

Презентация на тему:

# «Параллелепипед»

Выполнила :ученица 10А класса  
МБОУСОШ№27 Павлова Ольга.

Учитель : Ветрова Людмила  
Ивановна.

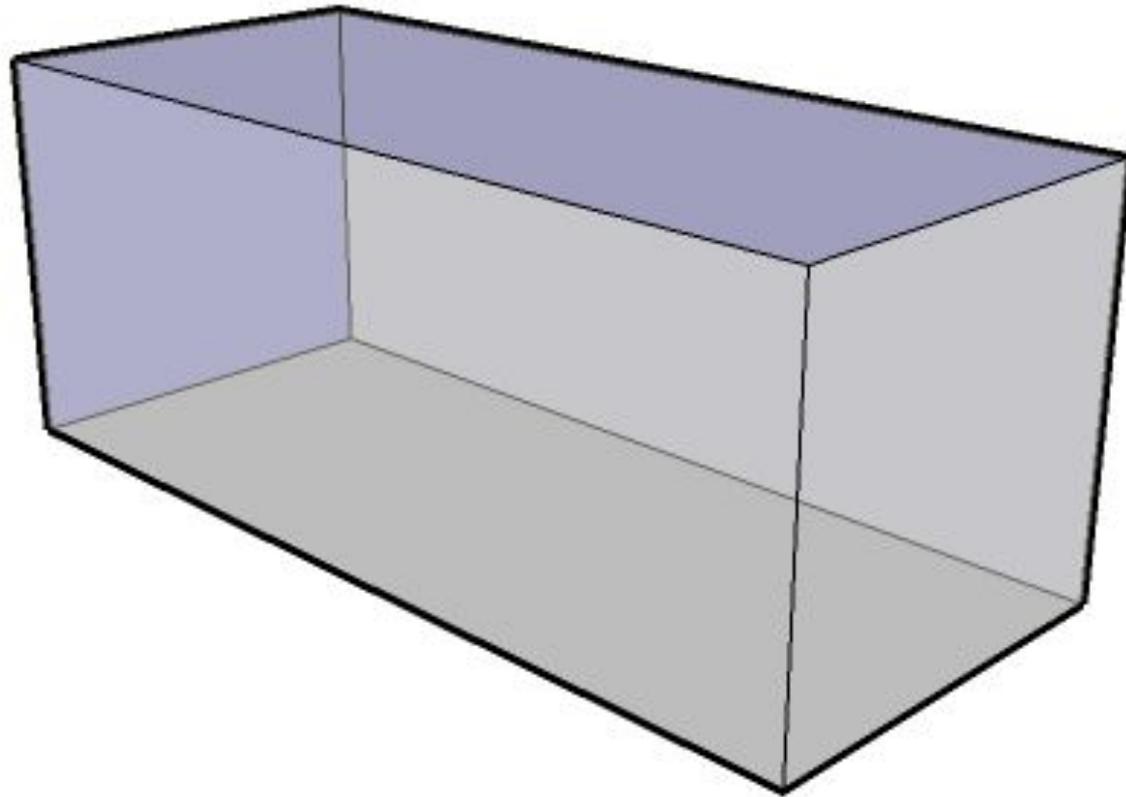
# Развитие геометрии.

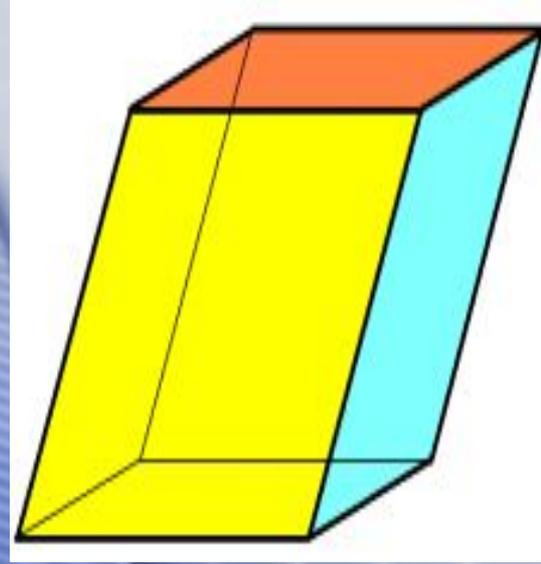
Начало геометрии было положено в древности при решении чисто практических задач. Со временем, когда накопилось большое количество геометрических фактов, у людей появилась потребность обобщения, уяснения зависимости одних элементов от других, установления логических связей и доказательств. Постепенно создавалась геометрическая наука. Примерно в VI - V вв. до н. э. в Древней Греции в геометрии начался новый этап развития. Произведения, содержащие систематическое изложение геометрии, появились в Греции еще в V до н.э., но они были вытеснены "Началами" Евклида. Геометрические знания примерно в объеме современного курса средней школы были изложены еще 2200 лет назад в "Началах" Евклида.

В XVII в. Декарт благодаря методу координат сделал возможным изучение свойств геометрических фигур с помощью алгебры. С этого времени начала развиваться аналитическая геометрия.

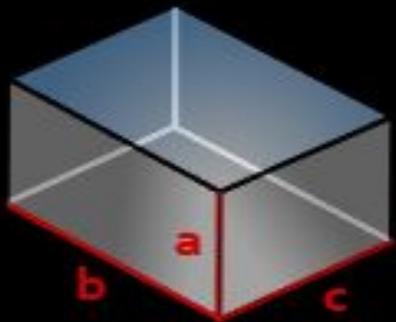
В настоящее время геометрия тесно переплетается со многими другими разделами математики. Одним из источников развития и образования новых понятий в геометрии, как и в других областях математики, являются современные задачи естествознания, физики и техники.

# Параллелепипед.





**Параллелепипед** - (от греч. παράλλος — параллельный и греч. επιπέδον — плоскость) — призма, основанием которой служит параллелограмм, или (равносильно) многогранник, у которого шесть граней и каждая из них — параллелограмм.



# Основные элементы параллелепипеда:

1. Две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, называются противоположными, а имеющие общее ребро — смежными.

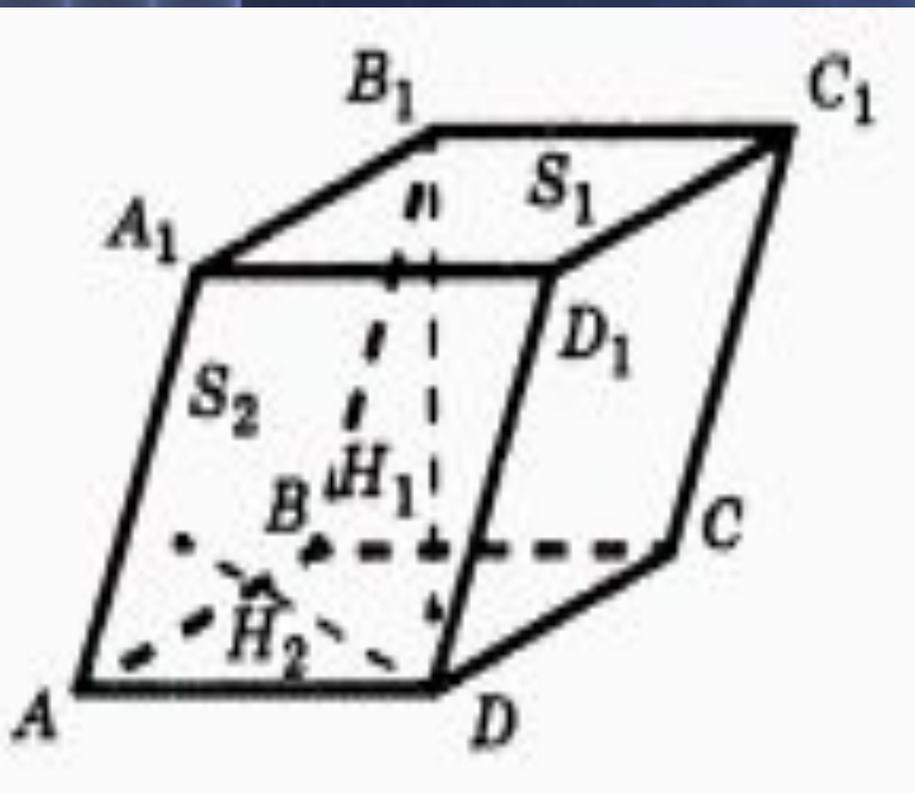
2. Две вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной грани, называются противоположными.

3. Отрезок, соединяющий противоположные вершины, называется диагональю параллелепипеда.

4. Длины трёх рёбер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, называют его измерениями.

У параллелепипедов и только у них любую пару параллельных граней можно принять за основания.

В зависимости от выбора оснований можно рассмотреть три высоты.



# Свойства параллелепипеда:

1. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.

2. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

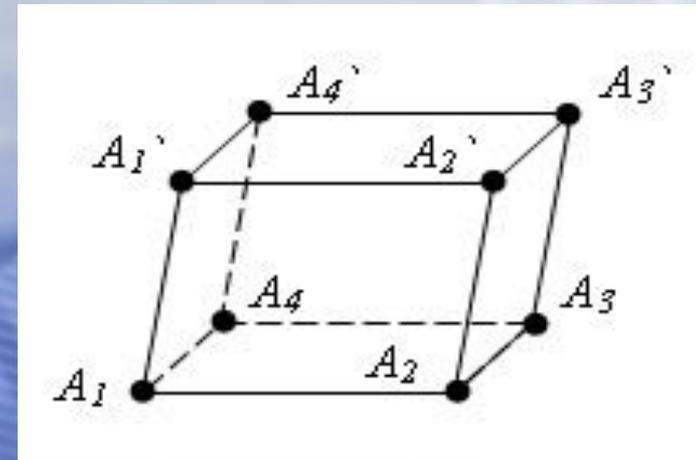
3. Боковые грани прямого параллелепипеда — прямоугольники.

4. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

## Теорема:

У параллелепипеда  
противолежащие грани  
параллельны и равны.

## Доказательство



Возьмем любые две противолежащие грани параллелепипеда:  $A_1A_2A_2'A_1'$  и  $A_3A_4A_4'A_3'$ . Так как все грани параллелепипеда – параллелограммы, то прямая  $A_1A_2$  параллельна прямой  $A_4A_3$ , а прямая  $A_1A_1'$  параллельна прямой  $A_4A_4'$ . Следовательно плоскости рассматриваемых граней параллельны.

Так как грани параллелепипеда – параллелограммы, то отрезки  $A_1A_4$ ,  $A_1'A_4'$ ,  $A_2'A_3'$  и  $A_2A_3$  – параллельны и равны. Следовательно грань  $A_1A_2A_2'A_1'$  совмещается параллельным переносом вдоль ребра  $A_1A_4$  с гранью  $A_3A_4A_4'A_3'$  и, значит, грани равны.

Точно также доказывается параллельность и равенство других противолежащих граней параллелепипеда. Теорема доказана.

**Теорема:** Параллелепипед симметричен относительно середины его диагонали.

**Важные свойства параллелепипеда:**

1. Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности параллелепипеда и проходящий через середину его диагонали, делится ею пополам; в частности, все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.
2. Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны.

# Произвольный параллелепипед.

Объём и соотношения в наклонном параллелепипеде часто определяются с помощью векторной алгебры. Объём параллелепипеда равен абсолютной величине смешанного произведения трёх векторов, определяемых тремя сторонами параллелепипеда, исходящими из одной вершины.

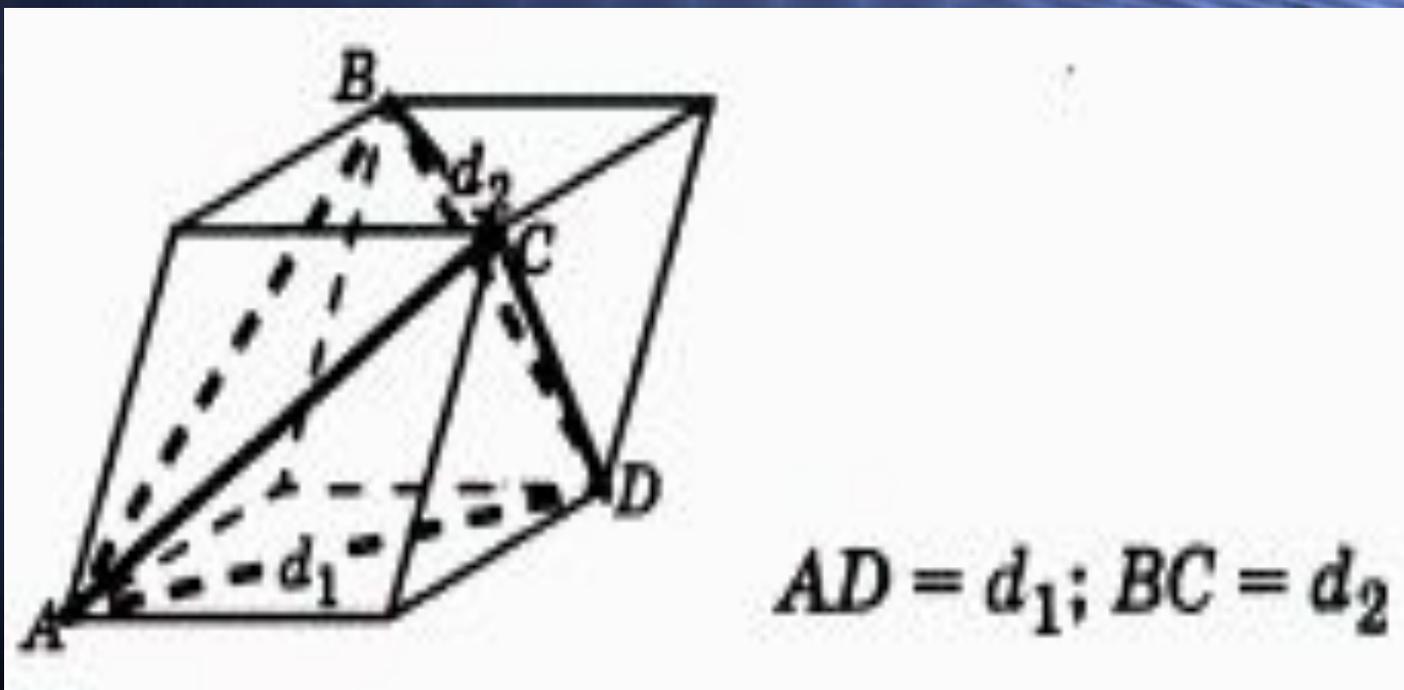
Соотношение между длинами сторон параллелепипеда и углами между ними даёт утверждение, что определитель Грама указанных трёх векторов равен квадрату их смешанного произведения

Объем параллелепипеда:

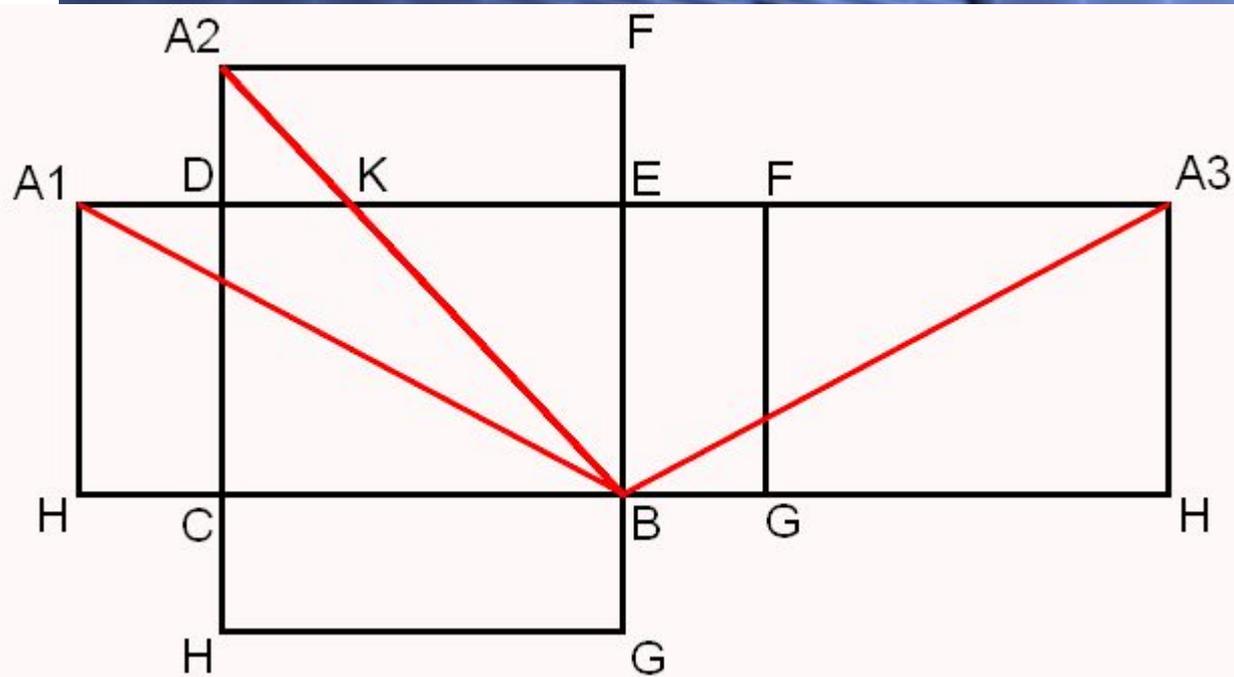
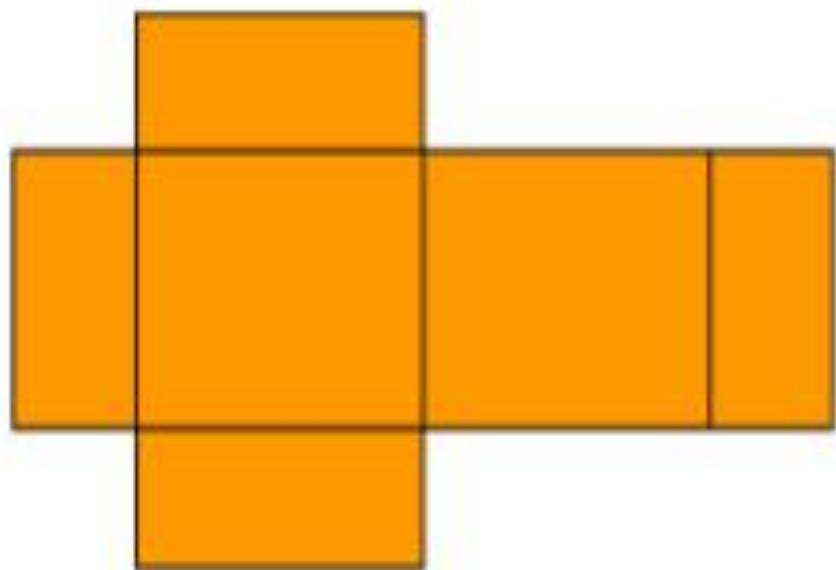
$$V = H_1 S_1 = H_2 S_2 = H_3 S_3$$

В параллелепипед можно вписать тетраэдр.

Объем такого тетраэдра равен  $\frac{1}{3}$  части объема параллелепипеда.



Вот так параллелепипед выглядит  
в развертке.



# Различается несколько типов параллелепипедов:

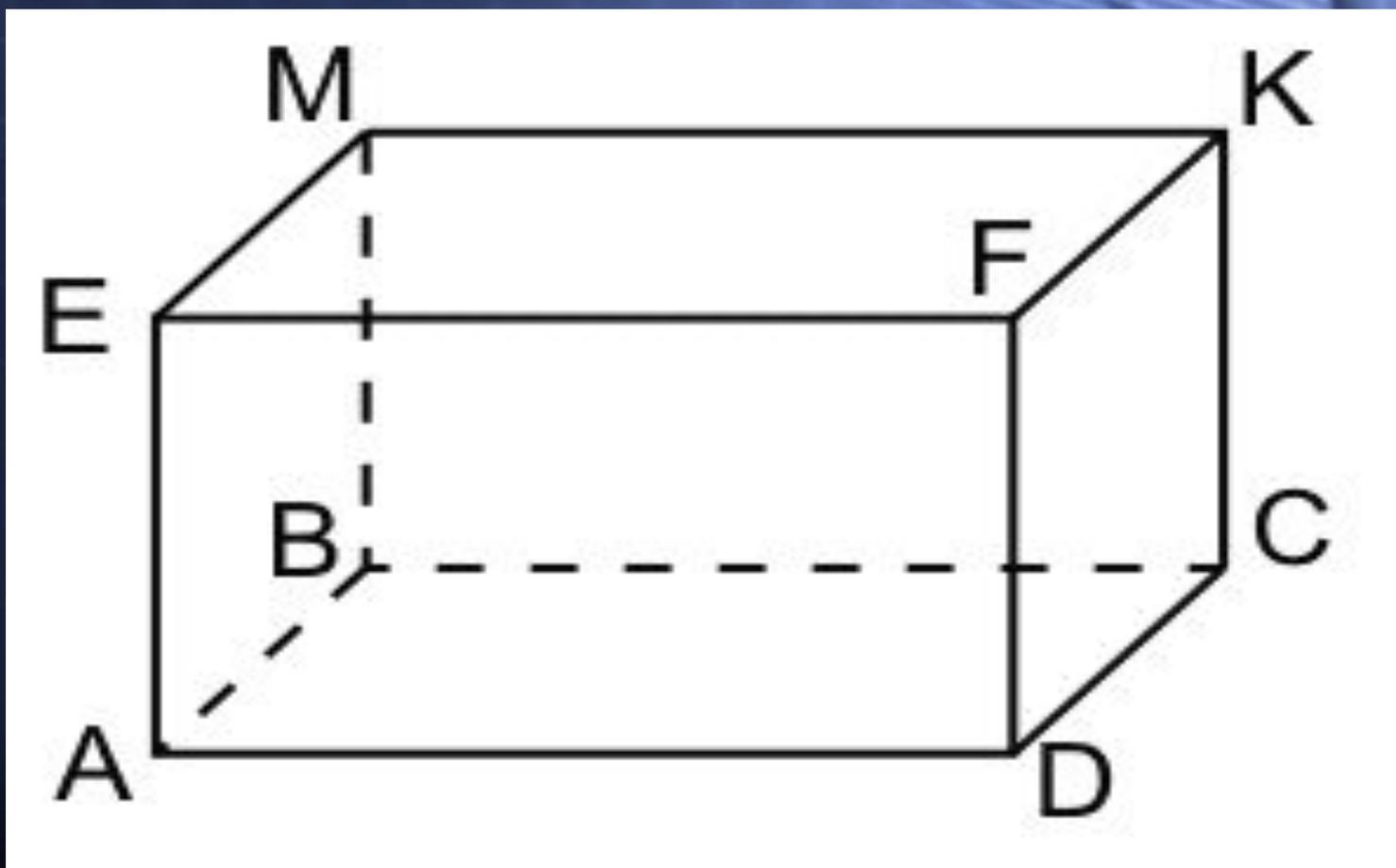
1. Прямоугольный параллелепипед.

2. Прямой параллелепипед.

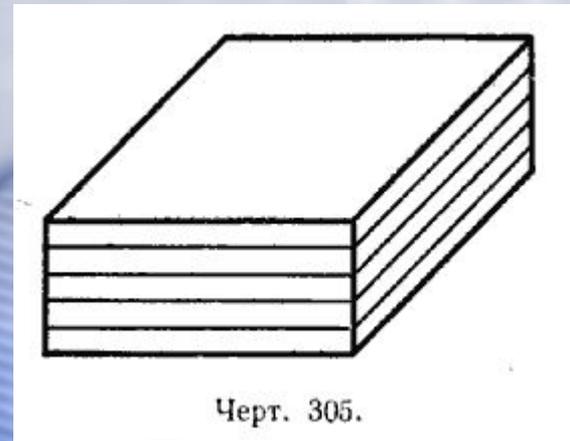
3. Наклонный параллелепипед.

4. Куб.

Прямоугольный параллелепипед — это параллелепипед, у которого все грани — прямоугольники;



Вывод формулы объёма  
прямоугольного параллелепипеда,  
измерения которого выражены  
целыми числами:



Пусть нам нужно вычислить объём прямоугольного параллелепипеда, длина основания которого равна 20 см, ширина — 12 см и высота параллелепипеда—5 см.

Площадь основания этого параллелепипеда будет равна  $20 \cdot 12 = 240$  (кв. см). Значит, на его основании в один слой можно уложить 240 кубических сантиметров. Всего таких слоев будет пять. Объём данного параллелепипеда будет равен  $240 \cdot 5 = 1200$  (куб. см).

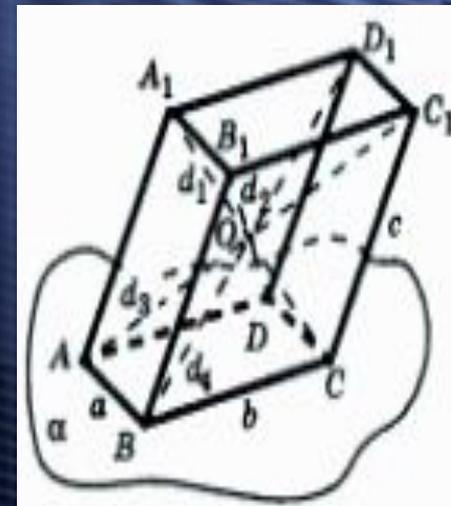
Если длину основания прямоугольного параллелепипеда обозначим через  $a$ , ширину его — через  $b$  и высоту параллелепипеда— через  $c$ , то получим формулу:  
 $V = abc$ , где  $V$  — объём прямоугольного параллелепипеда

# Свойства диагоналей прямоугольного параллелепипеда:

Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

Сумма квадратов, диагоналей  
параллелепипеда равна сумме квадратов всех  
его ребер.

$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$



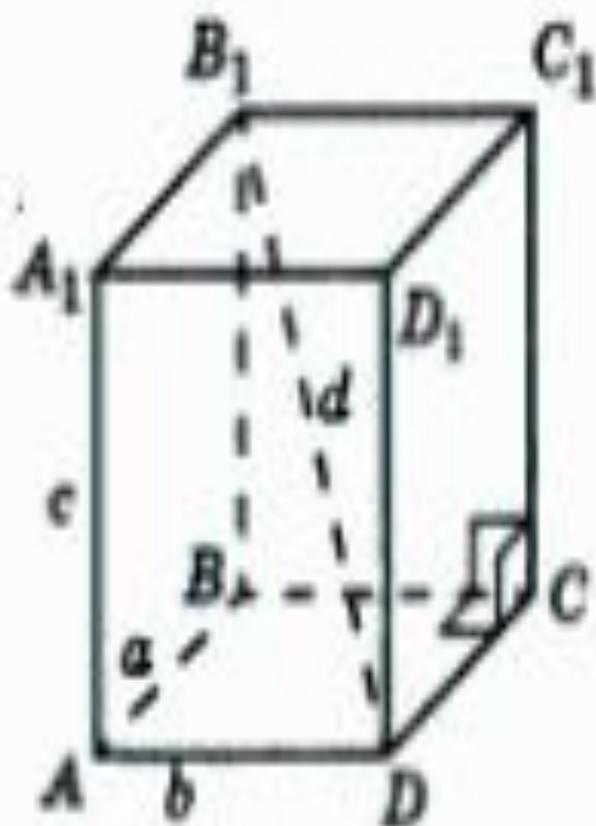
$$\begin{aligned} A_1C &= d_1; B_1D = d_2; \\ AC_1 &= d_3; \\ BD_1 &= d_4 \end{aligned}$$

Площадь поверхности  
прямоугольного параллелепипеда  
равна удвоенной сумме площадей  
трех граней этого  
параллелепипеда:

$$S = 2(S_a + S_b + S_c) = 2(ab + bc + ac)$$

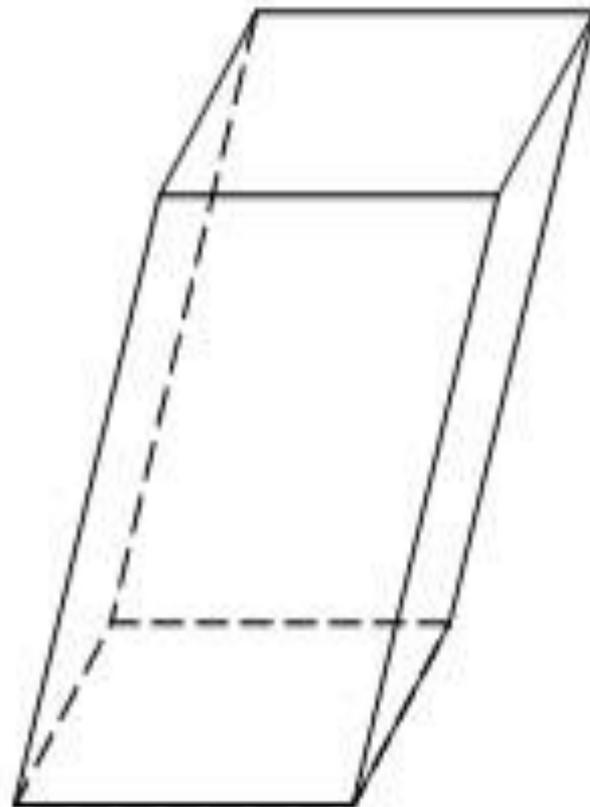
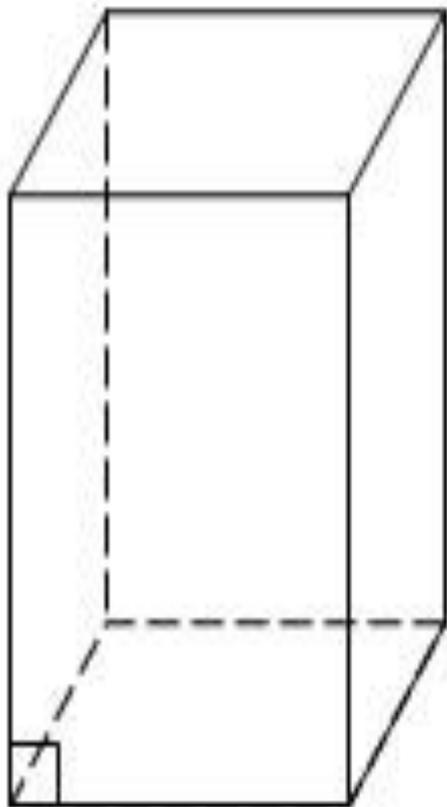
Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



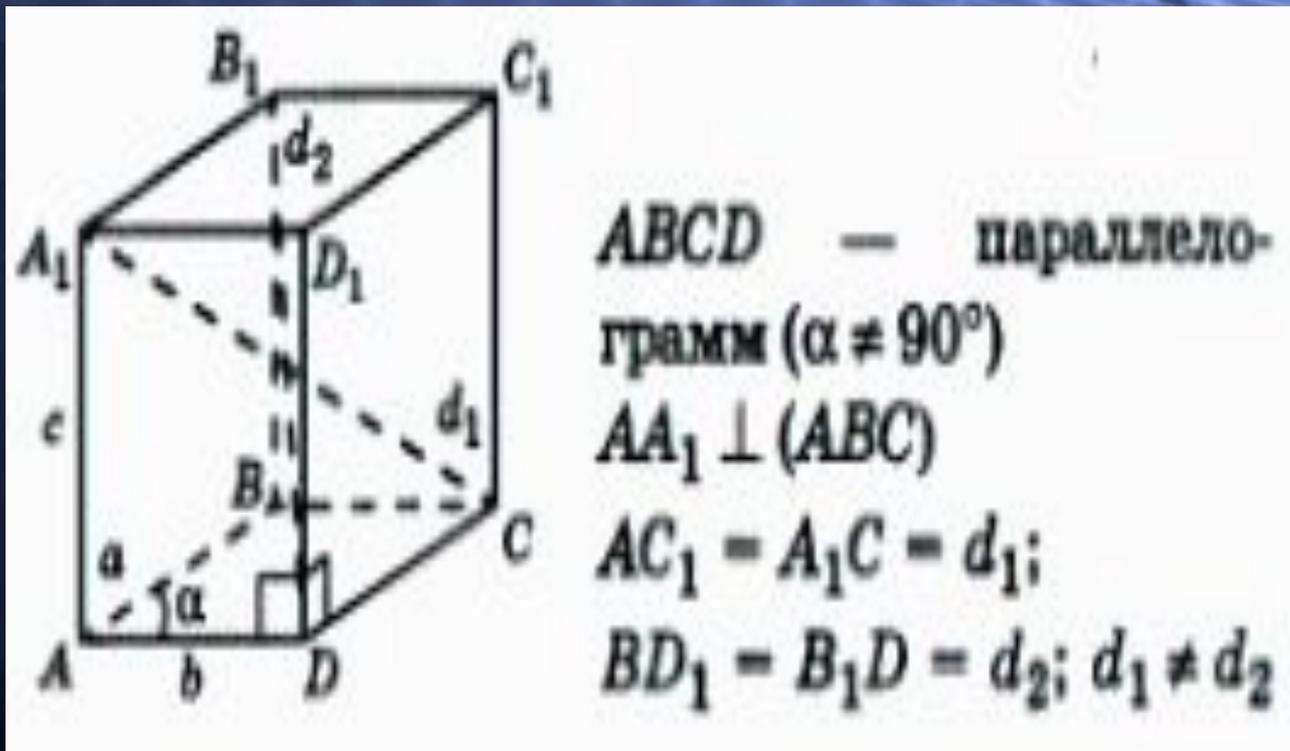
$ABCD$  — прямоугольник  
 $AA_1 \perp (ABC)$ ,  $AB \perp AD$

Прямой параллелепипед — это параллелепипед, у которого 4 боковые грани — прямоугольники.

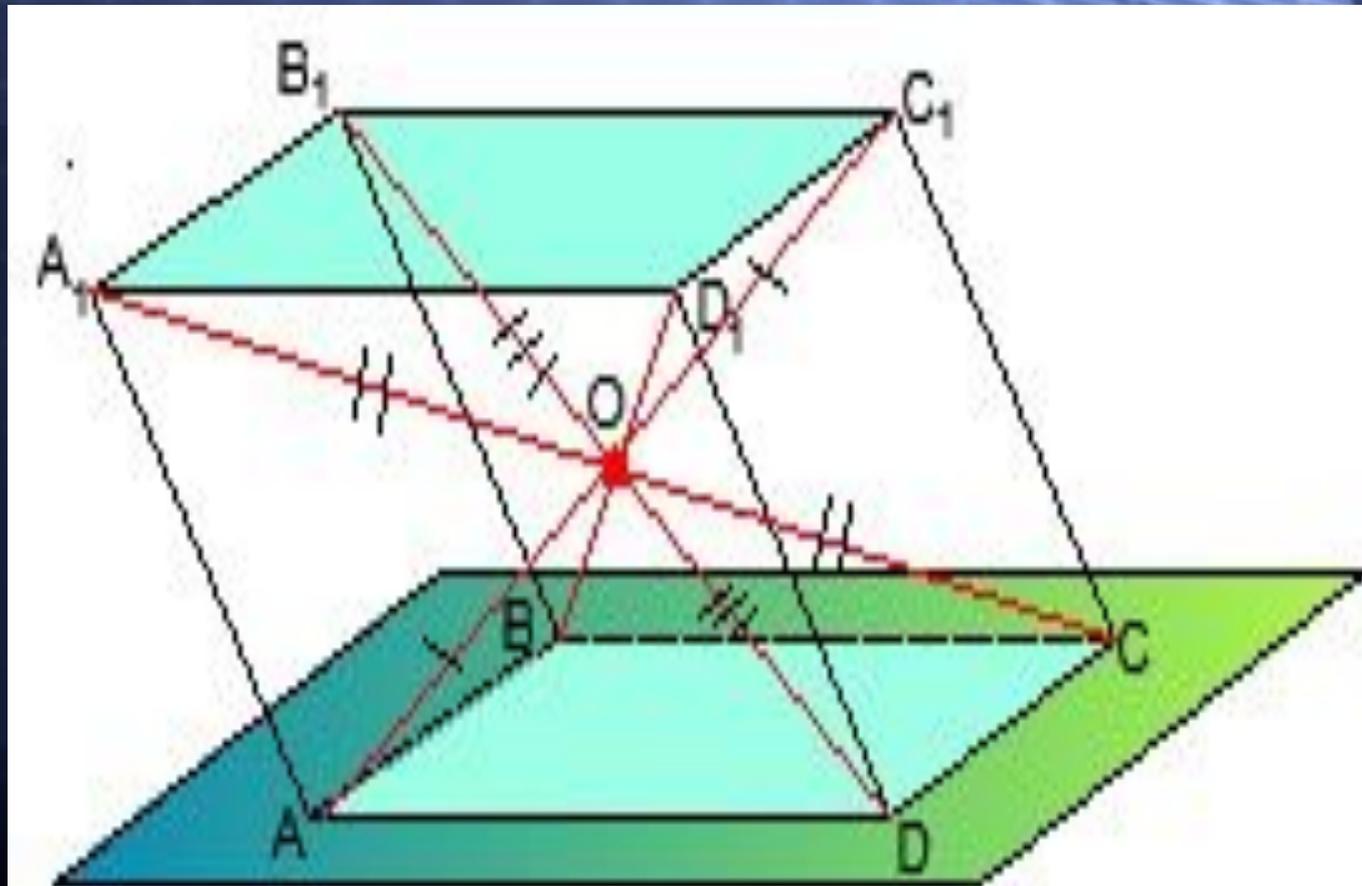


Диагонали прямого  
параллелепипеда вычисляются  
по формулам:

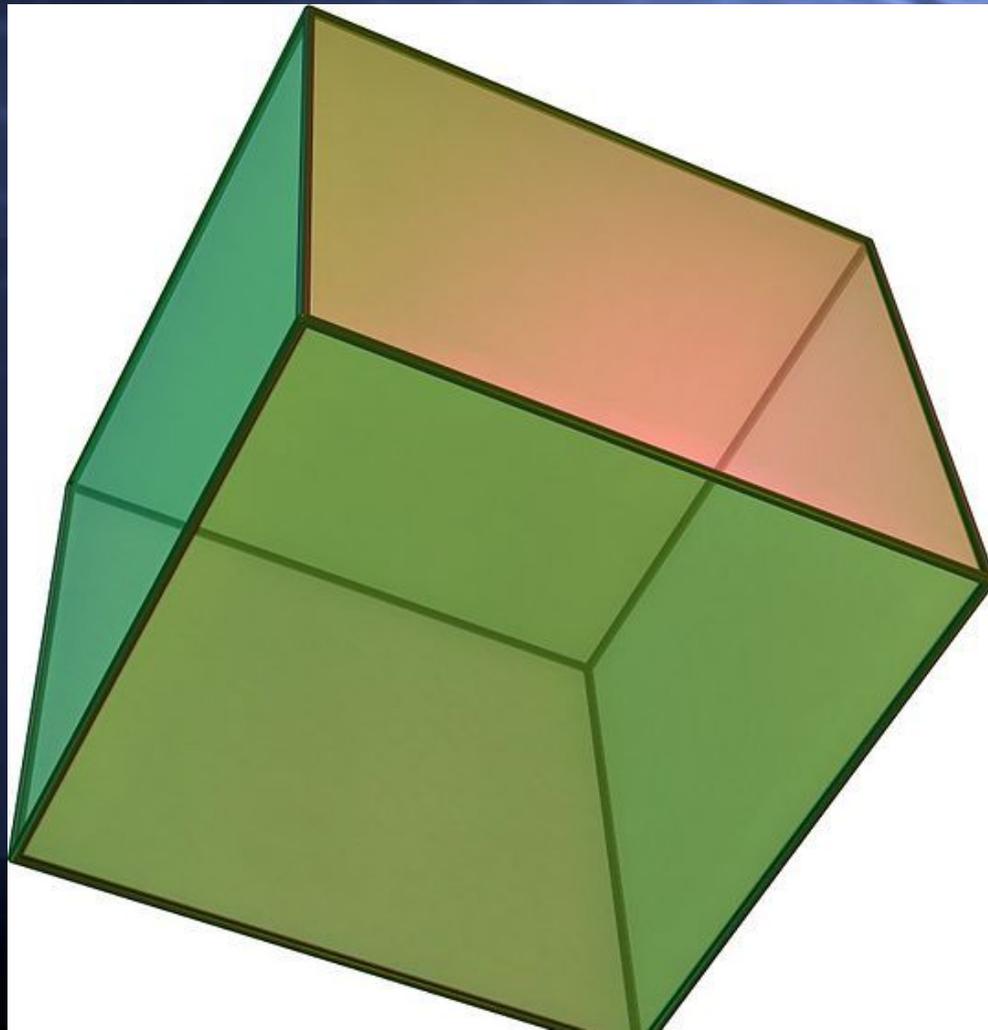
$$d_1^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha$$



Наклонный параллелепипед — это параллелепипед, боковые грани которого не перпендикулярны основанию.



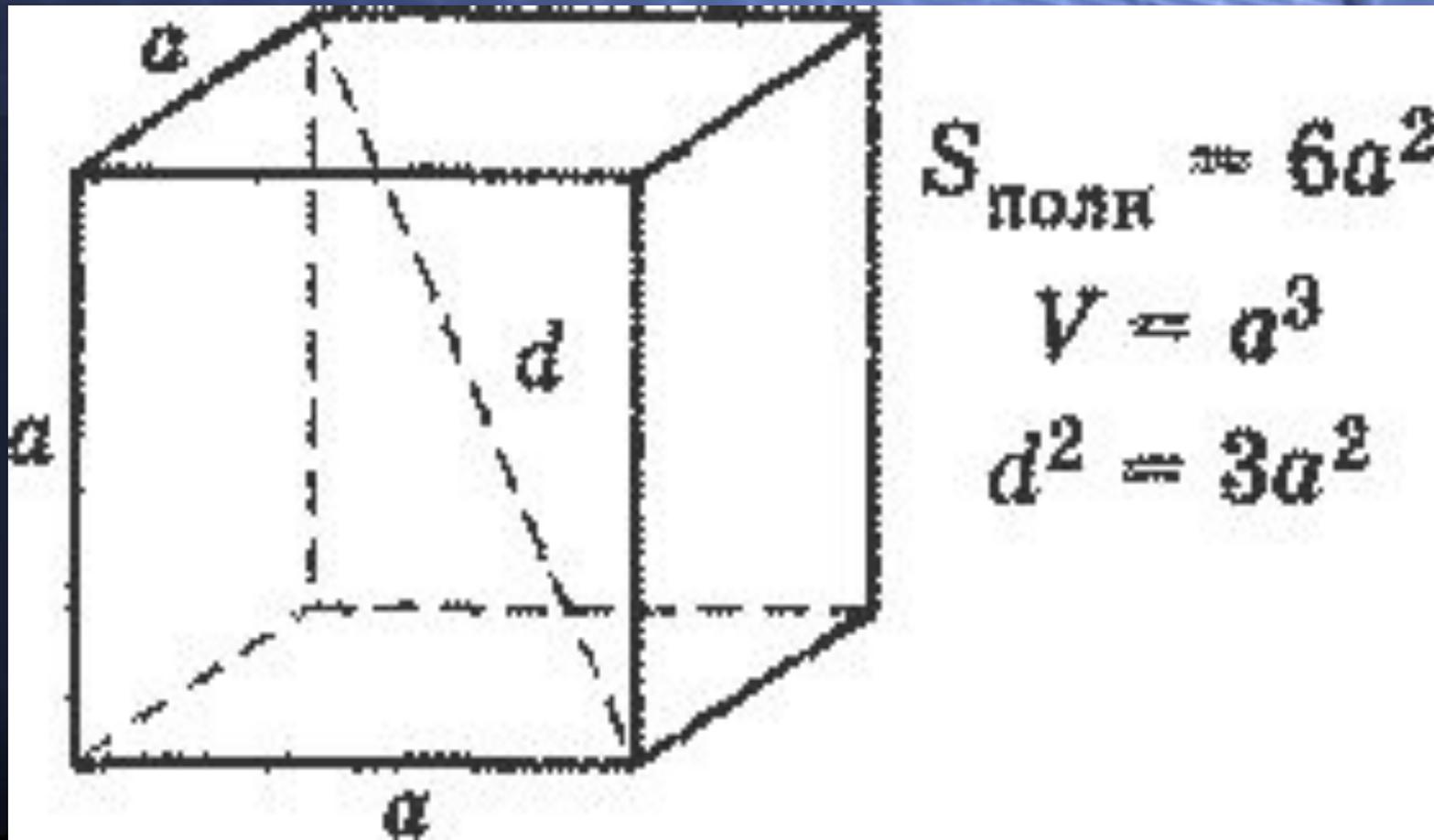
**Куб** — это прямоугольный параллелепипед с равными измерениями. Все шесть граней куба — равные квадраты.



# Свойства куба.

1. Четыре сечения куба являются правильными шестиугольниками — эти сечения проходят через центр куба перпендикулярно четырём его главным диагоналям.
2. В куб можно вписать тетраэдр двумя способами. В обоих случаях четыре вершины тетраэдра будут совмещены с четырьмя вершинами куба и все шесть рёбер тетраэдра будут принадлежать граням куба. В первом случае все вершины тетраэдра принадлежат граням трехгранного угла, вершина которого совпадает с одной из вершин куба. Во втором случае попарно скрещивающиеся ребра тетраэдра принадлежат попарно противоположным граням куба. Такой тетраэдр является правильным, а его объём составляет  $\frac{1}{3}$  от объёма куба/
3. В куб можно вписать октаэдр, притом все шесть вершин октаэдра будут совмещены с центрами шести граней куба.
4. Куб можно вписать в октаэдр, притом все восемь вершин куба будут расположены в центрах восьми граней октаэдра.
5. В куб можно вписать икосаэдр, при этом шесть взаимно параллельных рёбер икосаэдра будут расположены соответственно на шести гранях куба, остальные 24 ребра — внутри куба. Все двенадцать вершин икосаэдра будут лежать на шести гранях куба.

Диагональю куба- называют отрезок, соединяющий две вершины, симметричные относительно центра куба. Диагональ куба находится по формуле , где  $d$  — диагональ,  $a$  — ребро куба.



# «Зальцбургский параллелепипед»

В свое время, в 1919 году, Чарльз Форт сделал предположение, которое могло бы объяснить происхождение странной находки, и заключалось оно в том, что «зальцбургский параллелепипед» — это ископаемый артефакт, оставленный представителями иных миров, которые в глубокой древности посещали Землю. Уже в наше время была высказана гипотеза о том, что артефакт — дело рук человека.



# Сайты с информацией:

<http://www.fmclass.ru/math.php?id=4862626930263>

<http://ru.wikipedia.org>

<http://www.fxyz.ru>

Спасибо за внимание.