Тема урока:

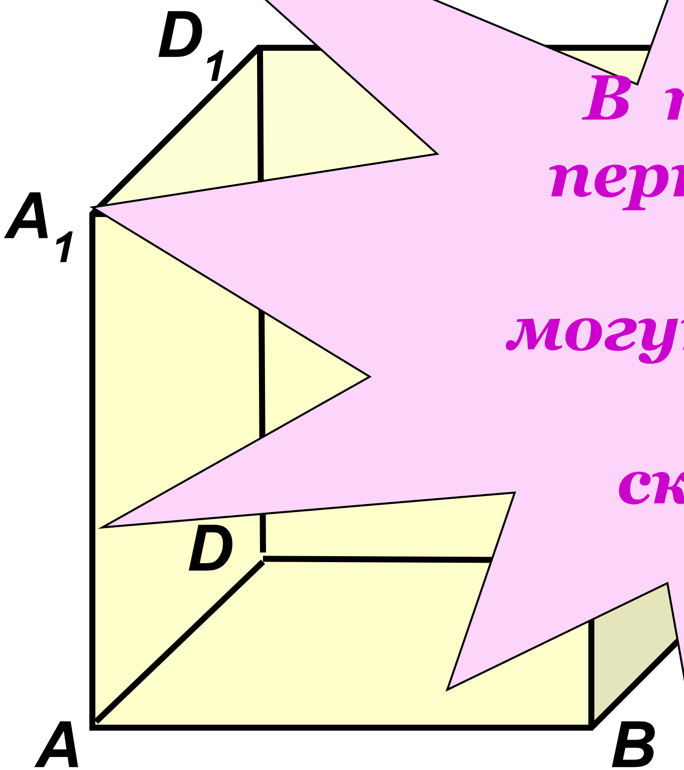
«Перпендикулярные прямые в пространстве»

«Перпендикулярность прямой и плоскости»

Модель куба.

1. Как …азываются пр…ые AB и BC?

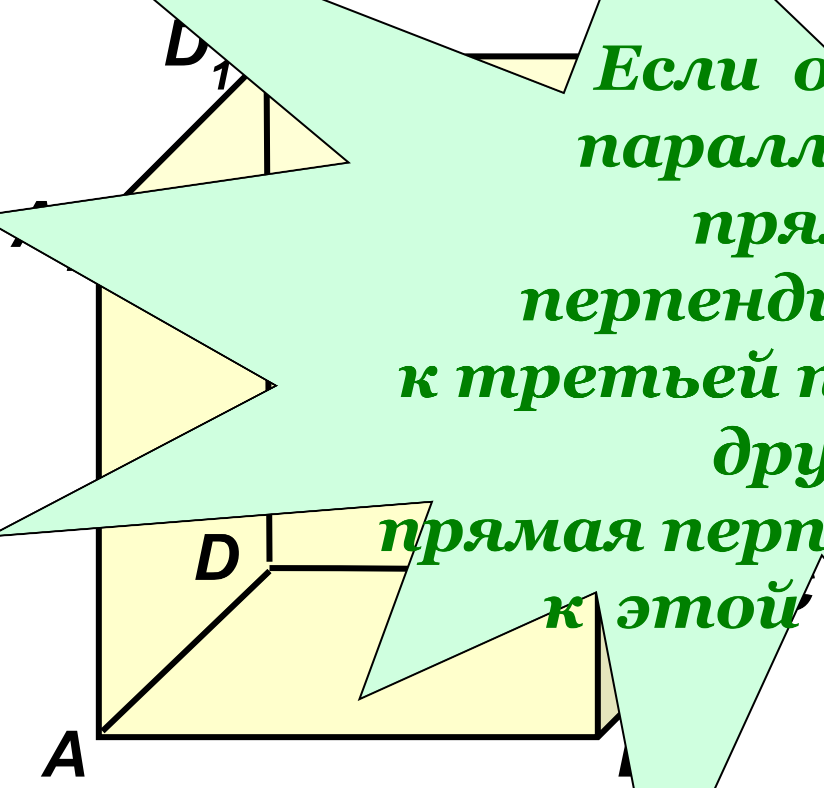
Н… …е угол между … и DC;



В пространстве
перпендикулярные
прямые
могут пересекаться
и могут
скрещиваться.

Рассмотрим прямые AA_1, CC_1 и DC.

AA_1 CC_1; $DC \perp CC_1$



Если одна из параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

Лемма

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к этой прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой

Дано: $a \parallel b$ **и** $a \perp c$.

Доказать: $b \perp c$.

Доказательство:

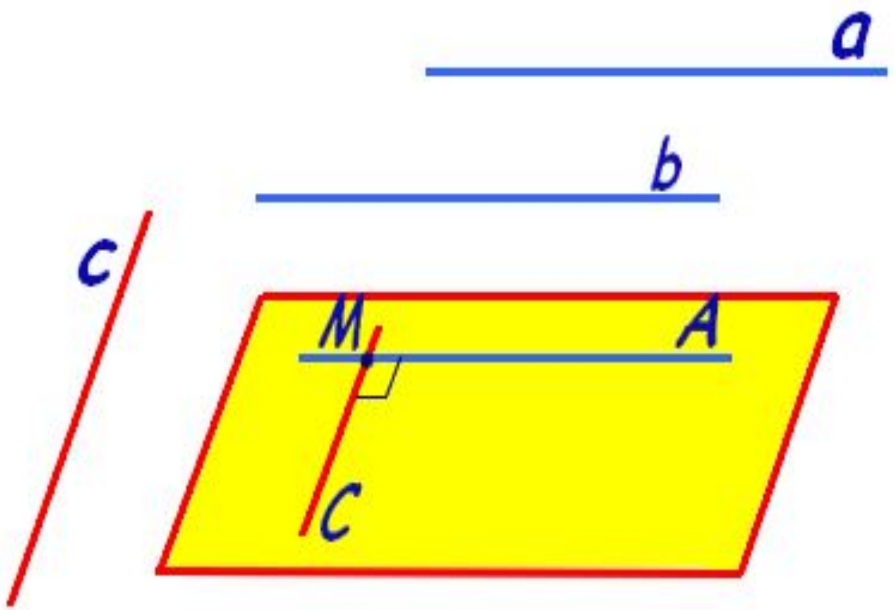
Через произвольную точку М пространства, не лежащую на данных прямых, проведём прямые a **и** c. **Т.к.** $a \perp c$, **то** $\angle AMC = 90°$

Т.к. $a \parallel b$, $a \parallel MA$, **то** $b \parallel MA$.

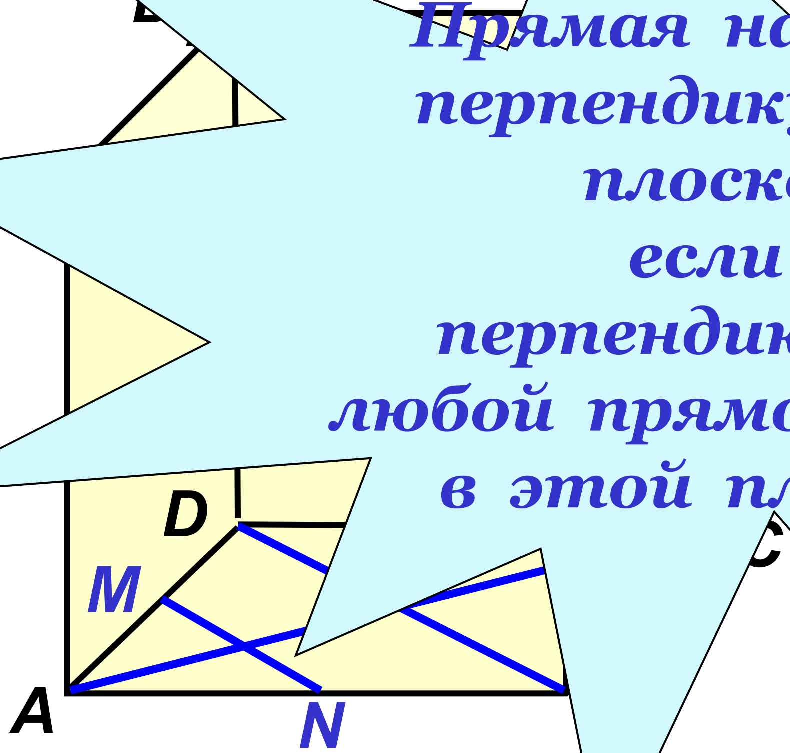
Итак, $b \parallel MA$, $c \parallel MC$,

$\angle AMC = 90°$, **т. е.** $b \perp c$.

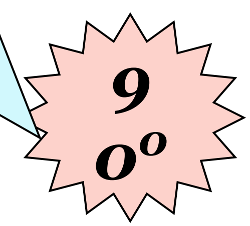
Лемма доказана.



Найдите угол между прямой AA_1 и прямыми плоскости (ABC):
AB, AD, AC, BD, N.



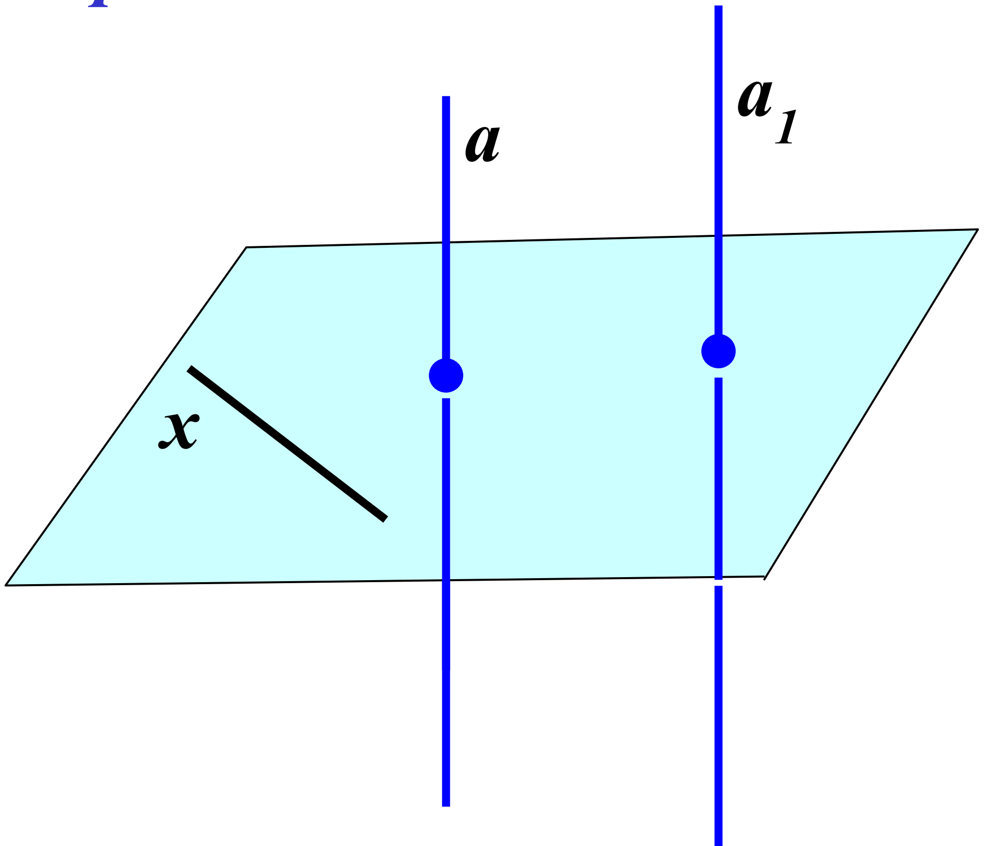
Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



Теорема: ***Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.***

Дано: *прямая a параллельна прямой a_1 и перпендикулярна плоскости α.*

Доказать: $a_1 \perp \alpha$



Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Дано: $a \parallel a_1$, $a \perp \alpha$.

Доказать: $a_1 \parallel \alpha$

Доказательство:

Проведем какую-нибудь прямую х в плоскости α. Так как а перпендикулярна α, то а перпендикулярна *х. По* лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей a_1 перпендикулярна *х.* Таким образом, прямая a_1 перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости α, т. е. a_1 перпендикулярна α. Теорема доказана.

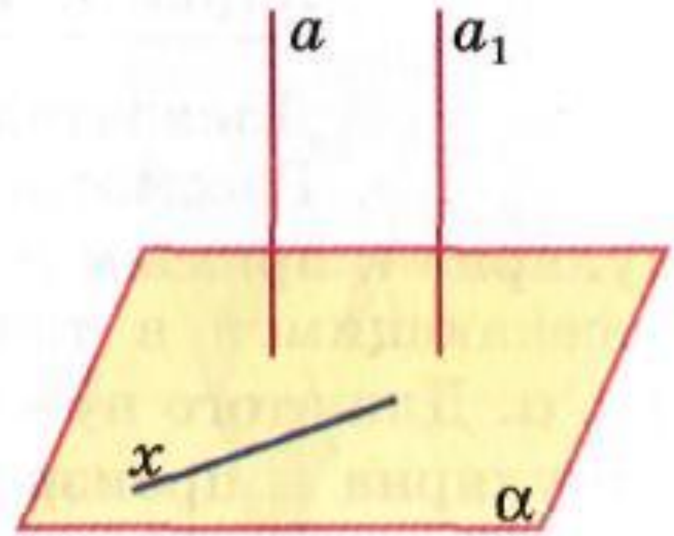
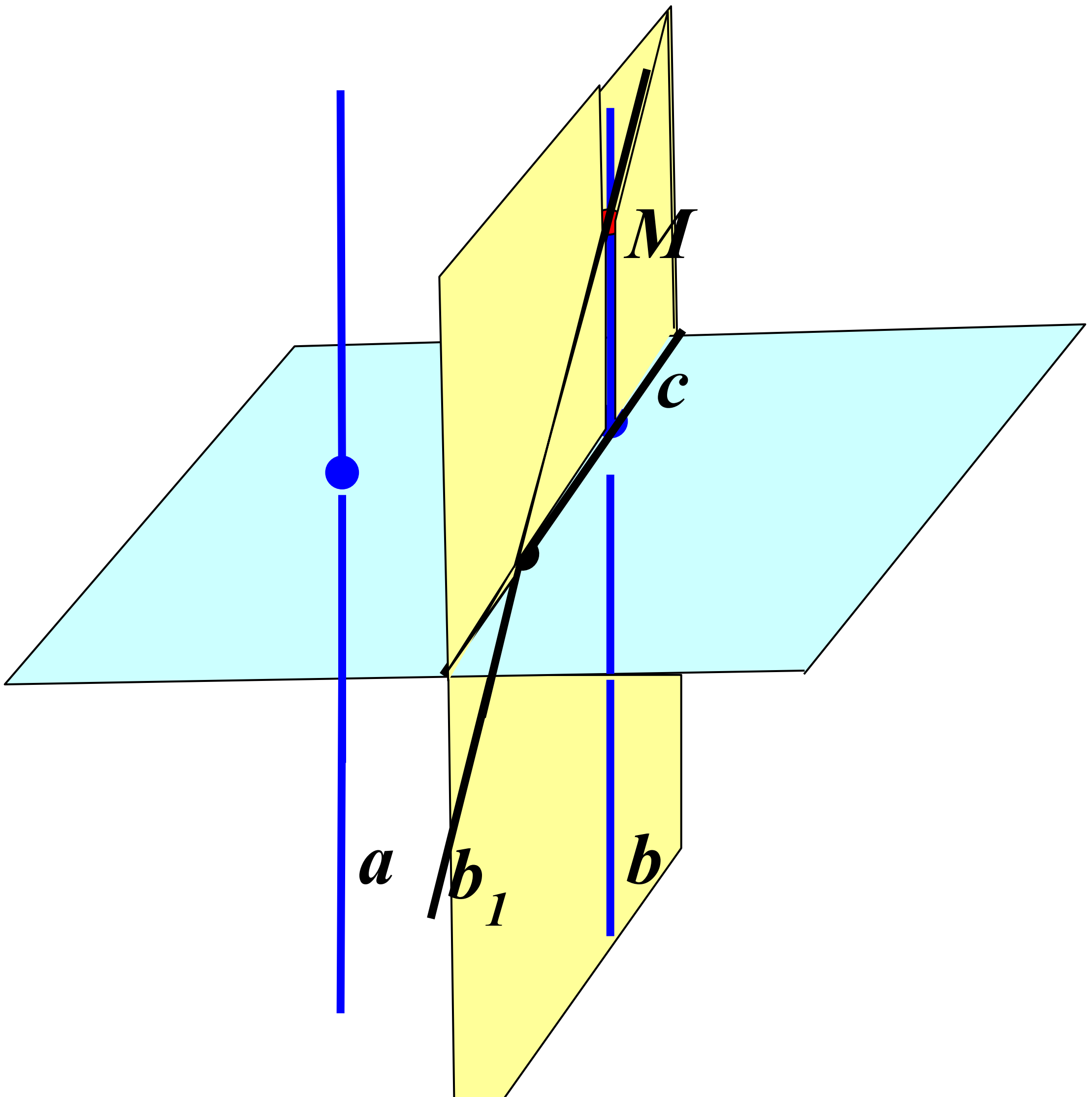


Рис. 46

Обратная теорема:

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



Теорема: Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

Дано: **a ⊥α,b ⊥α (а)**

Доказать : a ‖ b .

Доказательство:

Через какую-нибудь точку М прямой *b* проведем прямую b_1, параллельную прямой а. По предыдущей теореме b_1 ⊥α. Докажем ,что прямая b_1 совпадает с прямой *b* .Тем самым будет доказано , что *a* ‖ *b* .Допустим ,что прямые *b* и b_1 не совпадают .**Тогда в плоскости β, содержащей прямые *b* и *b*1, через точку М проходят две прямые, перпендикулярные к прямой *c* ,по которой пересекаются плоскости α и β (б).Но это невозможно, следовательно, *a*‖*b*. Теорема доказана.**

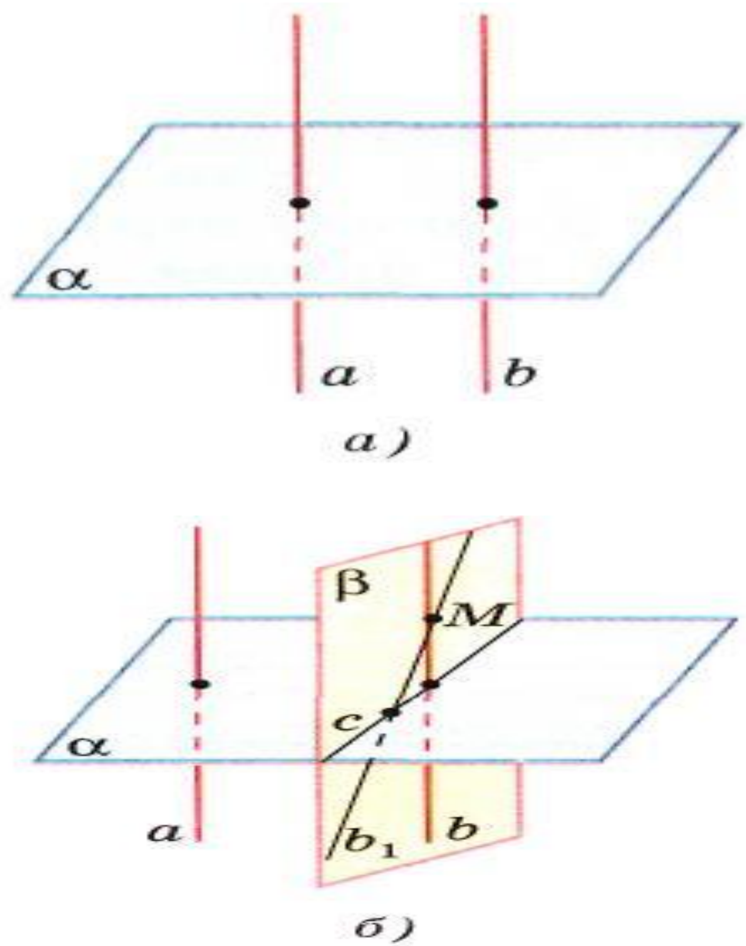


Рис. 47

Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

- **Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.**