

# Пирамида

Подготовили :  
Асадова Ламия,  
Шимонаев Павел,  
Волкова Екатерина,  
Балыбин Артем,  
Олзоев Тимур

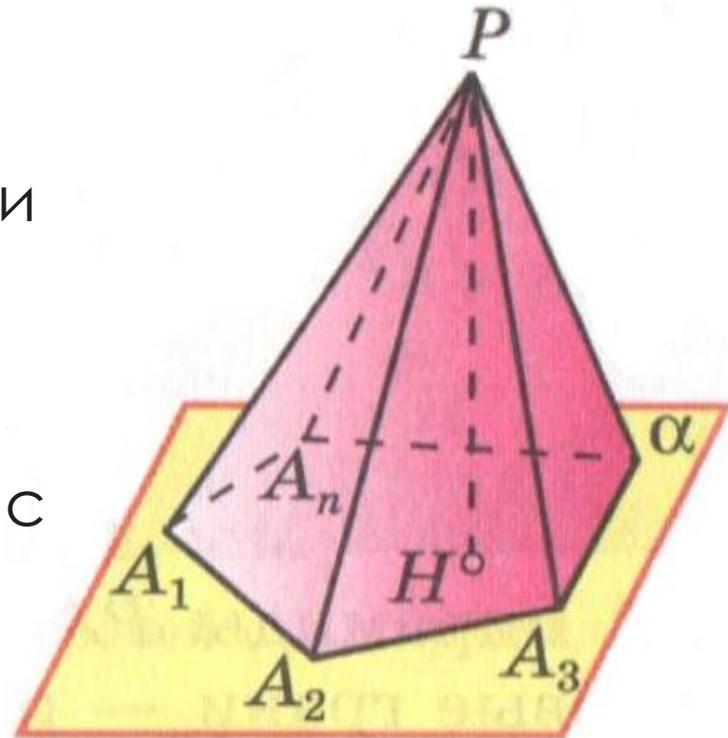
---

# План

- ▣ Определение
- ▣ Элементы пирамиды
- ▣ Свойства пирамиды
- ▣ Правильная пирамида
- ▣ Свойства правильной пирамиды
- ▣ Прямоугольная пирамида
- ▣ Поверхность пирамиды
- ▣ Формулы, связанные с пирамидой

# Определение

- ▣ Пирамида – это многоугольник  $A_1A_2\dots A_n$  и точка  $P$ , не лежащая в плоскости этого многоугольника и соединенная отрезками с вершинами многоугольника.



# Элементы пирамиды

- **основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.
- **боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- **боковые ребра** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **апофема** — высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды;
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;

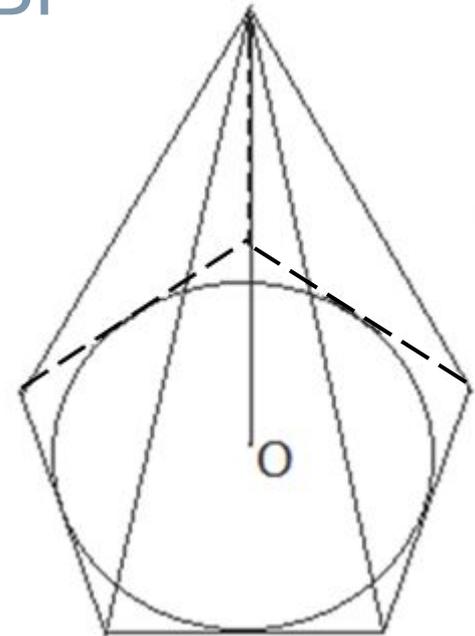


A — вершина пирамиды;  
AB, AC, AD, AE — ребра пирамиды;  
ADE, AEB, ABC, ACD — боковые грани пирамиды;  
BCDE — основание пирамиды;  
AE — высота;  
AF — апофема;  
AFC — диагональное сечение.

# Свойства пирамиды

**Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то :**

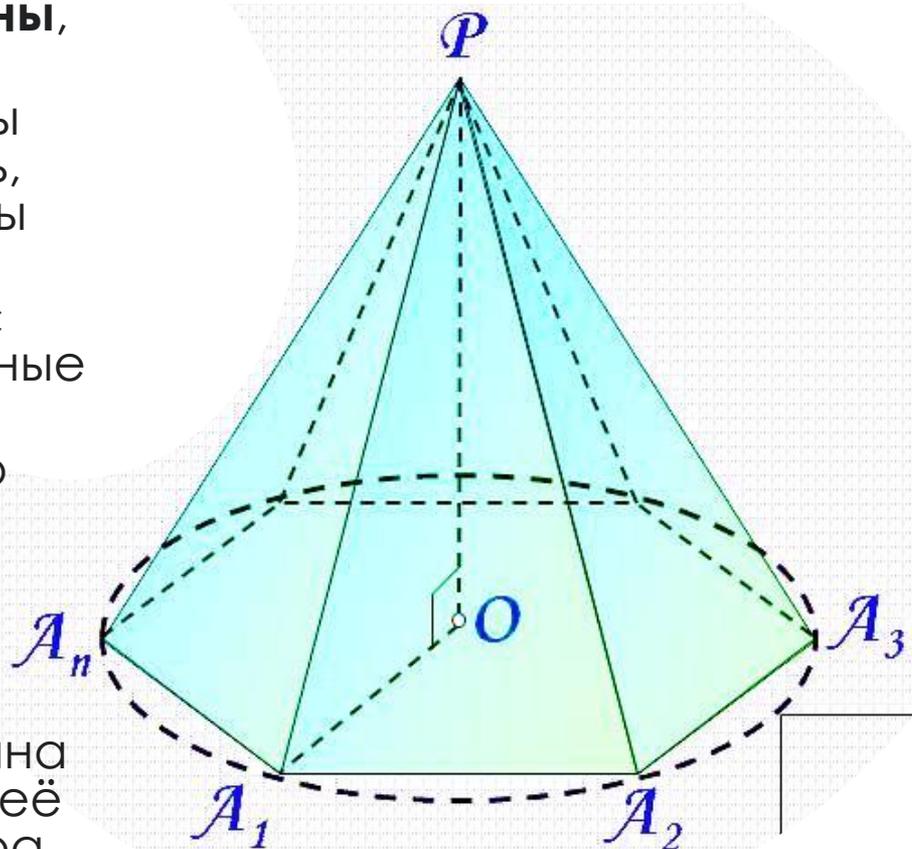
- в основание пирамиды можно вписать окружность, причем вершина пирамиды проецируется в ее центр;
- высоты боковых граней равны;



# Свойства пирамиды

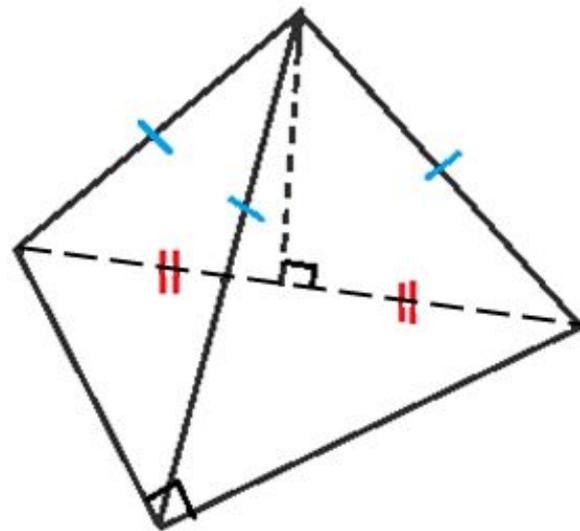
**Если все боковые ребра равны,  
то:**

- около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
- боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы.
- также верно и обратное, то есть если боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые ребра пирамиды равны.



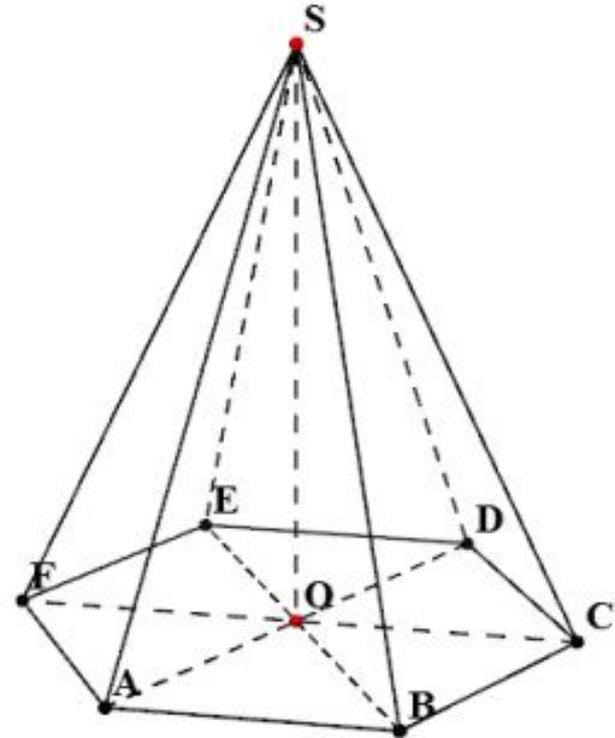
# Свойства пирамиды

- Если в основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, а боковые ребра равны, то высота, опущенная из вершины пирамиды, проецируется на середину гипотенузы данного треугольника.



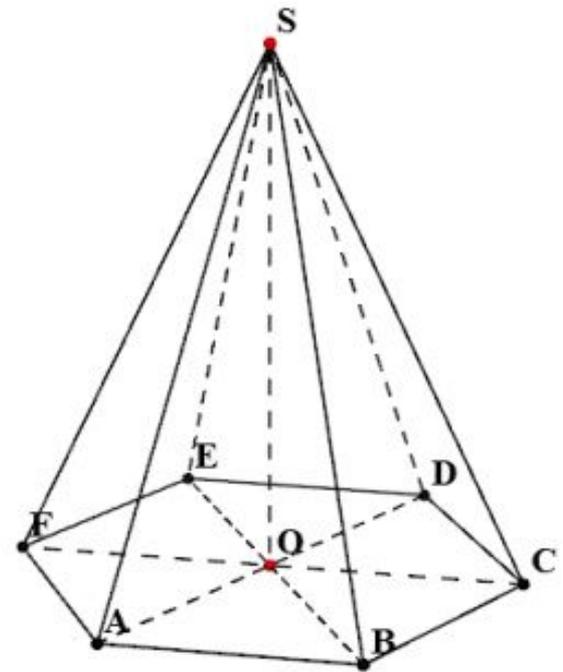
# Правильная пирамида

- ▣ Пирамида называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.



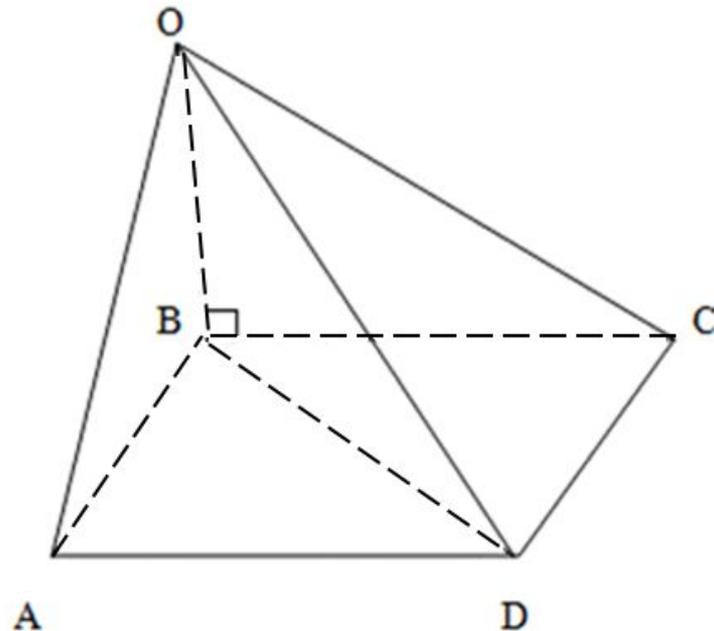
# Свойства правильной пирамиды

- ▣ боковые ребра правильной пирамиды равны;
- ▣ в правильной пирамиде все боковые грани — равные равнобедренные треугольники;



# Прямоугольная пирамида

- ▣ Пирамида **называется прямоугольной**, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.



# Поверхность пирамиды

- Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней (т.е. основания и боковых граней).
- Площадью боковой поверхности пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

# Формулы, связанные с пирамидой

- ▣ Чтобы определить площадь боковой поверхности пирамиды, надо найти сумму площадей всех её боковых граней:

$$S_{\text{бок}} = \sum_i S_i$$

# Формулы, связанные с пирамидой

- Если пирамида является правильной, то

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 \sin \alpha,$$

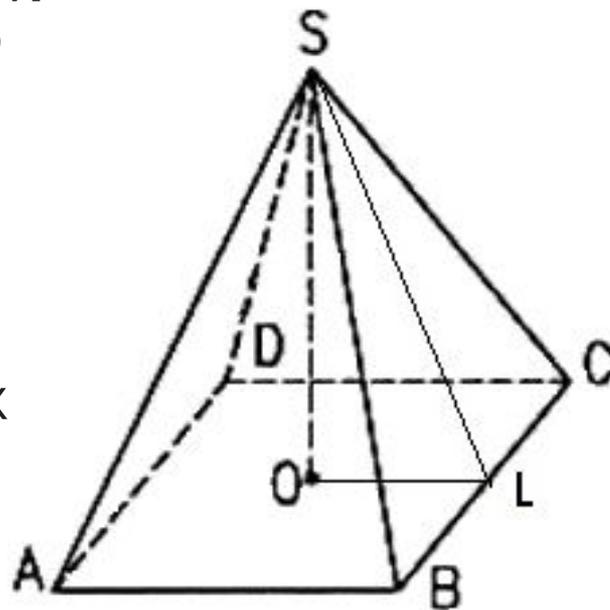
где  $a$  - апофема,  $P$  - периметр основания,  $n$  - число сторон основания,  $b$  - боковое ребро,  $\alpha$  — плоский угол при вершине пирамиды.

# Теорема

**Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению периметра основания на половину апофемы.**

Доказательство:

1. Представим боковую поверхность этой пирамиды как сумму площадей равных равнобедренных треугольников.
2. Если всех треугольников  $n$ , то боковая поверхность равна произведению периметра основания на половину апофемы.



# Формулы, связанные с пирамидой

$$\square \bullet S_{\text{полн}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$\bullet V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$