Перпендикуляр
и наклонная

Свойство
биссектрисы угла

Геометрическое
место точек

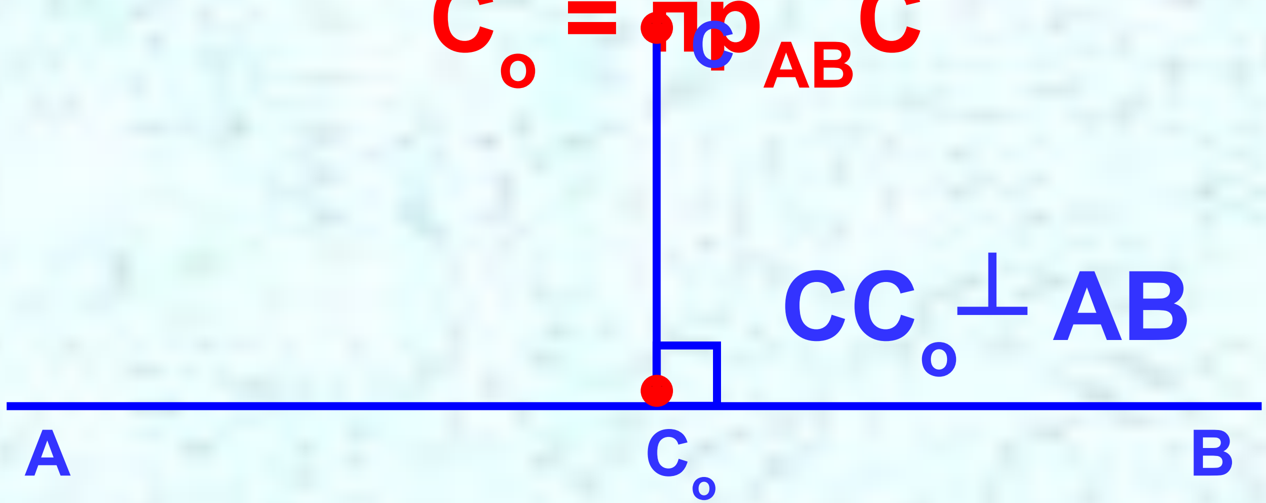
Задачи

Свойство перпендикуляра и наклонных

- ***Проекцией точки С на прямую АВ называется основание C_0 перпендикуляра, опущенного из точки С на эту*** **прямую.**

Точка C_o есть проекция точки С на прямую АВ

$$C_o = пр_{AB}C$$

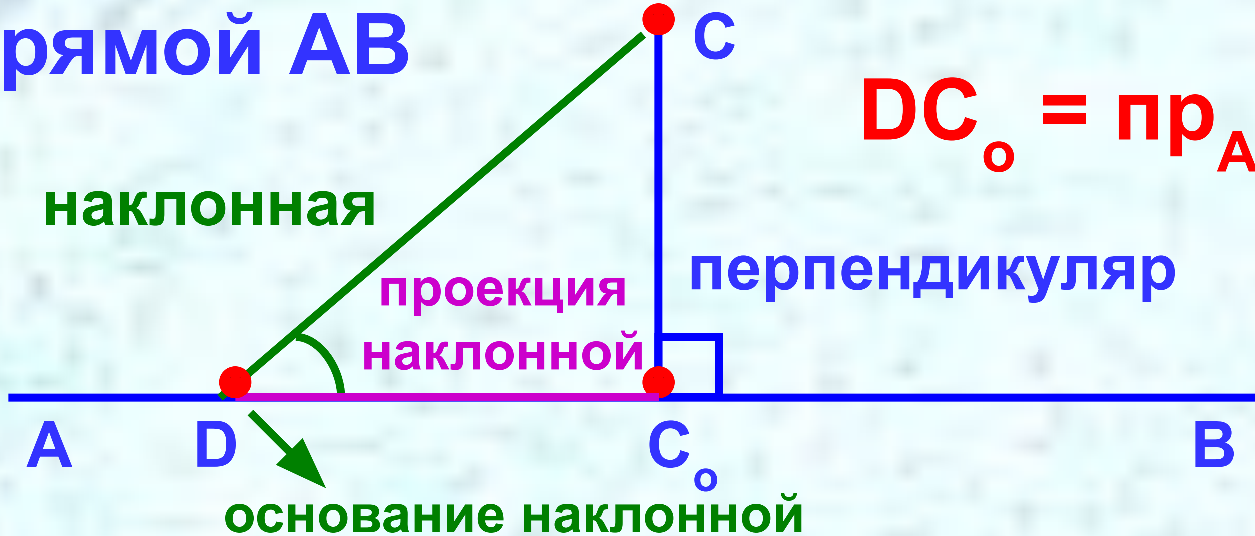


$$CC_o \perp AB$$

Проекция наклонной

- Если $\angle D<d$, то отрезок CD – наклонная к прямой AB

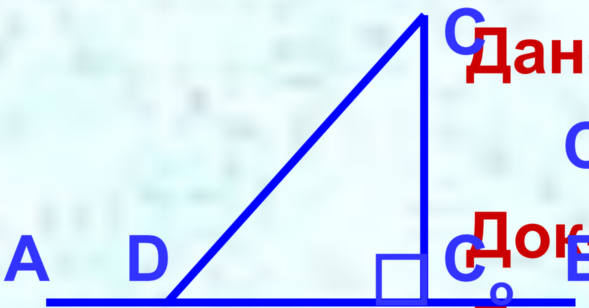
$DC_o = пр_{AB}CD$



Проекцией наклонной называется отрезок от основания наклонной до основания перпендикуляра.

Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- т.1 Если из точки проведены к прямой наклонная и перпендикуляр, то перпендикуляр короче (меньше) наклонной.



Дано: $CC_o \perp AB$

CD – наклонная

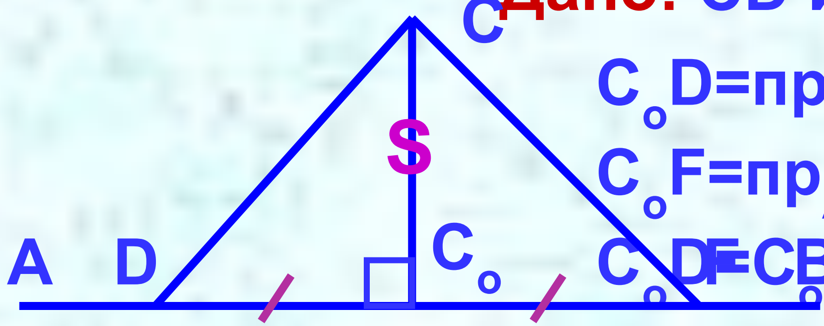
Док-ть: $CC_o < CD$

Док-во:

1. ΔDCC_o – прямоугольный, $\angle C_o = 90^\circ$, т.к. $CC_o \perp AB$ по усл.
   ⇒ CC_o – катет, CD – гипотенуза ⇒ $CC_o < CD$, ч.т.д.

Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- **т.2** Если проекции наклонных, проведенных из одной точки, равны, то равны и сами наклонные.



Дано: CD и CF – наклонные

$C_oD = пр_{AB}CD$

$C_oF = пр_{AB}CF$

$C_oD = C_oF$

Док-ть: CD=CF

Док-во:

1. $\Delta DCC_o = \Delta FCC_o$ по СУС

$\left[\begin{array}{l} DC_o = FC_o\text{, по усл.} \\ \angle C_o = 90^\circ\text{, по построению} \\ CC_o \text{ – общая} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ CD=CF, ч.т.д.

Теоремы о перпендикуляре и наклонной

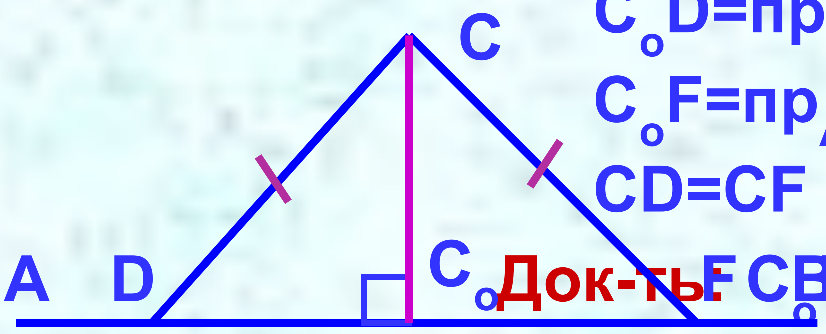
- т.3 (обратная) Если наклонные, проведенные из одной точки, равны, то равны и их проекции.

Дано: CD и CF – наклонные

$C_oD = пр_{AB}CD$

$C_oF = пр_{AB}CF$

$CD = CF$



Док-ть: $C_oD = C_oF$

Док-во:

1. ΔDCF – равнобедренный, т.к. CD=CF, по усл.

   CC_o – высота, она же и медиана

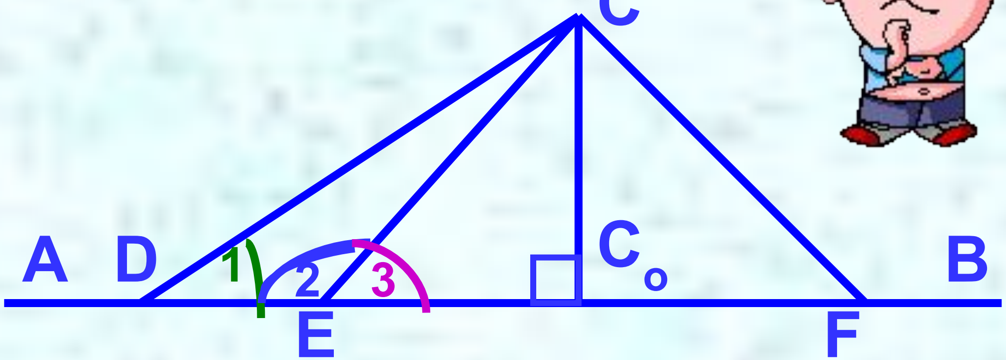
   $C_oD = C_oF$, ч.т.д.

➡

Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- **т. 4** Из 2-х наклонных, проведенных из одной точки, та больше, которая имеет большую проекцию.

Дом. Задание:
т. 4-5 доказать самостоятельно
§ 10 теоремы 1-4 оформить в тетрадь

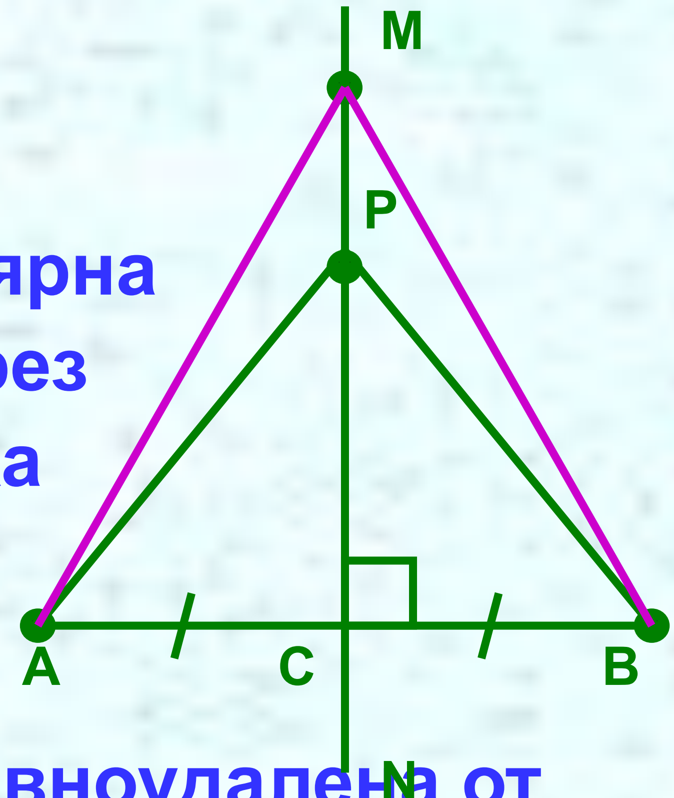


- **т. 5 (обратная)** Из 2-х наклонных, проведенных из одной точки, большая наклонная имеет большую проекцию

- **Расстояние от точки до прямой** есть длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на данную прямую

- **Свойство перпендикуляра, проведенного к отрезку прямой через его середину.**

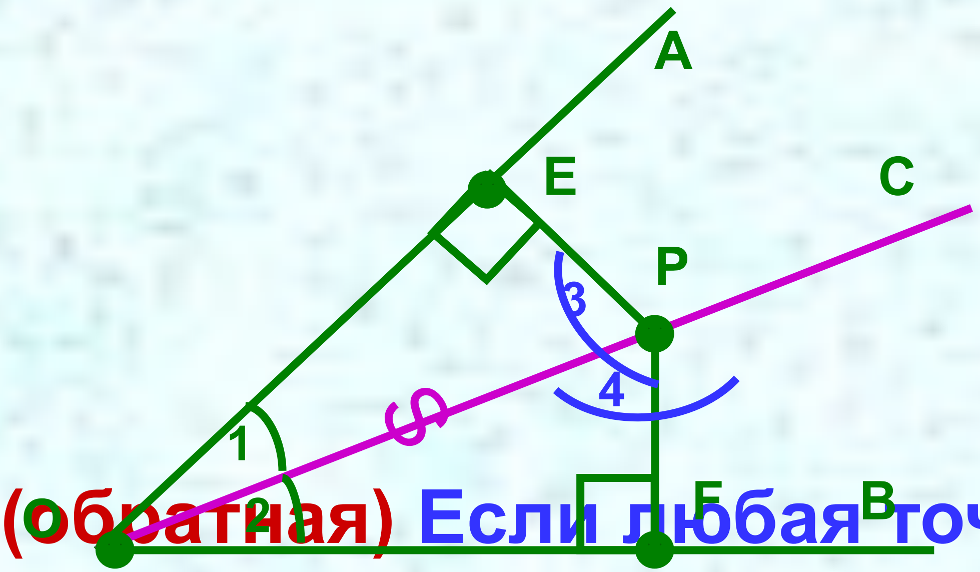
- **т.** Если прямая перпендикулярна к отрезку АВ и проходит через его середину, то любая точка этой прямой равноудалена от концов отрезка АВ.



- **т. (обратная)** Если точка Р равноудалена от концов отрезка АВ, то она лежит на перпендикуляре к нему в его середине.

Свойство биссектрисы угла

- т. 1 Если луч есть биссектриса угла, то любая точка его равноудалена от сторон этого угла.



- т. 2 (обратная) Если любая точка луча О равноудалена от сторон угла АОВ,

  то луч ОС – биссектриса этого угла.

  Доказательство – самостоятельно!

Дано: ∠AOB

OC – биссектриса

P – любая точка OC

PE⊥OA, PF⊥OB

Док-ть: PE=PF

Док-во:

- 1. *ΔPOE=ΔPOF* по гипотенузе и острому углу.

  ∠E= ∠F, т.к. PE⊥OA, PF⊥OB по усл.

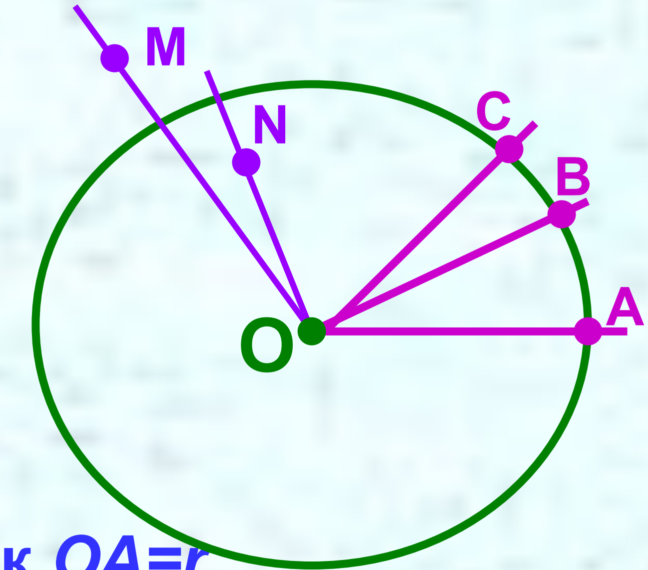
  OP - общая,

  ∠1 =∠ 2, по опр. биссектрисы

- ➡ *PE=PF, ч.т.д.*

- ***Объяснить, как можно использовать углы 3 и 4.***

Геометрическое место точек

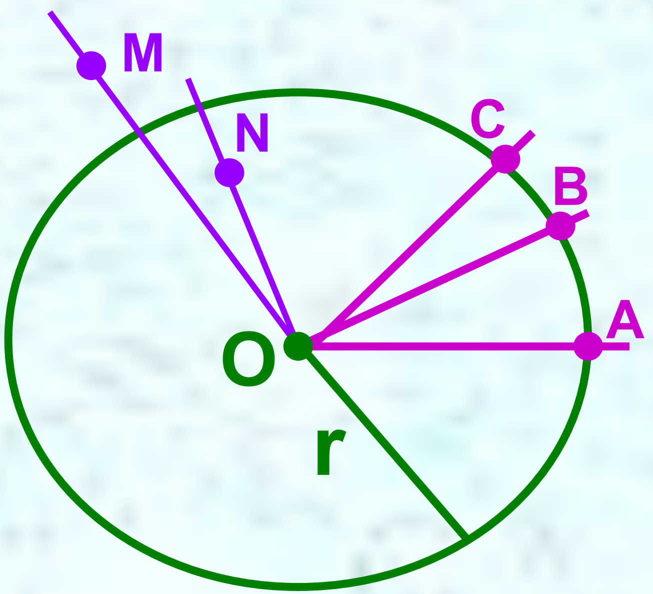


- **Задача.** Построить точку, находящуюся от данной точки *O* на расстоянии, равном данному отрезку *r*.
- **Решение.** Проведем через точку *O* луч и построим отрезок *OA=r*.
- Точка А искомая, она удовлетворяет условию задачи.
- Точек, удовлетворяющих условию задачи, будет
- бесконечное множество.
- Например, А, В, С, …
- Точки M и N не удовлетворяют условию задачи:

$OM>r$; $ON<r$

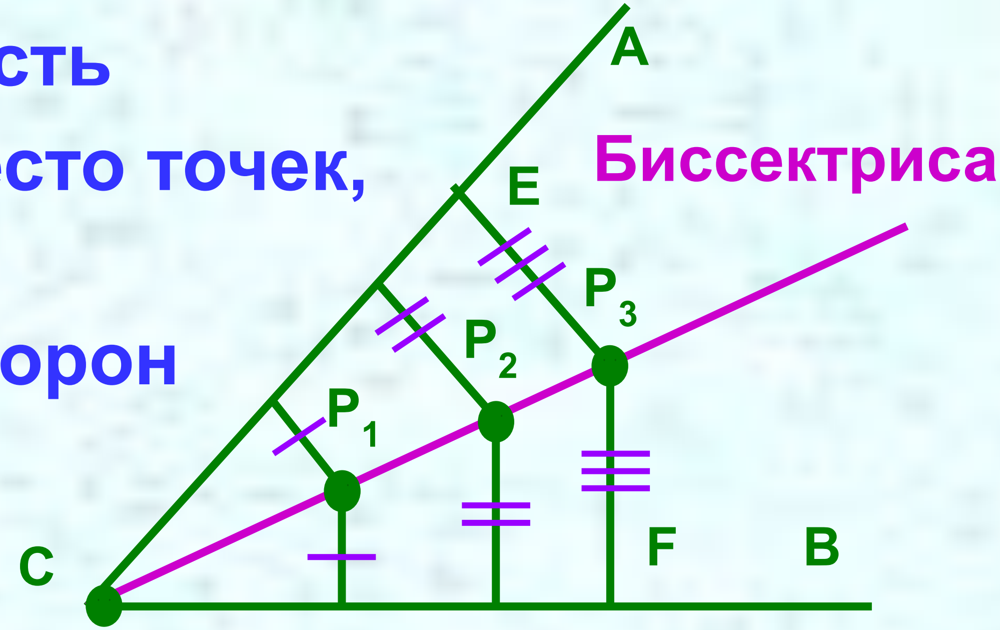
Геометрическое место точек – ГМТ есть совокупность (множество) всех точек, удовлетворяющих некоторому условию, общему для всех этих точек и только для них.

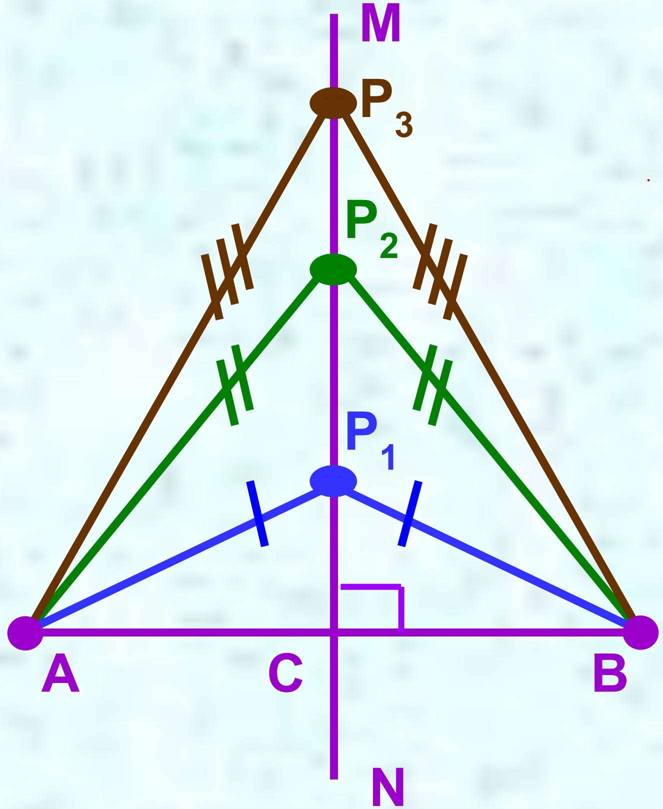
Окружность есть **ГМТ плоскости**, находящихся на данном расстоянии от данной точки плоскости.



- O – центр окружности
- r – радиус окружности
- A, B, C – точки окружности

- **Биссектриса угла** есть геометрическое место точек, каждая из которых равноудалена от сторон этого угла

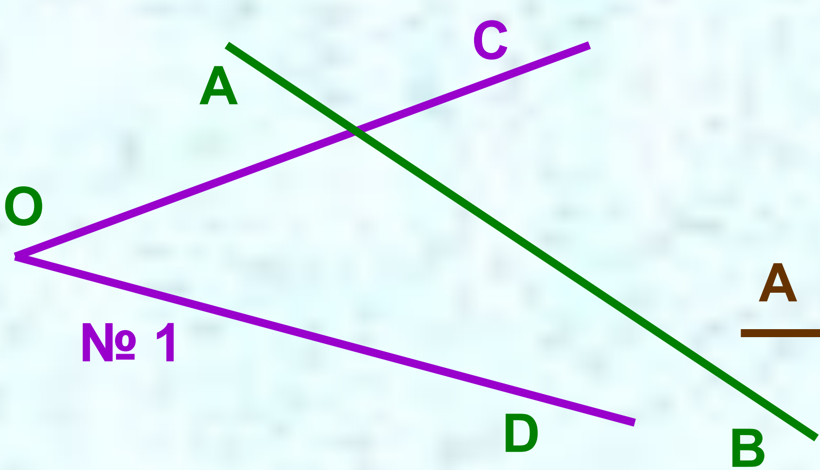


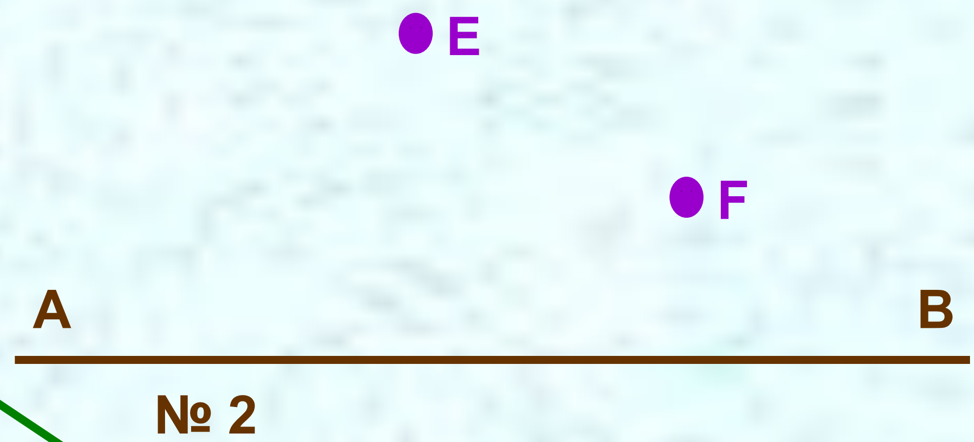


Перпендикуляр к отрезку, проведенный через его середину есть геометрическое место точек, каждая из которых равноудалена от концов этого отрезка

Задачи

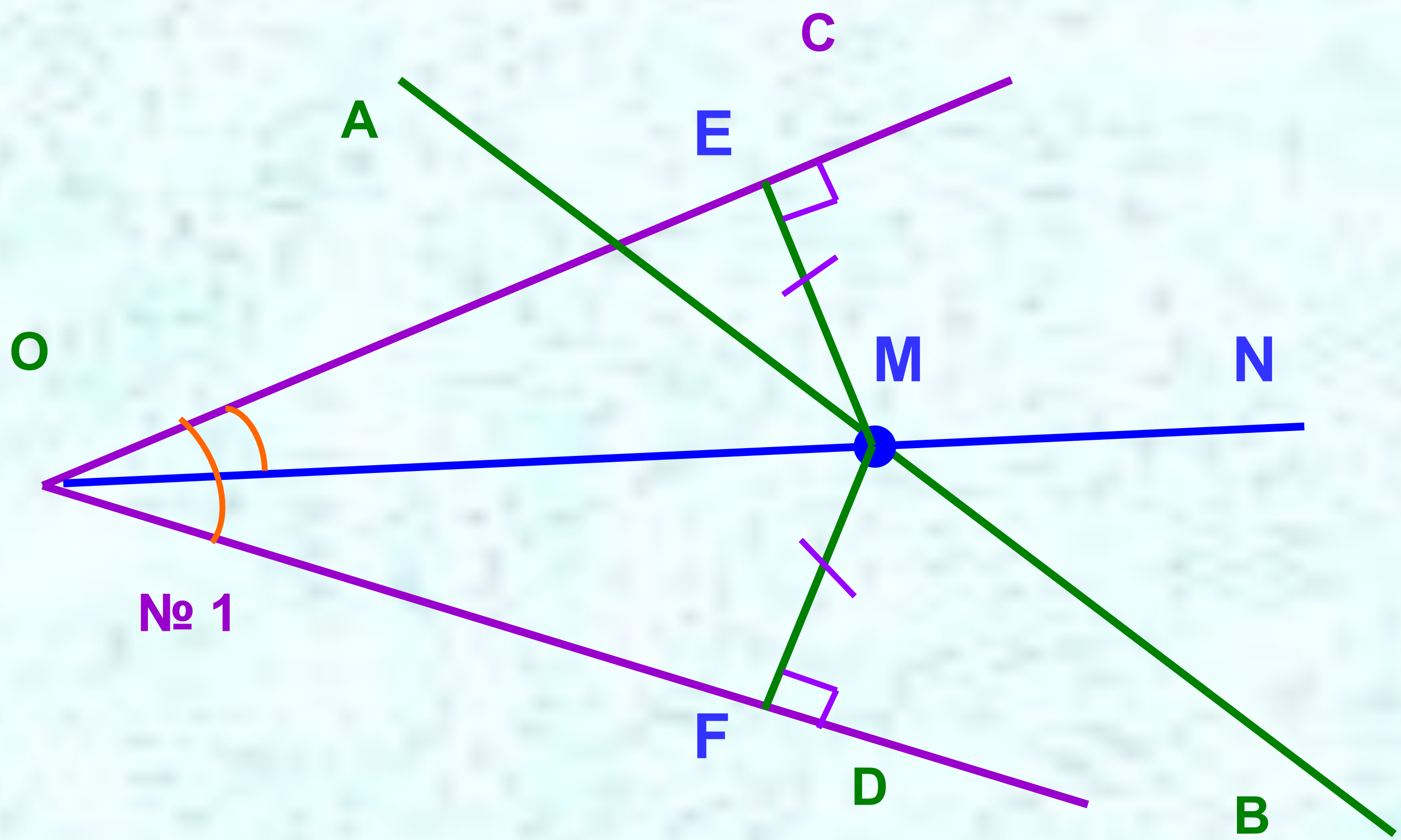
- 1. На прямой АВ найти точку, равноудаленную от сторон угла COD
- 2. Найти точку О, равноудаленную от сторон ΔАВС
- 3. Найти точку О, равноудаленную от вершин ΔАВС
- 4. На прямой АВ найти точку О, равноудаленную от точек Е и F





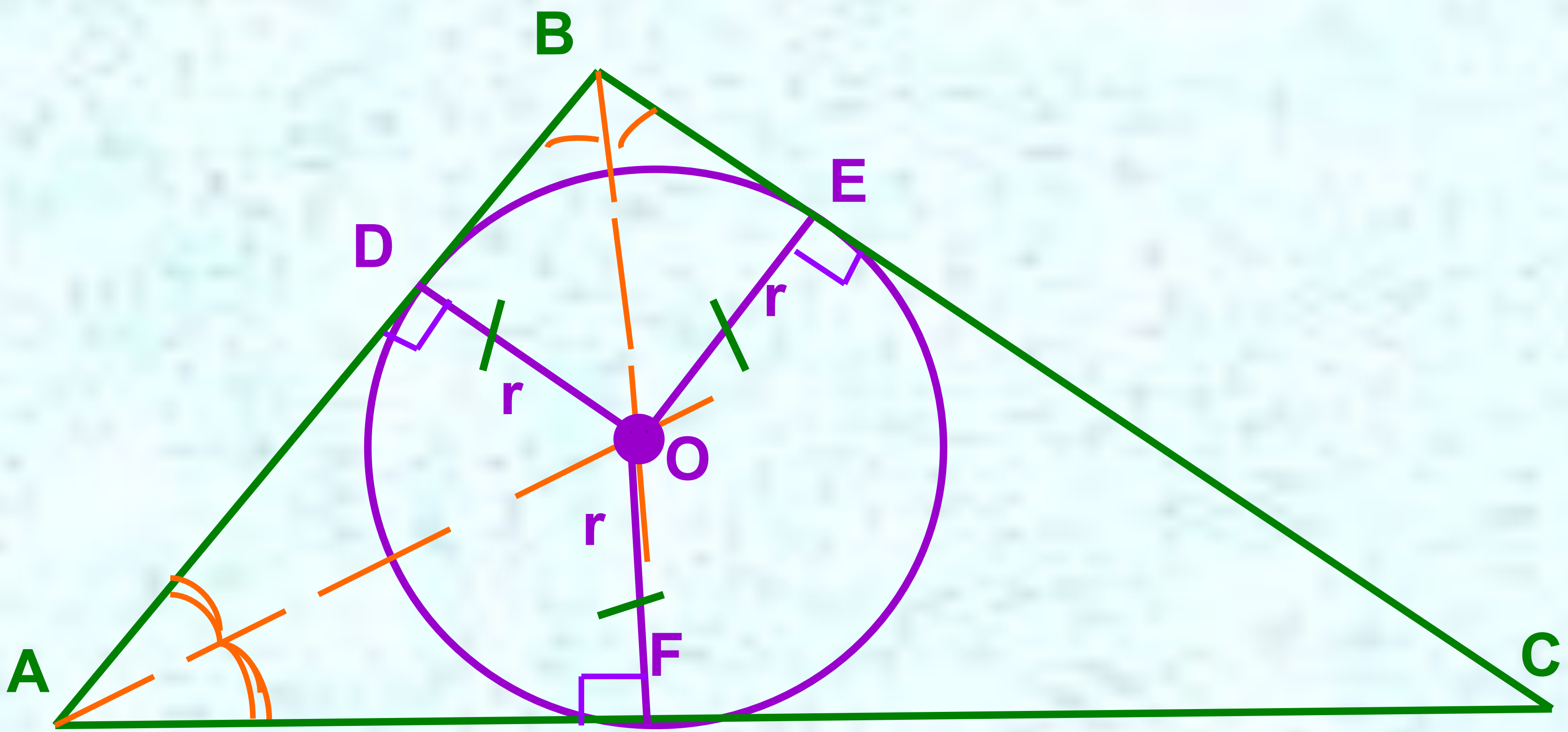
Решение задач

- 1. На прямой АВ найти точку, равноудаленную от сторон угла COD



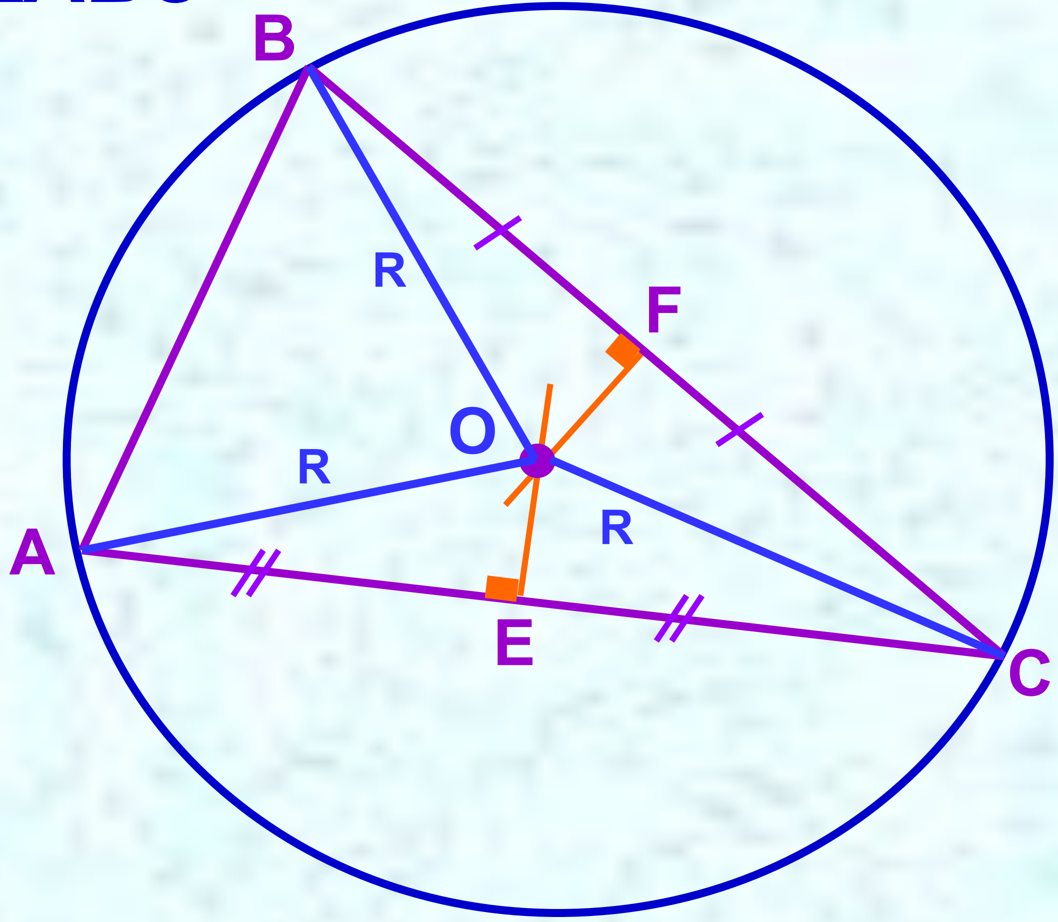
Решение задач

- 2. Найти точку О, равноудаленную от сторон ΔABC



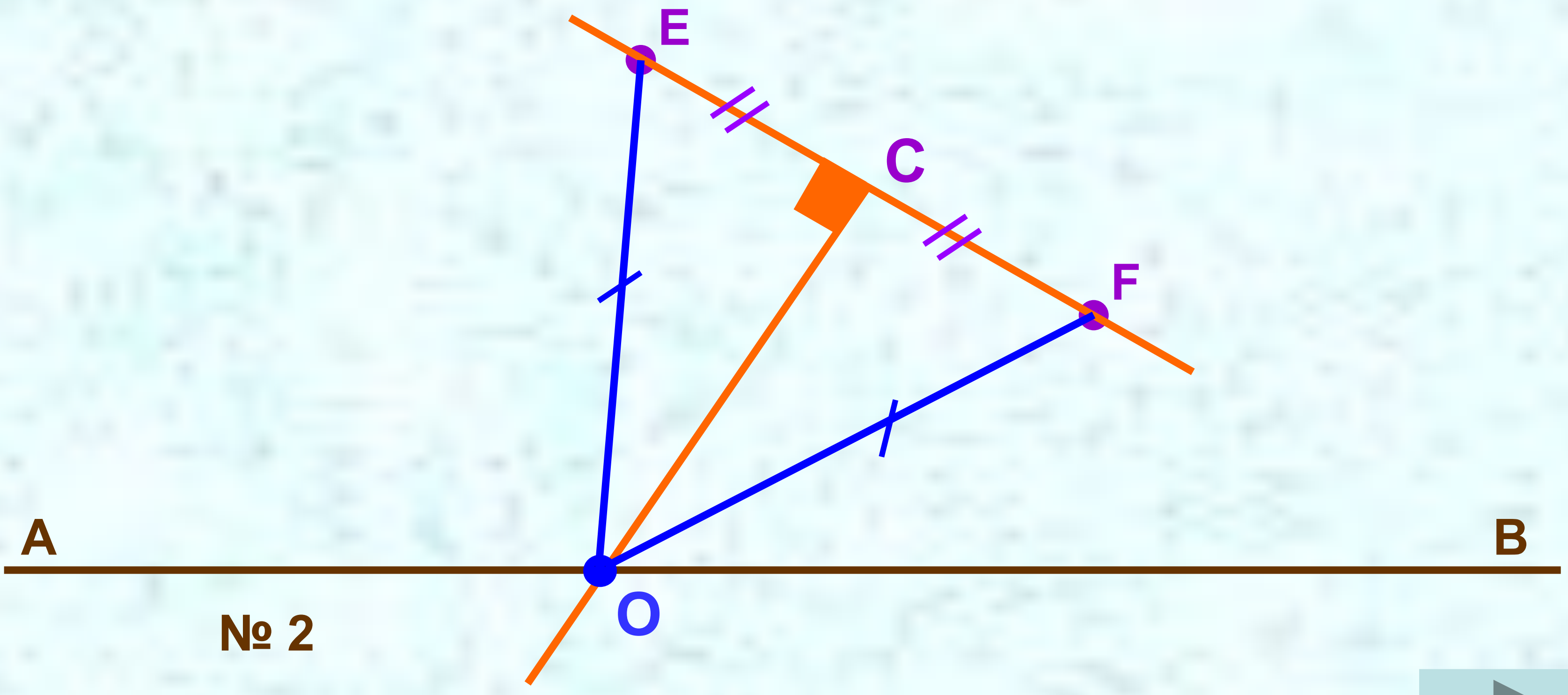
Решение задач

- 3. Найти точку О, равноудаленную от вершин ΔАВС



Решение задач

- 4. На прямой АВ найти точку О, равноудаленную от точек Е и F



- Спасибо за внимание!