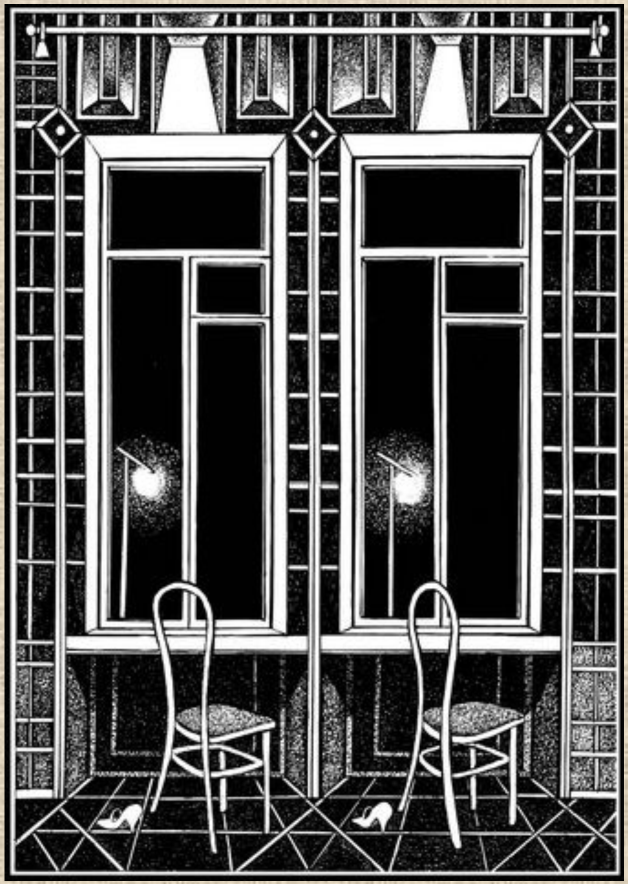
Урок геометрии в 10 классе по теме «Параллельность плоскостей»

Учитель математики
ГОУ Гимназии № 1579
Ягодкина Е.Б.

«Параллельный мир - нечто, состоящее из слов и линий»

Помню снов тоску.
Тогда перед зеркалом стоял
и взгляд находил,
растворял.
Мысли бились друг о друга.
Так, бильярдные шары у вечерней
пустоты
откалывают штукатурку звуков.
Так, будильник-сфинкс равнодушно
и угрюмо
кожу чувств царапает, глотает.
Но в молчанье свой предел.
Всполохнутся мошки бликов,
солнце-сердце растопит все снега.
Это прошлое взбунтует
и вздохнет уснувшая мечта.

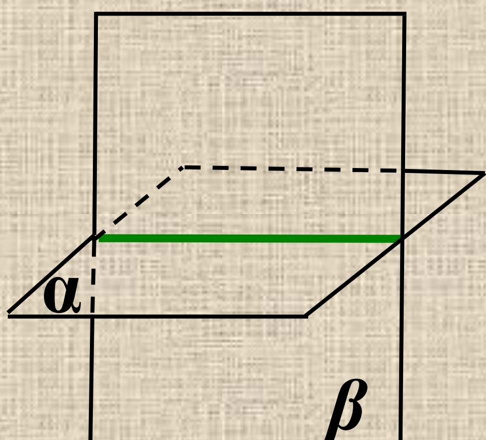
Анатолий Кудрявцев



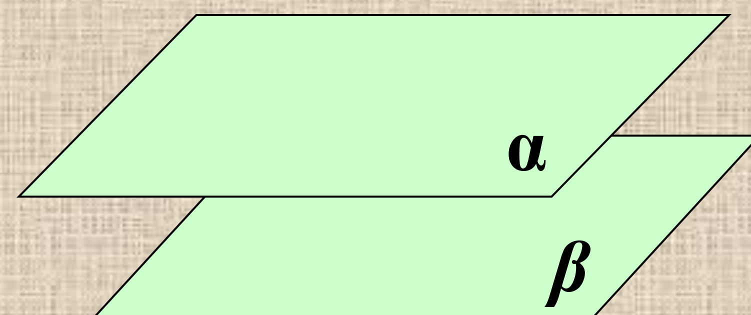
Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

Плоскости

Пересекаются | **Параллельны**



$$\alpha \cap \beta$$

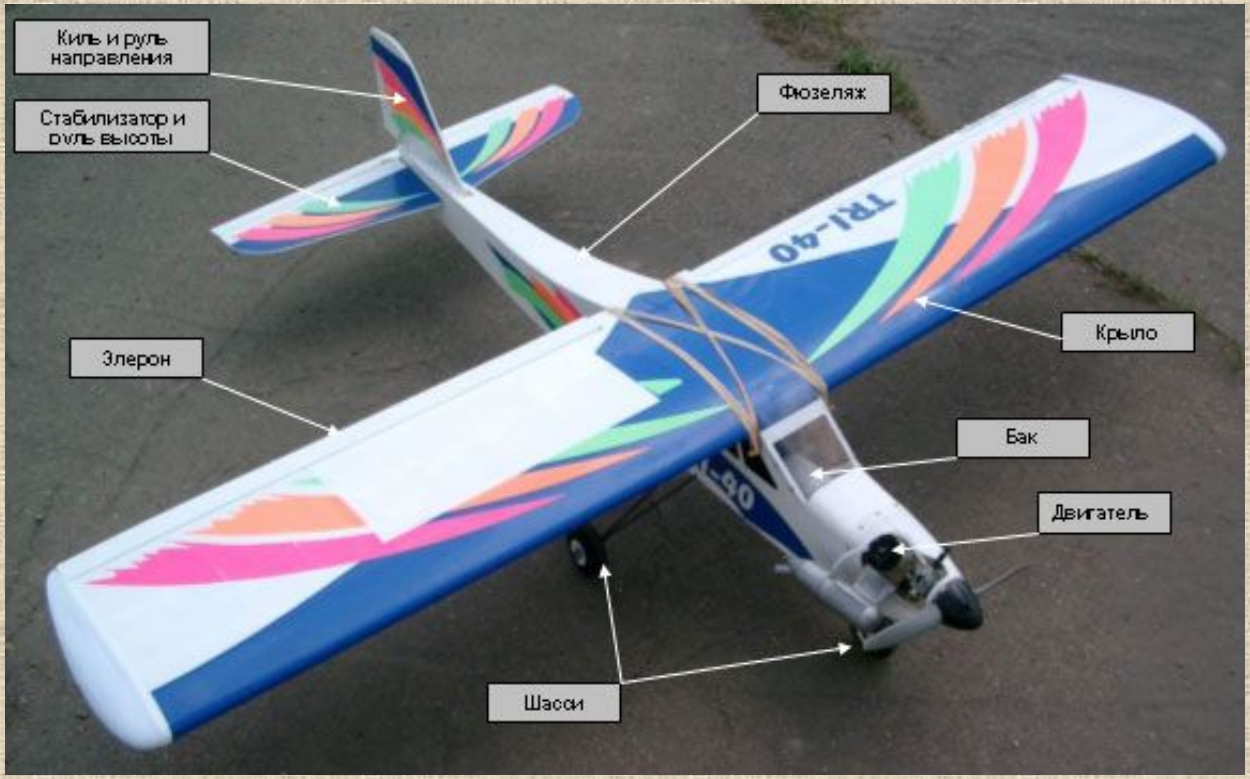


$$\alpha \parallel \beta$$

Параллельные плоскости в природе

Если стоять спиной к водопаду, скалы образуют геометрически правильные параллельные плоскости

Параллельные плоскости в технике



Параллельные плоскости «летают»

Параллельные плоскости в быту

- В своей сущности и основе геометрия –это пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой
- В ней всегда присутствуют эти два неразрывно связанных элемента: наглядная картина и точная формулировка, строгий логический вывод.
- Там, где нет одной из этих сторон, нет и подлинной геометрии.

Параллельные плоскости в искусстве

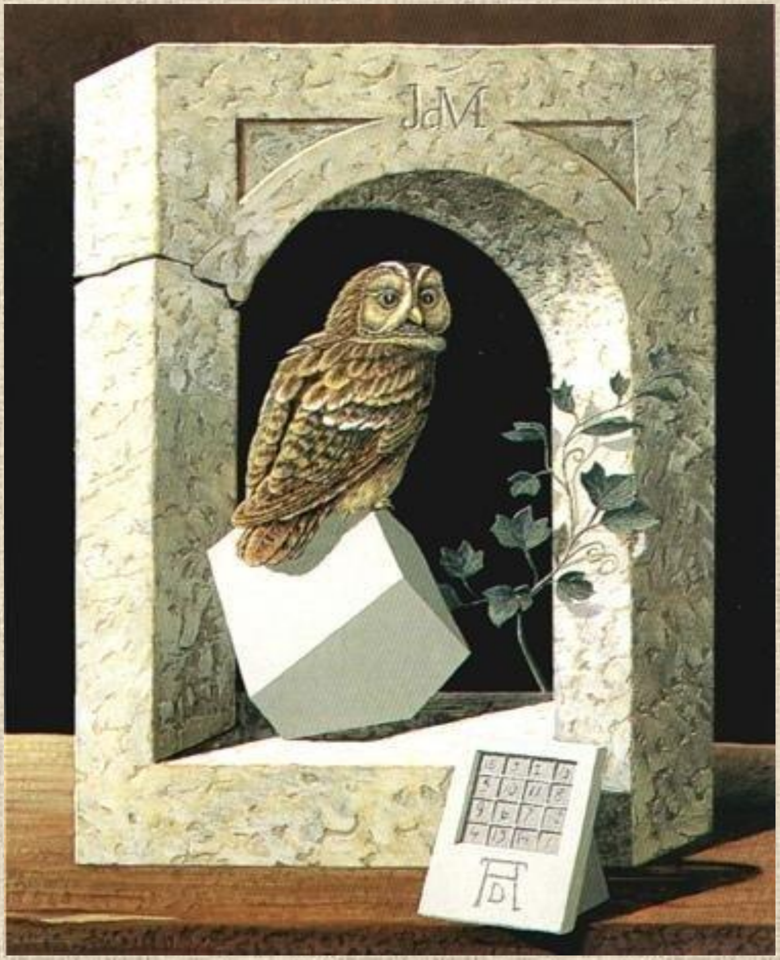
- **Д.Грин**
- **«Мечты»**

- *Силуэты мальчика расположены в параллельных плоскостях*

Невозможные структуры Жос Де Мей.(Jos de Mey)

- Жос де Мей (Jos de Mey) родился в 1928 году в Бельгии. Первые его работы были основаны на использовании различных математических законов и последовательностей, таких как ряд Фибоначчи и золотое сечение, но с 1976 года он с особой выразительностью стал использовать обман зрения, наряду с точным воспроизведением материалов и эффекта света и тени. Изображение невозможных фигур как таковых только увеличивает кажущуюся реалистичность.

Невозможные структуры
Жос Де Мей.(Jos de Mey)



- Часто на картинах Жоса де Мея изображена сова.
- Эта птица в Голландии имеет двоякое значение, с одной стороны – она является символом теоретических знаний, а с другой стороны – совой голландцы называют человека, которые выглядит глупо.

Невозможные фигуры возможны!

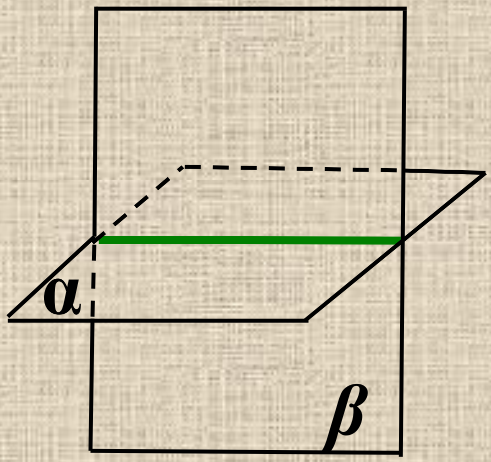
- Речной вокзал в Твери. Кстати, это место, где снимали несколько сцен фильма "Чучело". От этой пристани в финале фильма отходит пароход. Неправильно направленный на объект фотоаппарат сделал параллельные плоскости непараллельными

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

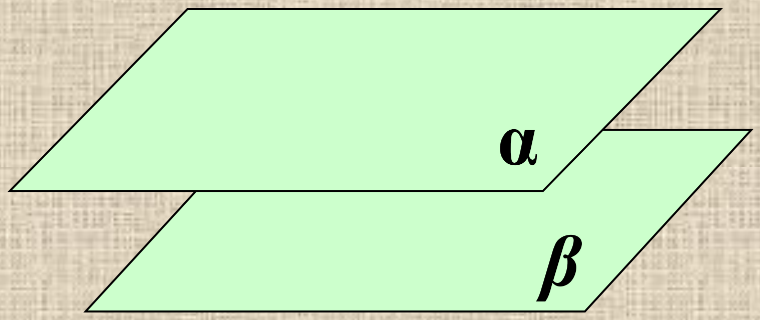
Плоскости

Пересекаются

Параллельны



$\alpha \cap \beta$



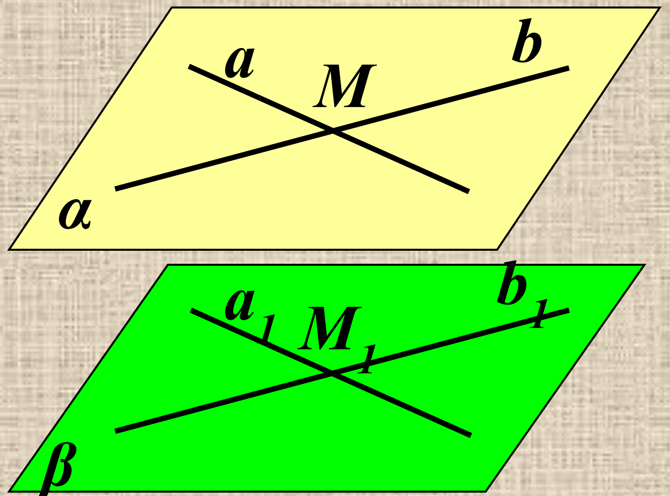
$\alpha \parallel \beta$

Признак параллельности плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Дано:

- $a \subset \alpha$; $в \subset \alpha$; $a \cap в = M$;
- $a_1 \subset \beta$; $в_1 \subset \beta$;
- $a \parallel a_1$; $в \parallel в_1$
- *Доказать,*
- *что* $\alpha \parallel \beta$



Доказательство от противного

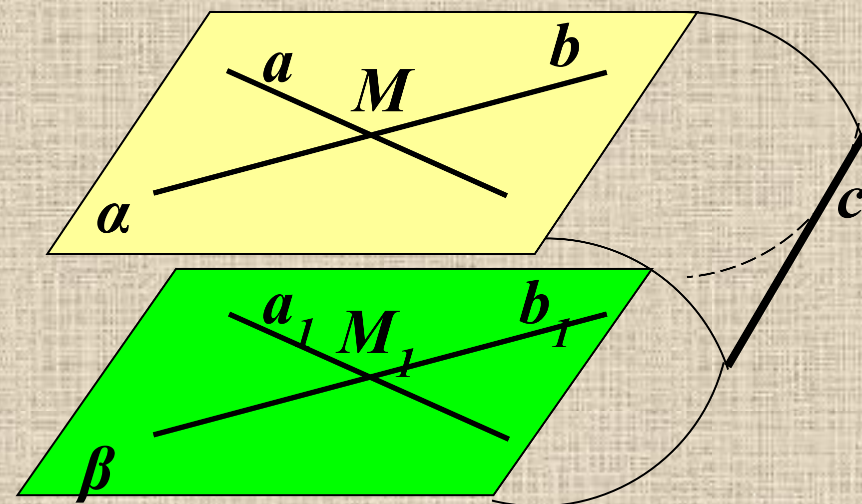
- $a \subset \alpha;\ a_1 \subset \beta;\ a \| a_1$ □ $a \| \beta$

  $в \subset \alpha;\ в_1 \subset \beta;\ в \| в_1$ □ $в \| \beta$

- Пусть $\alpha \cap \beta = c$
- Тогда
- $a \parallel \beta,\ \alpha \cap \beta = c$ □ $a \parallel c$.
- $b \parallel \beta,\ \alpha \cap \beta = c$ □ $b \parallel c$.

- $a \cap в = M;\ a \| c;$ и $в \| c$ □ $a \| b$

- Находим противоречие условию: через точку M проходят две прямые a и b, параллельные прямой c.
- Предположение $\alpha \cap \beta = c$ - неверно



Какие теоремы мы использовали при доказательстве признака?

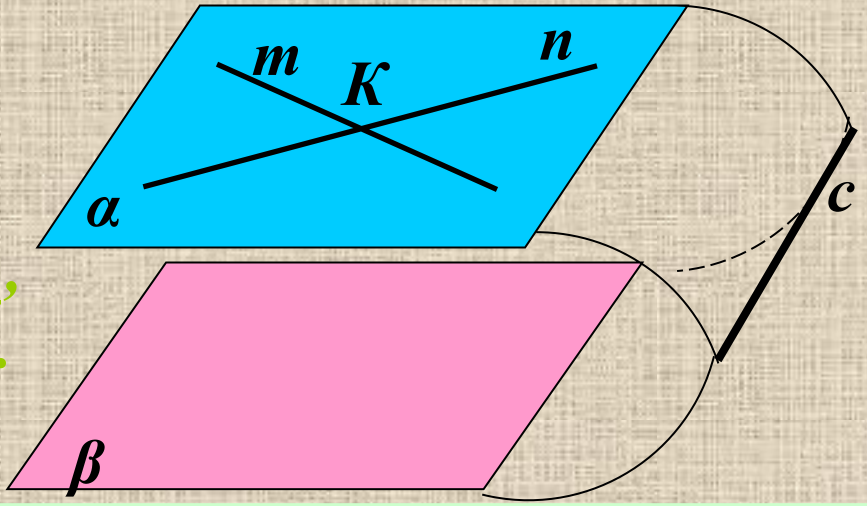
$a \subset \alpha$; $a_1 \subset \beta$; $a \parallel a_1 \Rightarrow a \parallel \beta$; $в \subset \alpha$; $в_1 \subset \beta$; $в \parallel в_1 \Rightarrow в \parallel \beta$	*Признак параллельности прямой и плоскости*
Пусть $\alpha \cap \beta = c$	***Делаем предположение, противное заключению***
Тогда $a \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c \Rightarrow a \parallel c$. $b \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c \Rightarrow b \parallel c$.	*Теорема о линии пересечения плоскостей*
$a \cap в = M$; $a \parallel c$; и $в \parallel c \Rightarrow a \parallel b$	*Теорема о параллельности трех прямых в пространстве*
Находим противоречие условию: через точку М проходят две прямые a и b, параллельные прямой с.	*Теорема о параллельных прямых*
Предположение $\alpha \cap \beta = c$ ***- неверно***	***Делаем вывод,*** $\alpha \parallel \beta$

Задача № 51.
(еще один признак параллельности)

Дано: $m \cap n = K$, $m \in \alpha$, $n \in \alpha$,

$m \parallel \beta$, $n \parallel \beta$.

Доказать: $\alpha \parallel \beta$.



1) Допустим, что $\alpha \cap \beta = c$

2) Так как $n \parallel \beta$, $m \parallel \beta$,

то $m \parallel c$ и $n \parallel c$.

3) Получаем, что

через точку К проходят две прямые параллельные прямой с.

Вывод: $\alpha \parallel \beta$

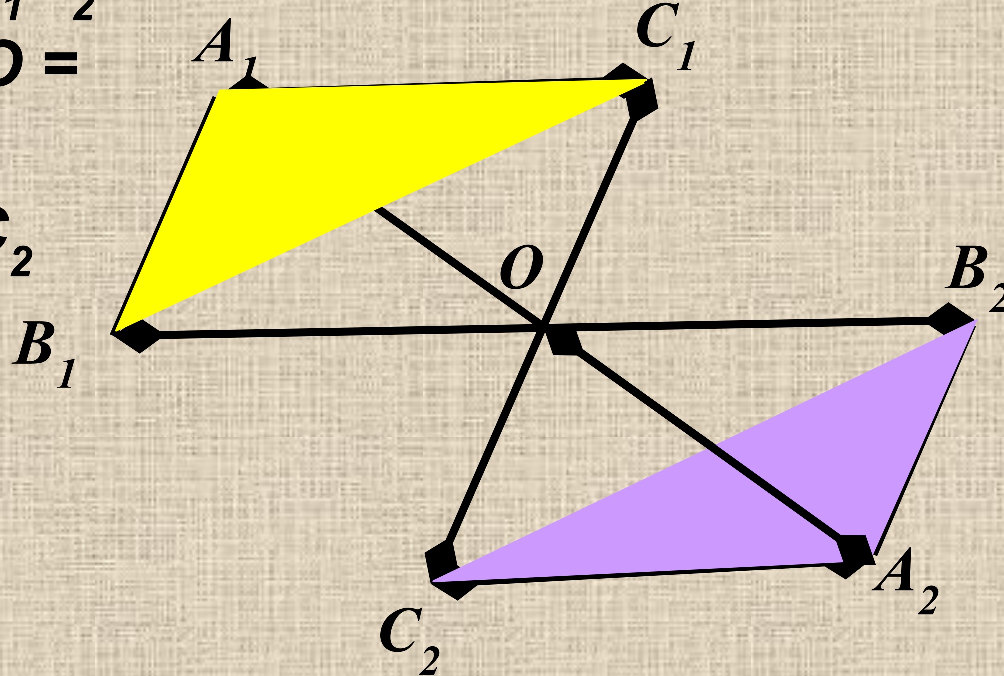
Задача № 53.

Дано: отрезки A_1A_2; B_1B_2; C_1C_2

$O \in A_1A_2$; $O \in B_1B_2$; $O \in C_1C_2$

$A_1O = OA_2$; $B_1O = OB_2$; $C_1O = OC_2$

Доказать: $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$



Задача № 53. Дано: отрезки A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 не лежат в одной плоскости и имеет общую середину - точку O. Доказать: $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$.

Доказательство:

A_1A_2, и B_1B_2 лежат в одной плоскости по следствию из A_1 (через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна).

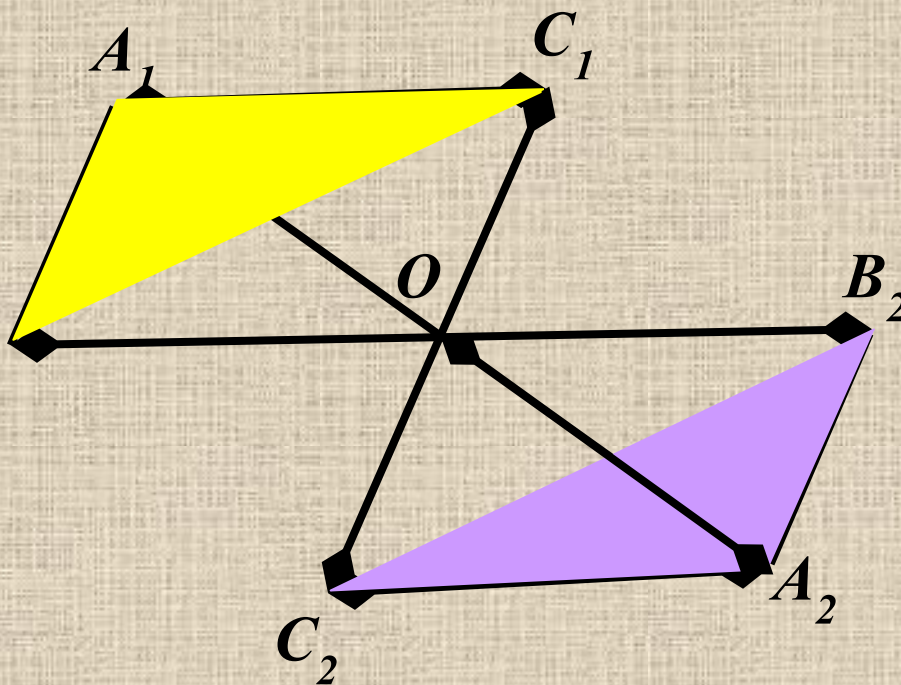
$A_1B_1A_2B_2$ - параллелограмм (диагонали четырехугольника пересекаются и в точке пересечения делятся пополам). Следовательно, $A_1B_1 \parallel A_2B_2$

Аналогично A_1A_2, и C_1C_2 лежат в одной плоскости. $A_1C_1A_2C_2$ - параллелограмм.

Отсюда, $A_1C_1 \parallel A_2C_2$

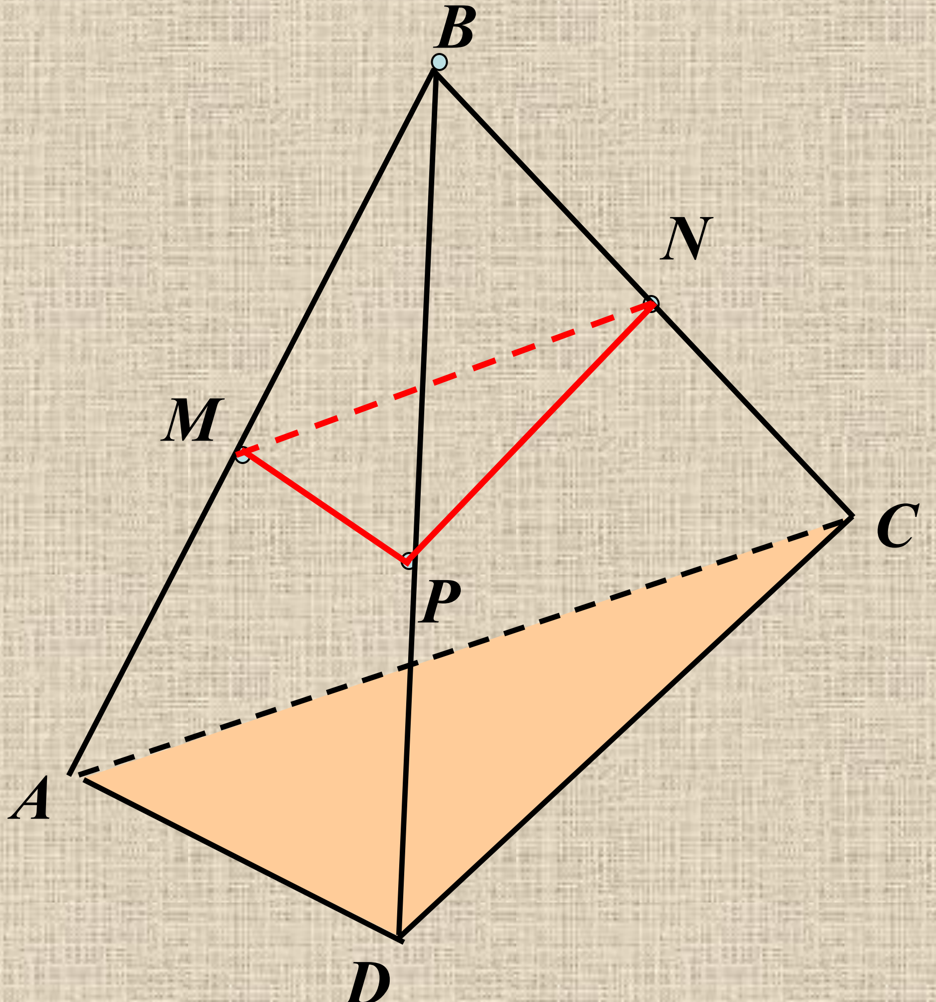
$A_1B_1 \cap A_1C_1 = A_1$; $A_2B_2 \cap A_2C_2 = A_2$.

По признаку параллельности плоскостей $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$.



Задача № 54.

- Дано: ΔADC. M, K, P - середины BA, BC, BD соответственно. SADC = 48 см^2.
  Доказать: а) MPN ║ ADC. б) Найти: S_{MNP}.



Отвечаем на вопросы

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α. Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β?
4. Верно ли, что если прямая а параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая а имеет одну общую точку?
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α. Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α?
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции?
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей?
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости?
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α, то и третья сторона параллельна плоскости α?

Проверяем свою работу

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек? **Да**
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны? **Нет**
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α. Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β? **Да**
4. Верно ли, что если прямая а параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая а имеет одну общую точку? **Нет**
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α. Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α? **Да**
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции? **Нет**
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости? **Нет**
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей? **Нет**
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости? **Нет**
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α, то и третья сторона параллельна плоскости α? **Да**

Домашнее задание

- П. 10, № 55, 56, 57.
- Пояснения к домашнему заданию:

В № 55 запишите в тетрадь и разберите решение задачи, приведенное в учебнике.

- Дополнительная задача:

Прямая а параллельна плоскости α. Существует ли плоскость, проходящая через прямую а и параллельная плоскости α. Если существует, то сколько таких плоскостей? Ответ обоснуйте.