

Тема урока:

**«Перпендикулярные прямые
в пространстве»**

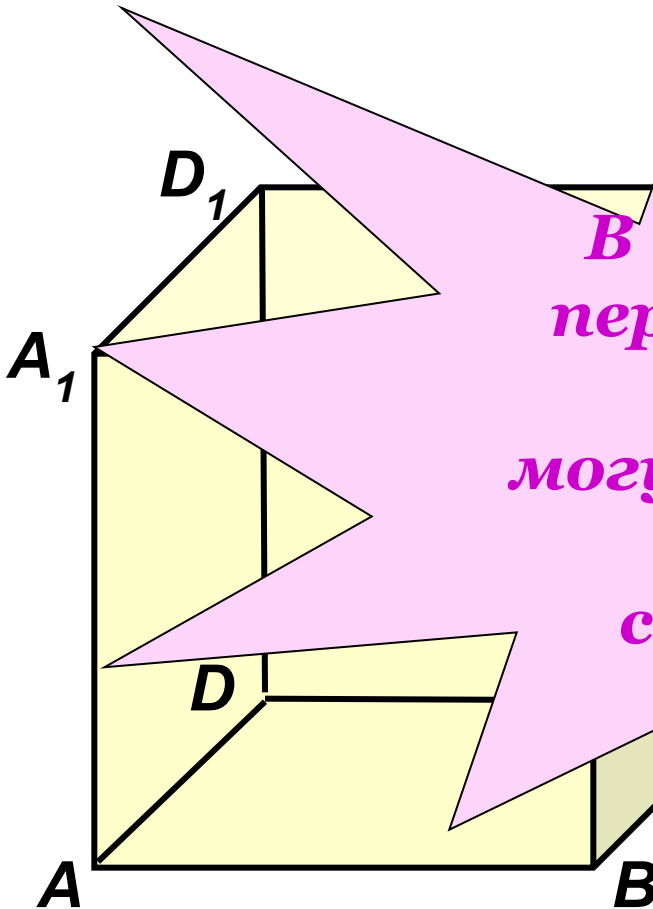
**«Перпендикулярность
прямой и плоскости»**

Модель куба.

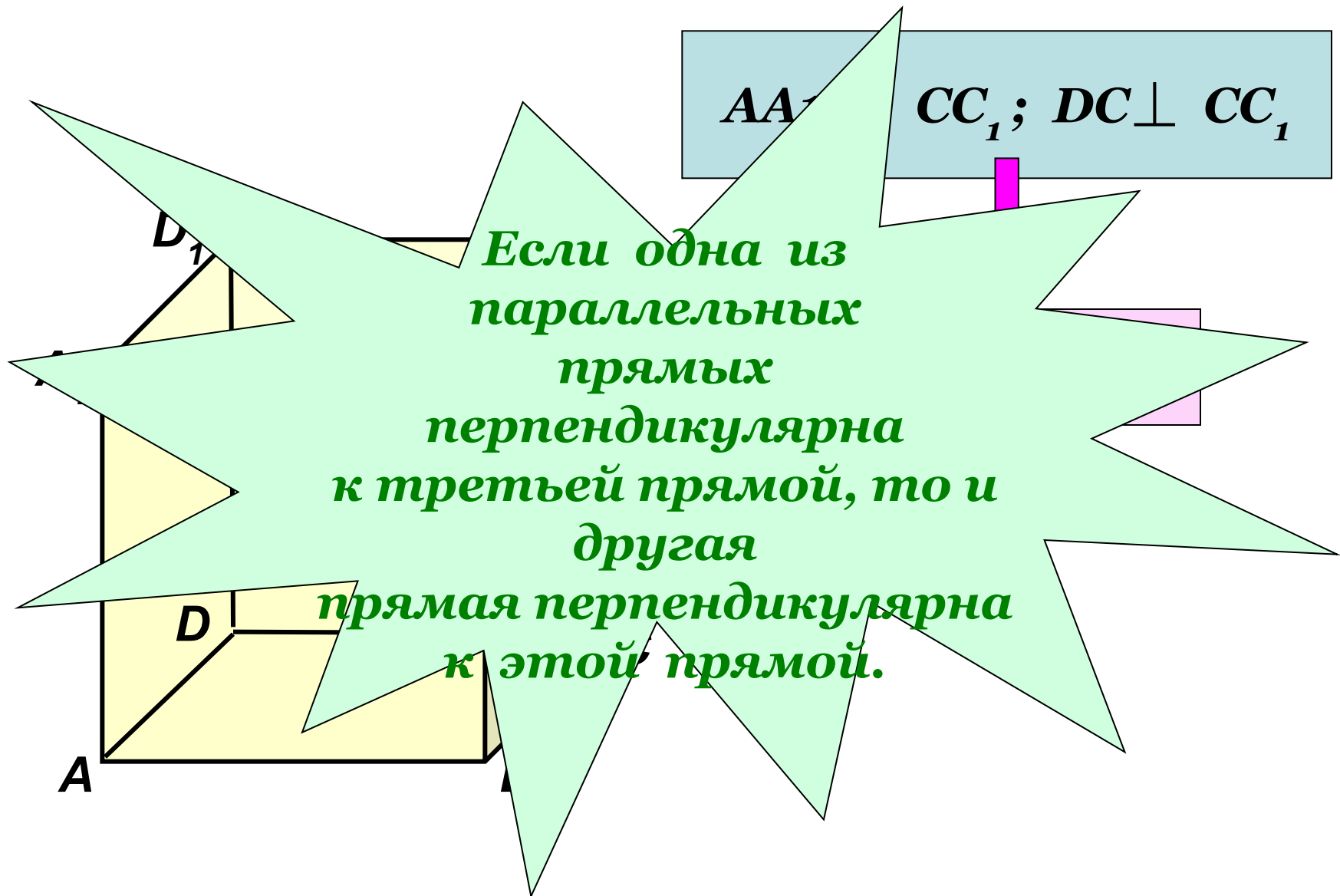
1. Как называются
прямые AB и BC ?

Но какой угол между
и DC ;

*В пространстве
перпендикулярные
прямые
могут пересекаться
и могут
скрещиваться.*



Рассмотрим прямые AA_1 , CC_1 и DC .



Лемма

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к этой прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой

Дано: $a \parallel b$ и $a \perp c$.

Доказать: $b \perp c$.

Доказательство:

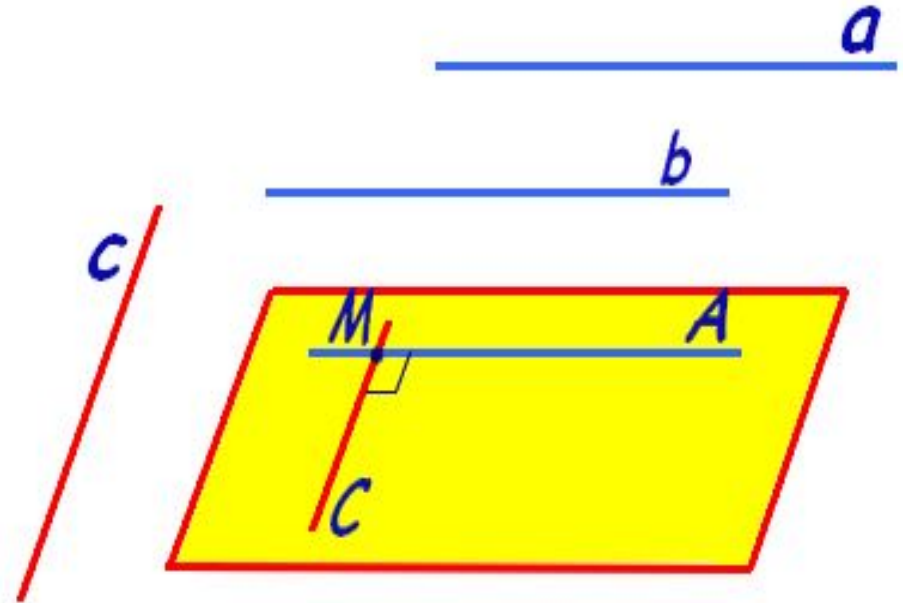
Через произвольную точку M пространства, не лежащую на данных прямых, проведём прямые a и c . Т.к. $a \perp c$, то $\angle AMC = 90^\circ$

Т.к. $a \parallel b$, $a \parallel MA$, то $b \parallel MA$.

Итак, $b \parallel MA$, $c \parallel MC$,

$\angle AMC = 90^\circ$, т. е. $b \perp c$.

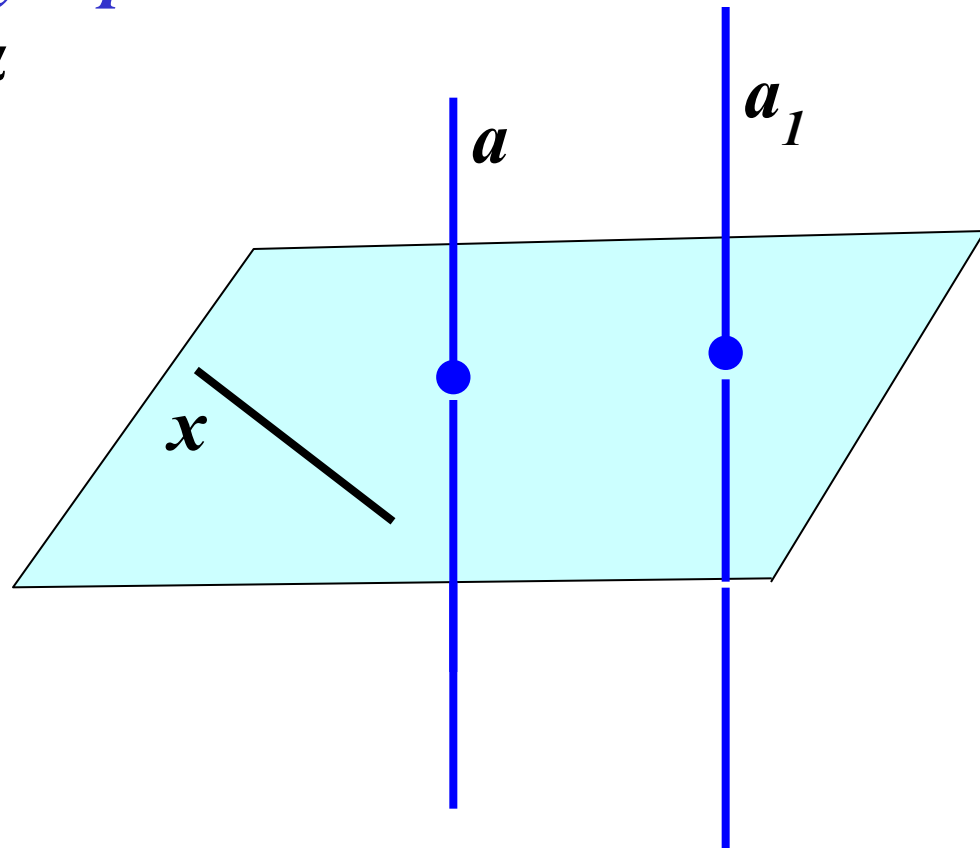
Лемма доказана.



Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Дано: прямая a параллельна прямой a_1 и перпендикулярна плоскости α .

Доказать: $a_1 \perp \alpha$



Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Дано: $a \parallel a_1, a \perp \alpha$.

Доказать: $a_1 \perp \alpha$

Доказательство:

Проведем какую-нибудь прямую x в плоскости α . Так как a перпендикулярна α , то a перпендикулярна x . По лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей a_1 перпендикулярна x . Таким образом, прямая a_1 перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости α , т. е. a_1 перпендикулярна α . Теорема доказана.

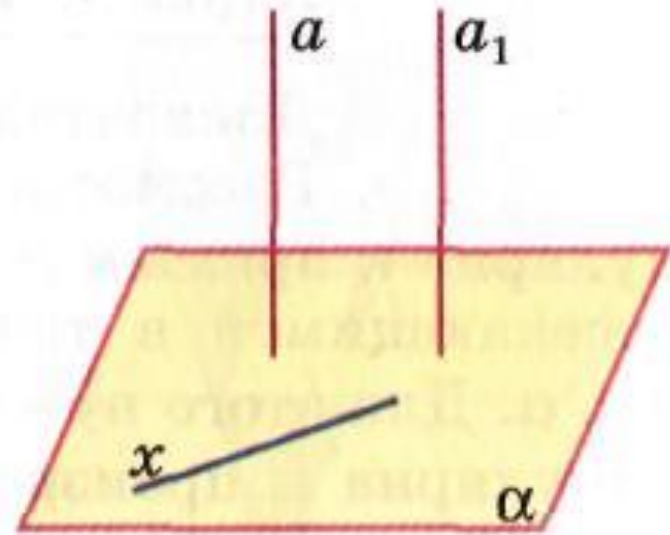
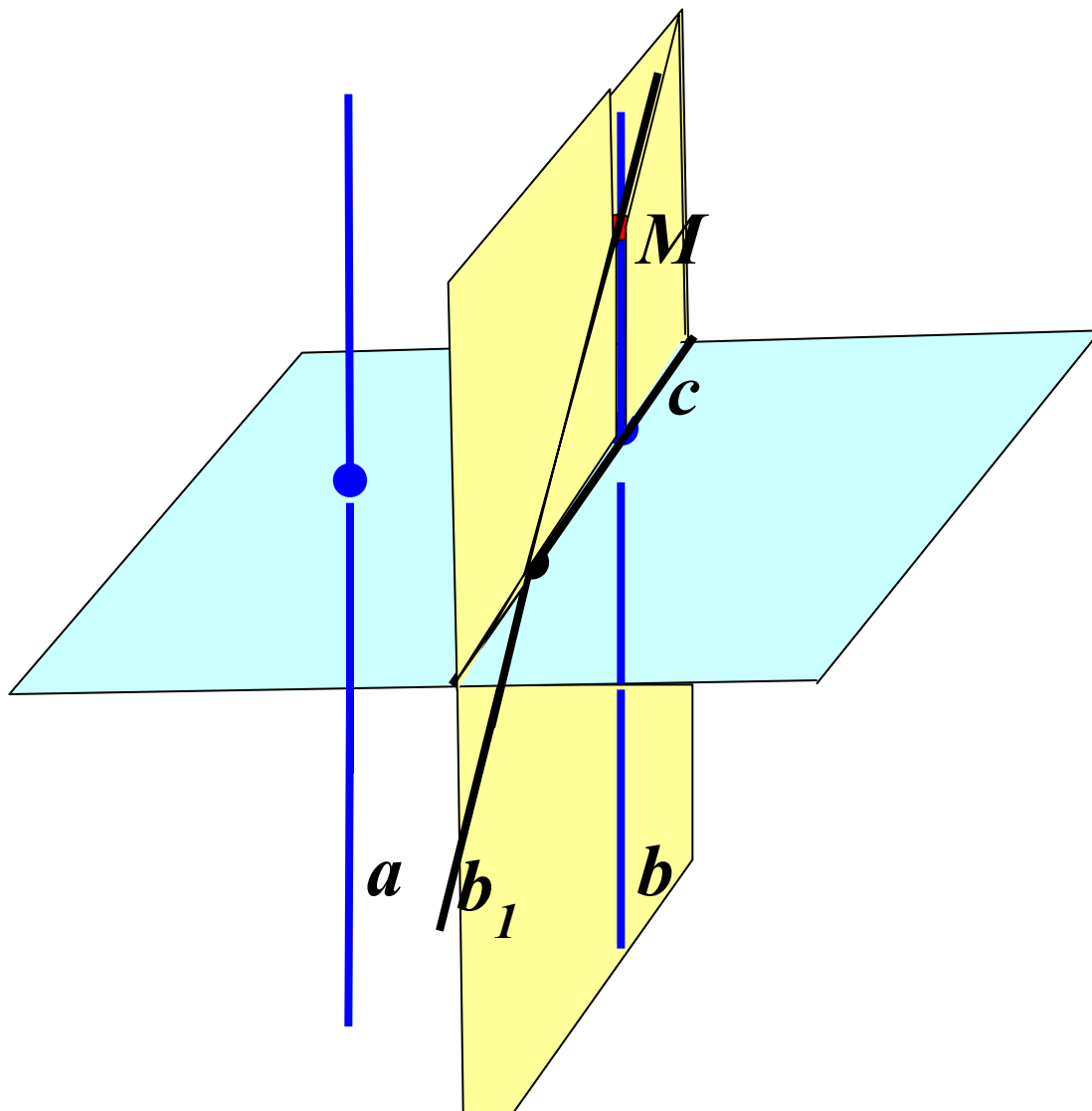


Рис. 46

Обратная теорема:

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



Теорема: Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

Дано: $a \perp \alpha, b \perp \alpha$ (а)

Доказать: $a \parallel b$.

Доказательство:

Через какую-нибудь точку M прямой b проведем прямую b_1 , параллельную прямой a . По предыдущей теореме $b_1 \perp \alpha$. Докажем, что прямая b_1 совпадает с прямой b . Тем самым будет доказано, что $a \parallel b$. Допустим, что прямые b и b_1 не совпадают. Тогда в плоскости β , содержащей прямые b и b_1 , через точку M проходят две прямые, перпендикулярные к прямой c , по которой пересекаются плоскости α и β (б). Но это невозможно, следовательно, $a \parallel b$. Теорема доказана.

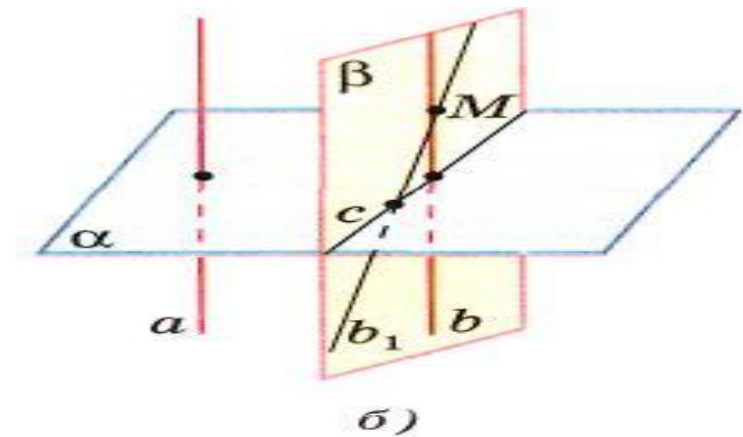
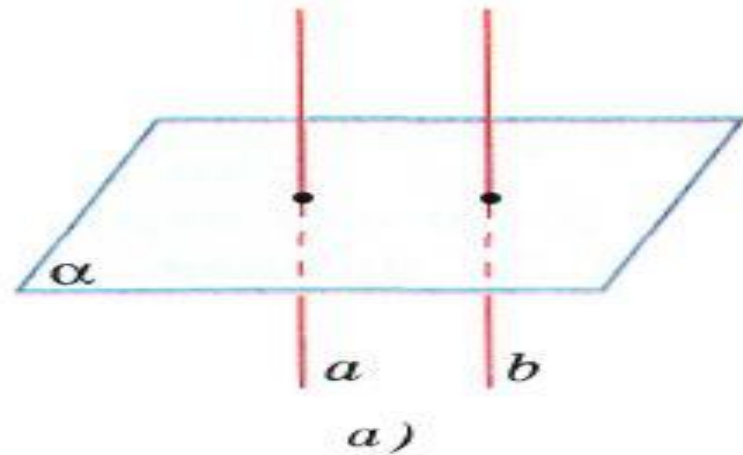


Рис. 47

Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

- Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

