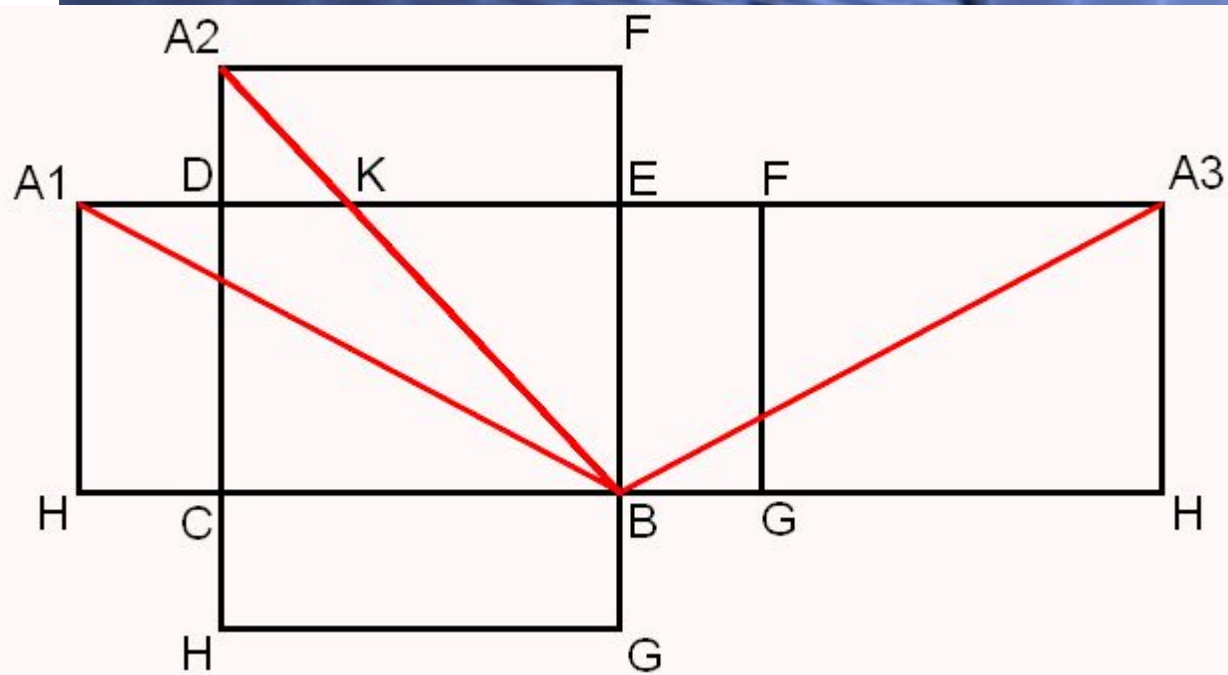
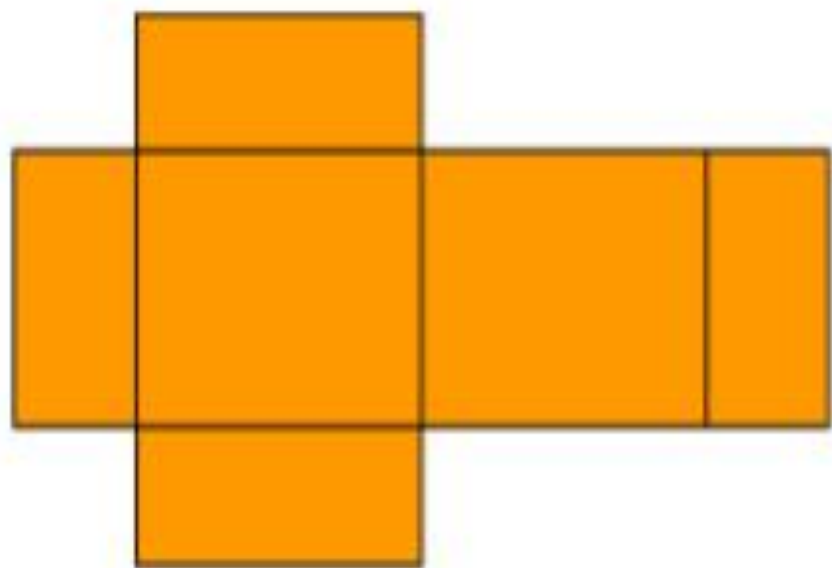
$$V = H_1 S_1 = H_2 S_2 = H_3 S_3$$

В параллелепипед можно вписать тетраэдр.

Объем такого тетраэдра равен $\frac{1}{3}$ части объема параллелепипеда.



Вот так параллелепипед выглядит
в развертке.



Различается несколько типов параллелепипедов:

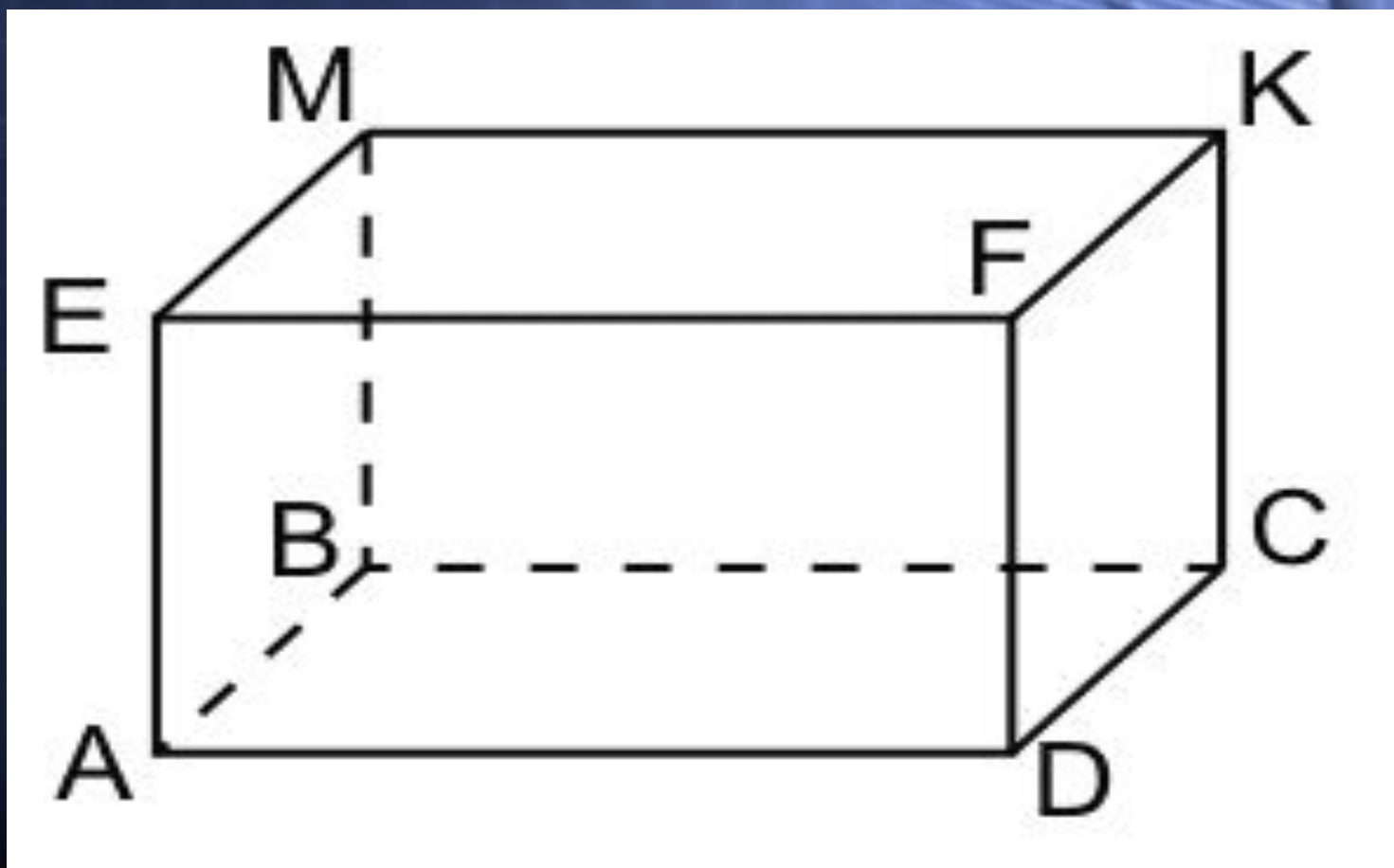
1. Прямоугольный параллелепипед.

2. Прямой параллелепипед.

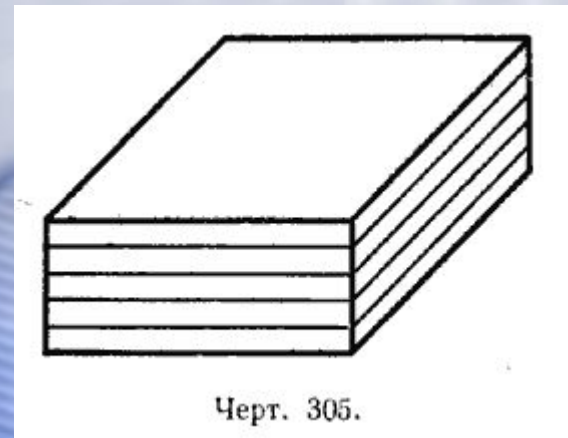
3. Наклонный параллелепипед.

4. Куб.

Прямоугольный параллелепипед — это параллелепипед, у которого все грани — прямоугольники;



Вывод формулы объёма
прямоугольного параллелепипеда,
измерения которого выражены
целыми числами:



Пусть нам нужно вычислить объём прямоугольного параллелепипеда, длина основания которого равна 20 см, ширина — 12 см и высота параллелепипеда—5 см.

Площадь основания этого параллелепипеда будет равна $20 \cdot 12 = 240$ (кв. см). Значит, на его основании в один слой можно уложить 240 кубических сантиметров. Всего таких слоев будет пять. Объём данного параллелепипеда будет равен $240 \cdot 5 = 1200$ (куб. см).

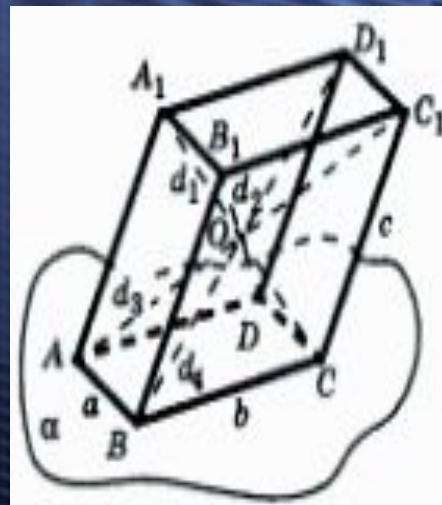
Если длину основания прямоугольного параллелепипеда обозначим через a , ширину его — через b и высоту параллелепипеда— через c , то получим формулу:
 $V = abc$, где V — объём прямоугольного параллелепипеда

Свойства диагоналей прямоугольного параллелепипеда:

Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

Сумма квадратов, диагоналей
параллелепипеда равна сумме квадратов всех
его ребер.

$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$



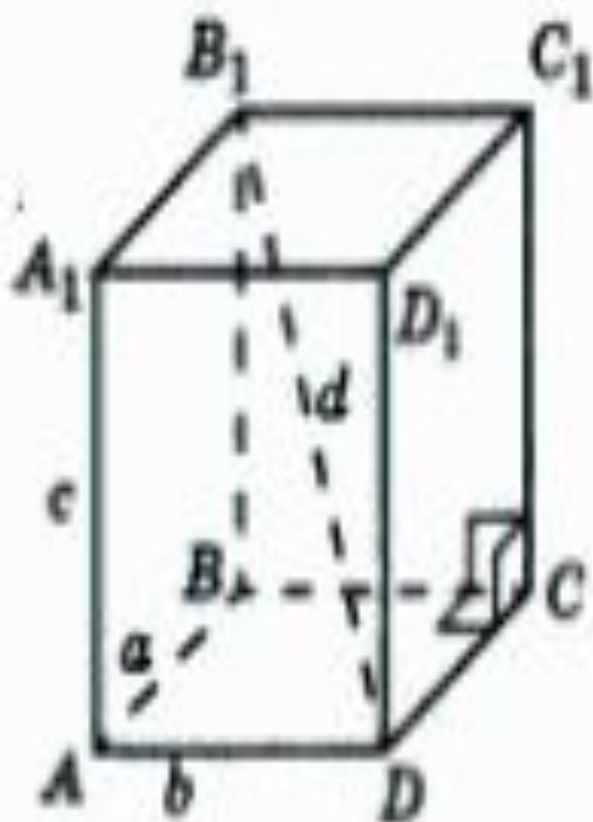
$$\begin{aligned} A_1C &= d_1; B_1D = d_2; \\ AC_1 &= d_3; \\ BD_1 &= d_4 \end{aligned}$$

Площадь поверхности
прямоугольного параллелепипеда
равна удвоенной сумме площадей
трех граней этого
параллелепипеда:

$$S = 2(S_a + S_b + S_c) = 2(ab + bc + ac)$$

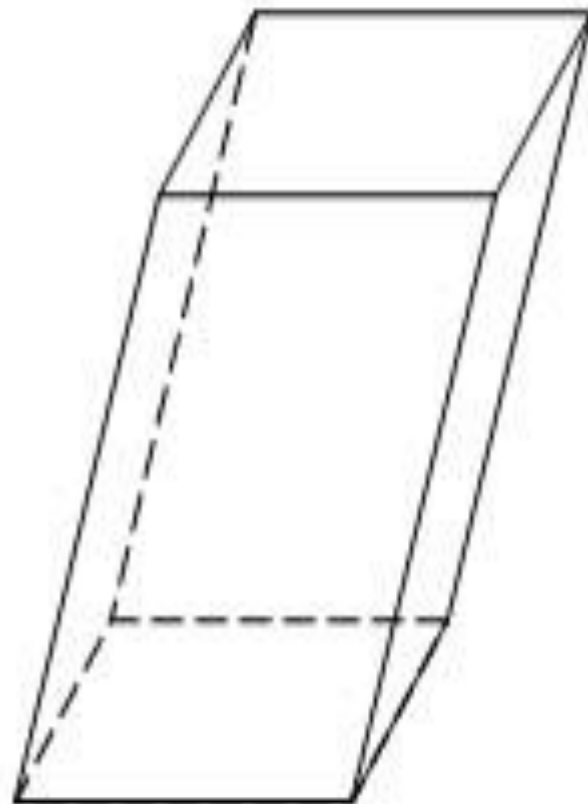
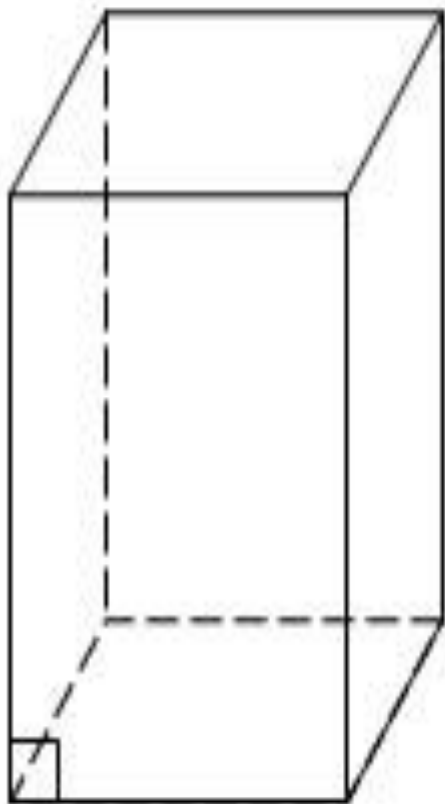
Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



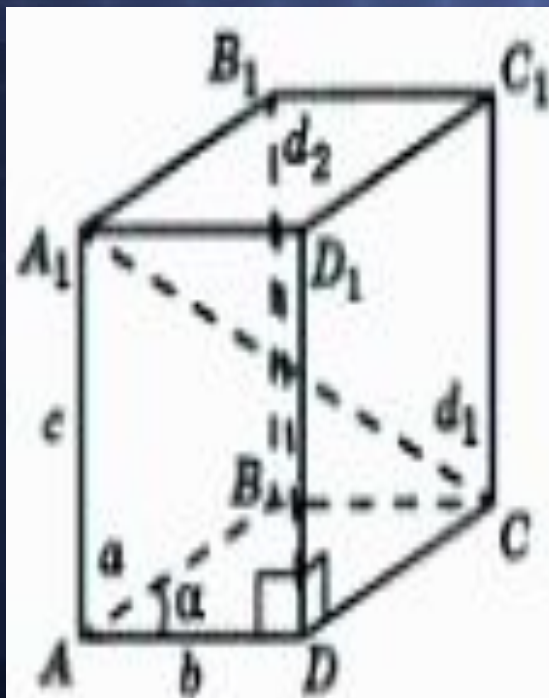
$ABCD$ — прямоугольник
 $AA_1 \perp (ABC)$, $AB \perp AD$

Прямой параллелепипед — это параллелепипед, у которого 4 боковые грани — прямоугольники.



Диагонали прямого
параллелепипеда вычисляются
по формулам:

$$d_1^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha$$



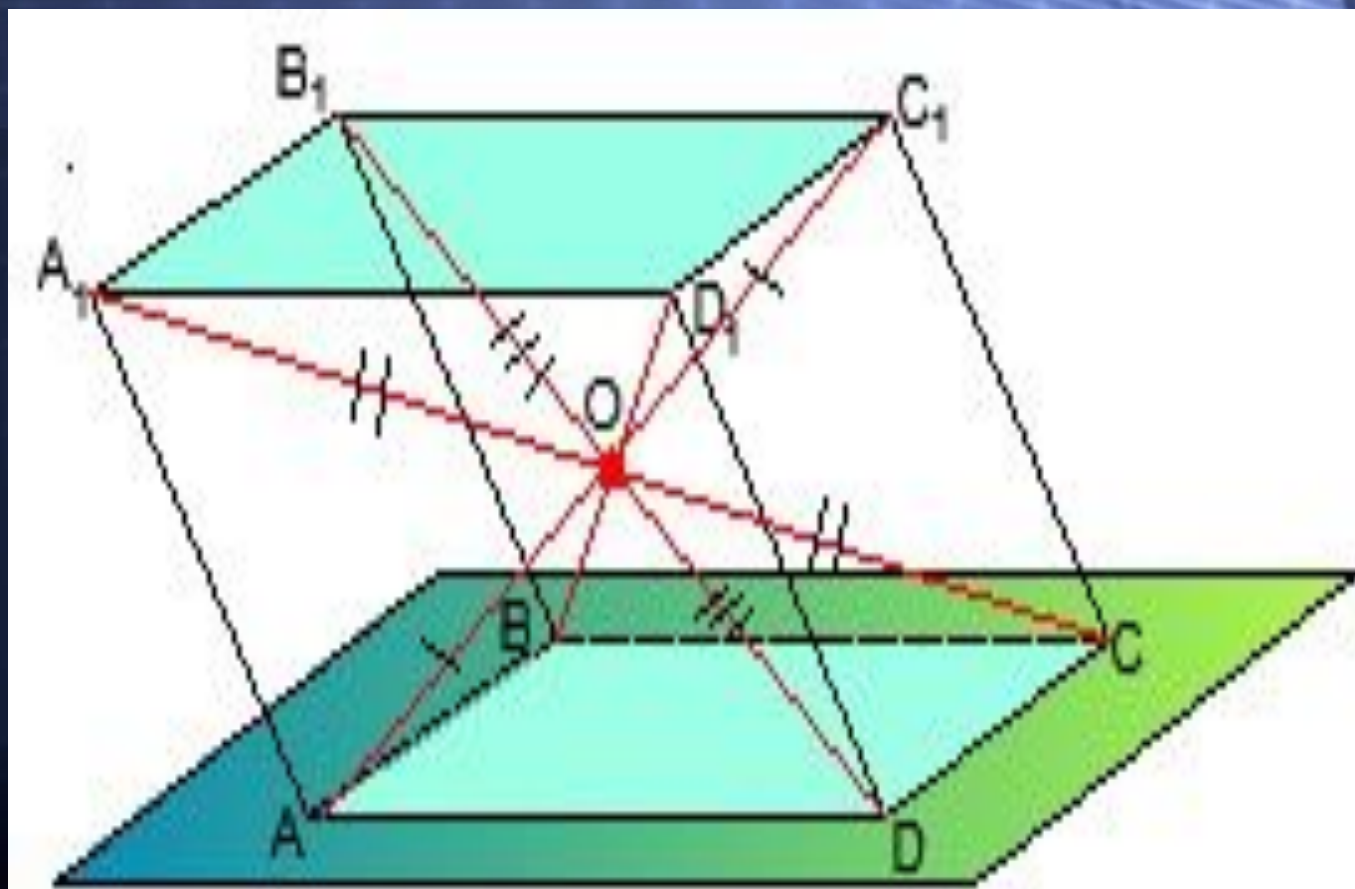
$ABCD$ — параллелограмм ($\alpha \neq 90^\circ$)

$AA_1 \perp (ABC)$

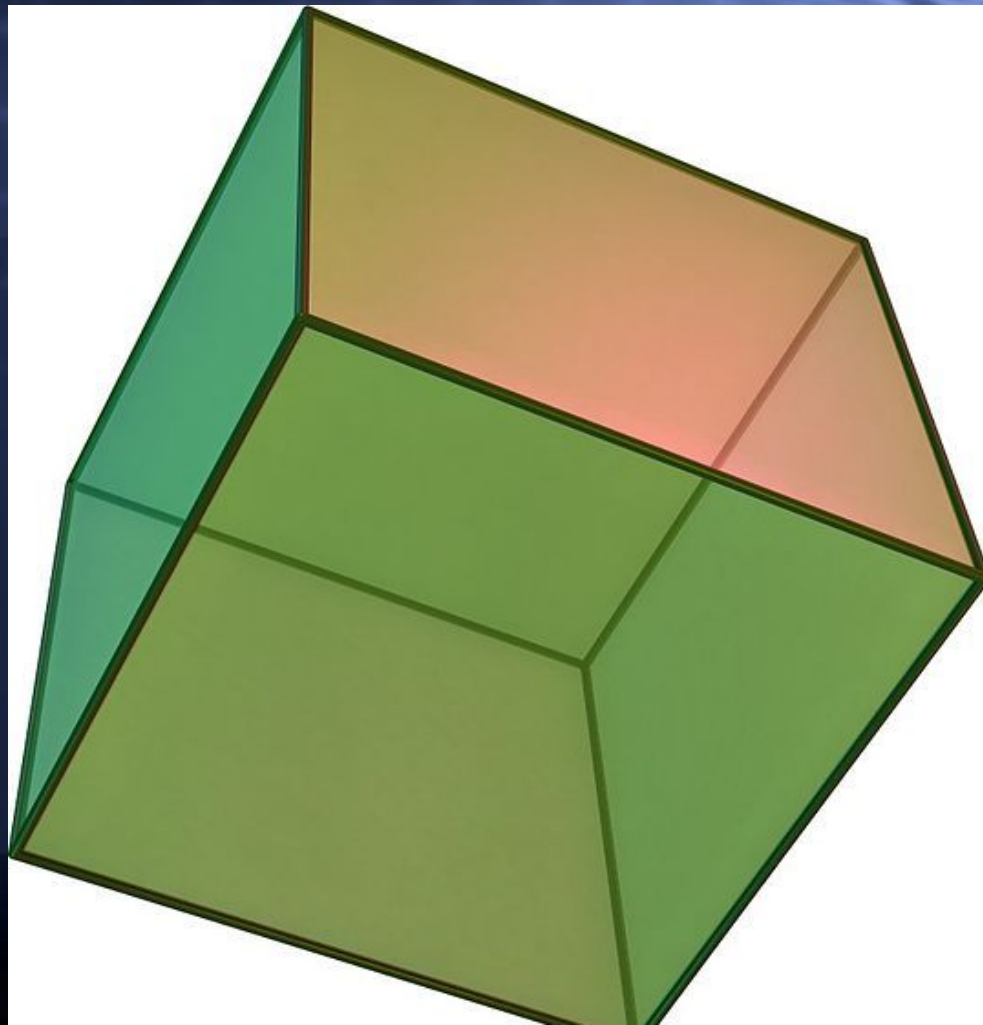
$AC_1 = A_1C = d_1;$

$BD_1 = B_1D = d_2; d_1 \neq d_2$

Наклонный параллелепипед — это параллелепипед, боковые грани которого не перпендикулярны основанию.



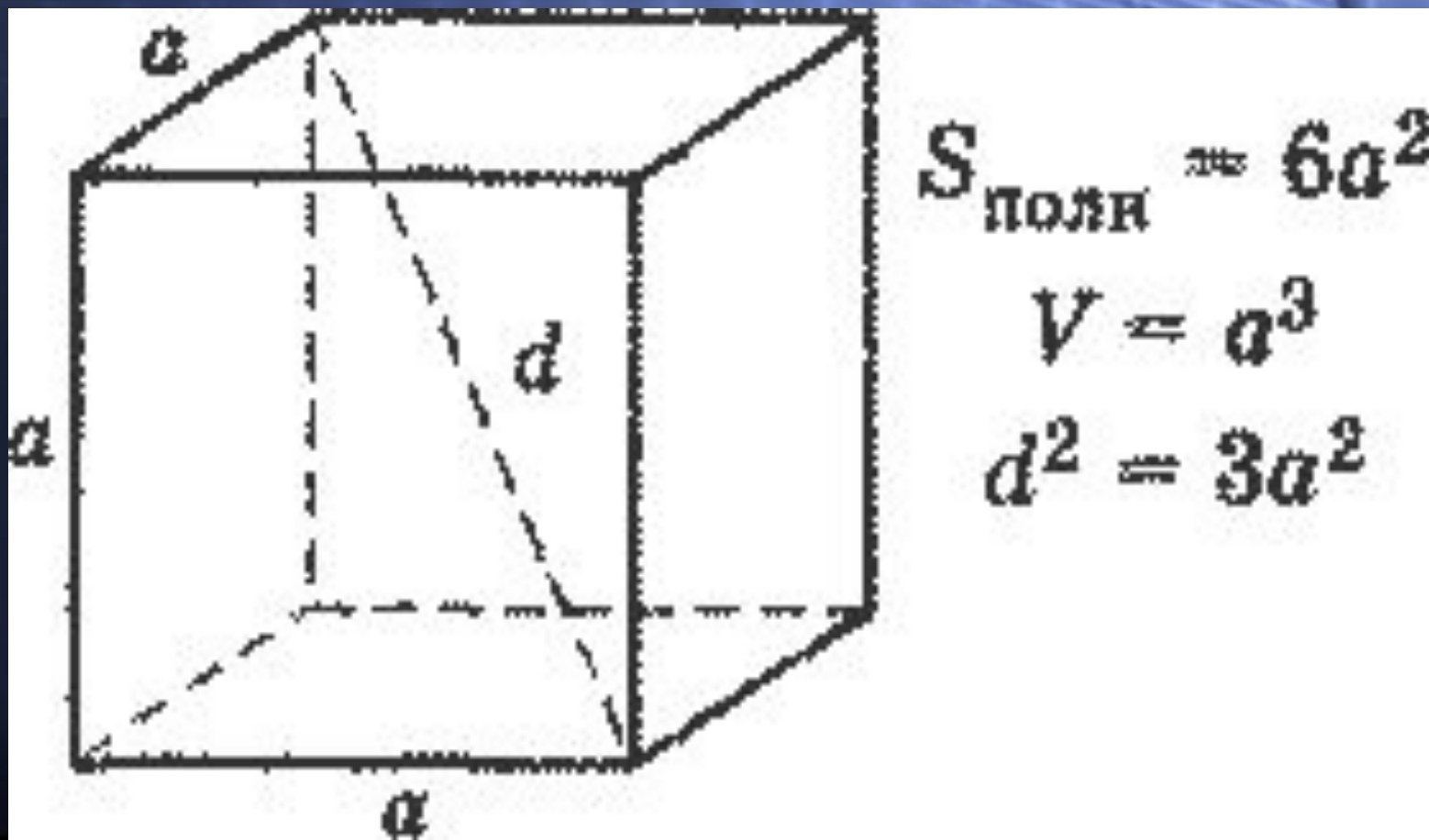
Куб — это прямоугольный параллелепипед с равными измерениями. Все шесть граней куба — равные квадраты.



Свойства куба.

1. Четыре сечения куба являются правильными шестиугольниками — эти сечения проходят через центр куба перпендикулярно четырём его главным диагоналям.
2. В куб можно вписать тетраэдр двумя способами. В обоих случаях четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами куба и все шесть рёбер тетраэдра будут принадлежать граням куба. В первом случае все вершины тетраэдра принадлежат граням трехгранного угла, вершина которого совпадает с одной из вершин куба. Во втором случае попарно скрещивающиеся ребра тетраэдра принадлежат попарно противоположным граням куба. Такой тетраэдр является правильным, а его объём составляет $1/3$ от объёма куба/
3. В куб можно вписать октаэдр, притом все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести граней куба.
4. Куб можно вписать в октаэдр, притом все восемь вершин куба будут расположены в центрах восьми граней октаэдра.
5. В куб можно вписать икосаэдр, при этом шесть взаимно параллельных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра — внутри куба. Все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба.

Диагональю куба- называют отрезок, соединяющий две вершины, симметричные относительно центра куба. Диагональ куба находится по формуле , где d — диагональ, a — ребро куба.



«Зальцбургский параллелепипед»

В свое время, в 1919 году, Чарльз Форт сделал предположение, которое могло бы объяснить происхождение странной находки, и заключалось оно в том, что «зальцбургский параллелепипед» — это ископаемый артефакт, оставленный представителями иных миров, которые в глубокой древности посещали Землю. Уже в наше время была высказана гипотеза о том, что артефакт — дело рук человека.



Сайты с информацией:

<http://www.fmclass.ru/math.php?id=4862626930263>

<http://ru.wikipedia.org>

<http://www.fxyz.ru>

Спасибо за внимание.