Пирамида

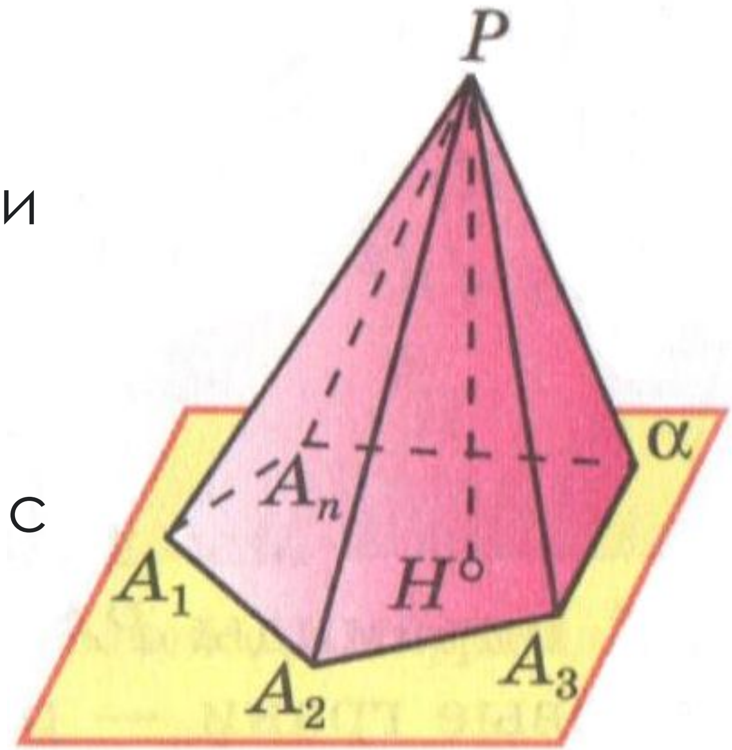
Подготовили :
Асадова Ламия,
Шимонаев Павел,
Волкова Екатерина,
Балыбин Артем,
Олзоев Тимур

План

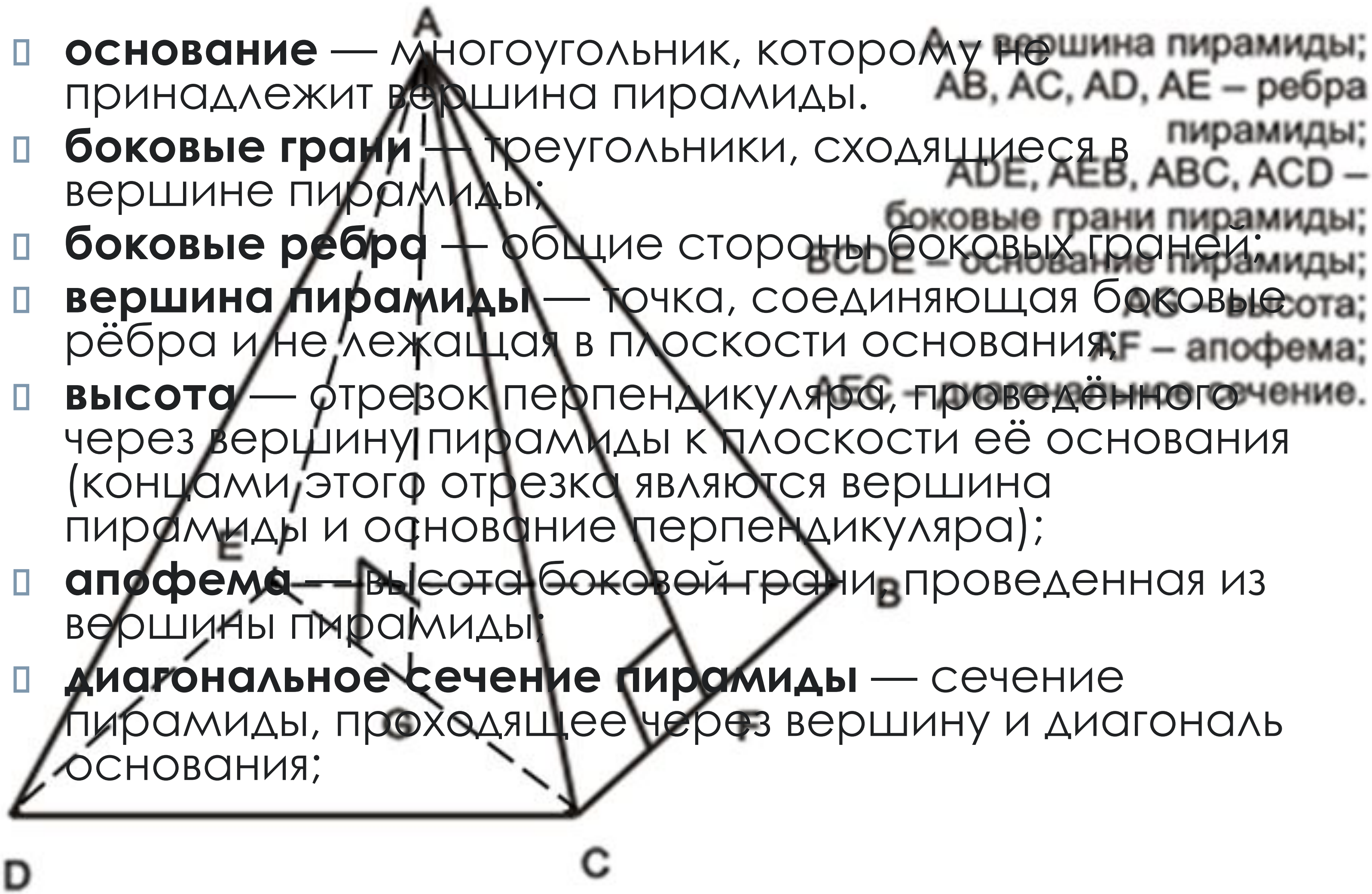
- Определение
- Элементы пирамиды
- Свойства пирамиды
- Правильная пирамида
- Свойства правильной пирамиды
- Прямоугольная пирамида
- Поверхность пирамиды
- Формулы, связанные с пирамидой

Определение

- Пирамида – это многоугольник $A_1A_2 \ldots A_n$ и точка P, не лежащая в плоскости этого многоугольника и соединенная отрезками с вершинами многоугольника.



Элементы пирамиды

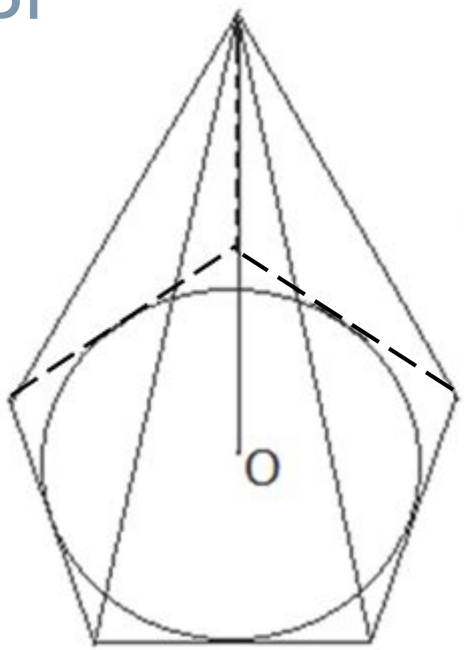


- **основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.
- **боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- **боковые ребра** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **апофема** — высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды;
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;

Свойства пирамиды

Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то :

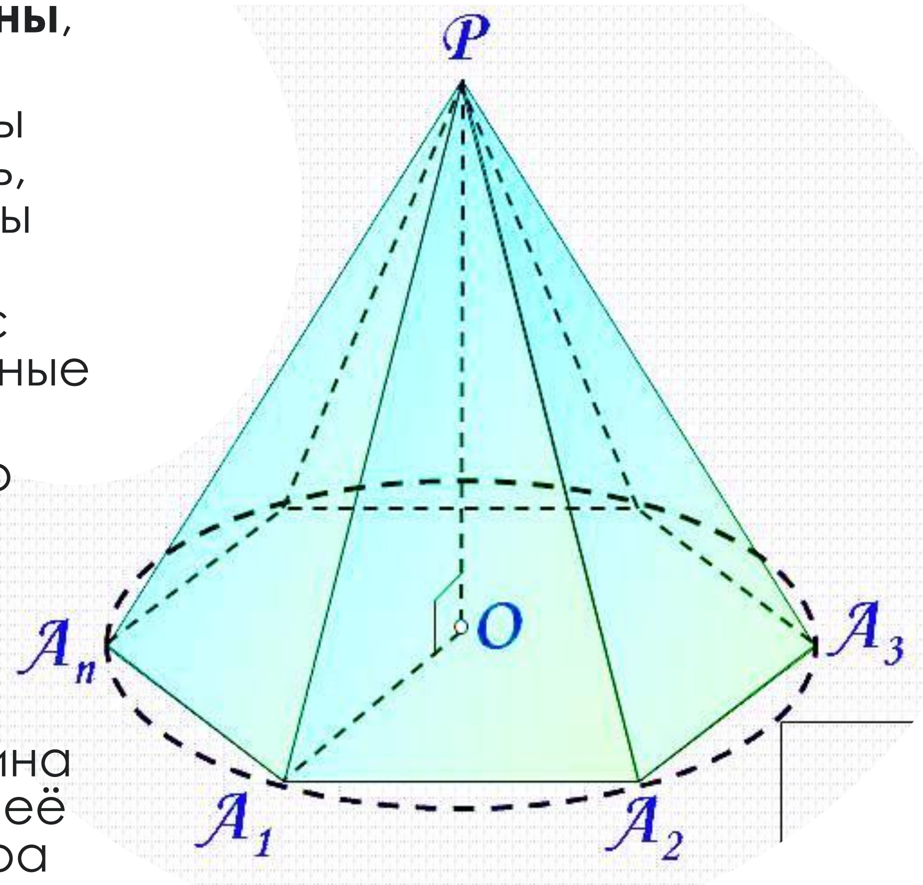
- в основание пирамиды можно вписать окружность, причем вершина пирамиды проецируется в ее центр;
- высоты боковых граней равны;



Свойства пирамиды

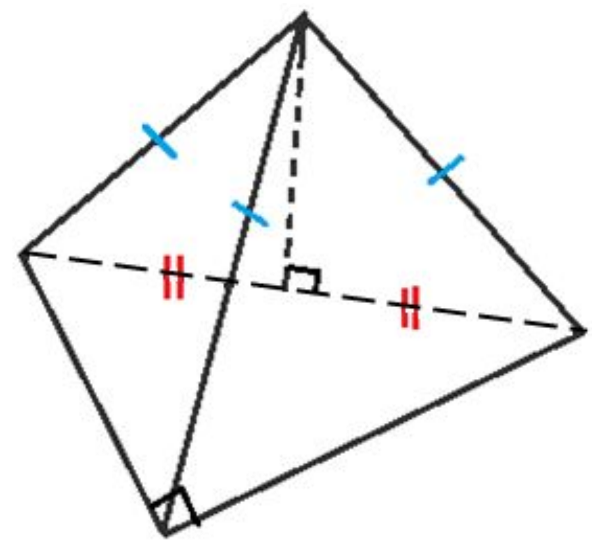
Если все боковые ребра равны, то:

- около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
- боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы.
- также верно и обратное, то есть если боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые ребра пирамиды равны.



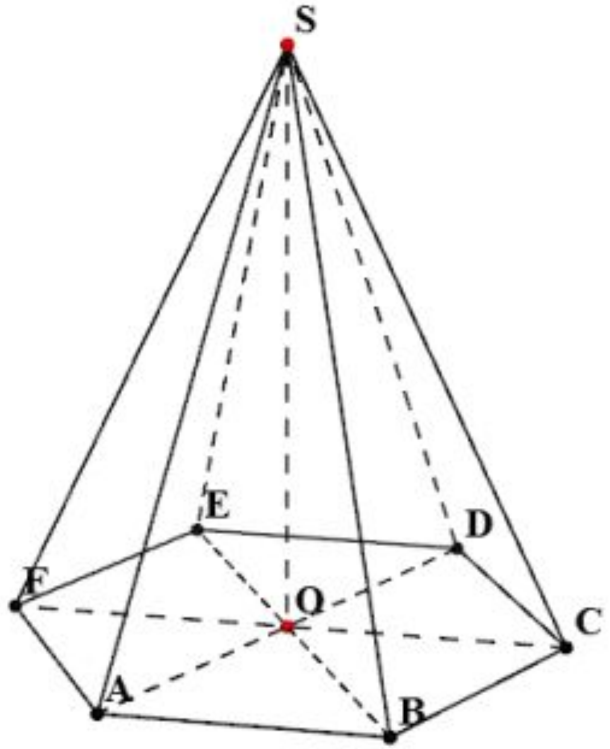
Свойства пирамиды

- Если в основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, а боковые ребра равны, то высота, опущенная из вершины пирамиды, проецируется на середину гипотенузы данного треугольника.



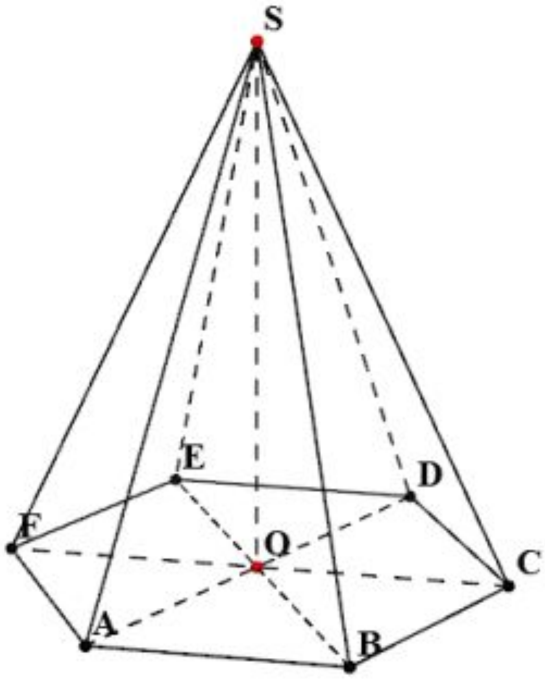
Правильная пирамида

- Пирамида называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.



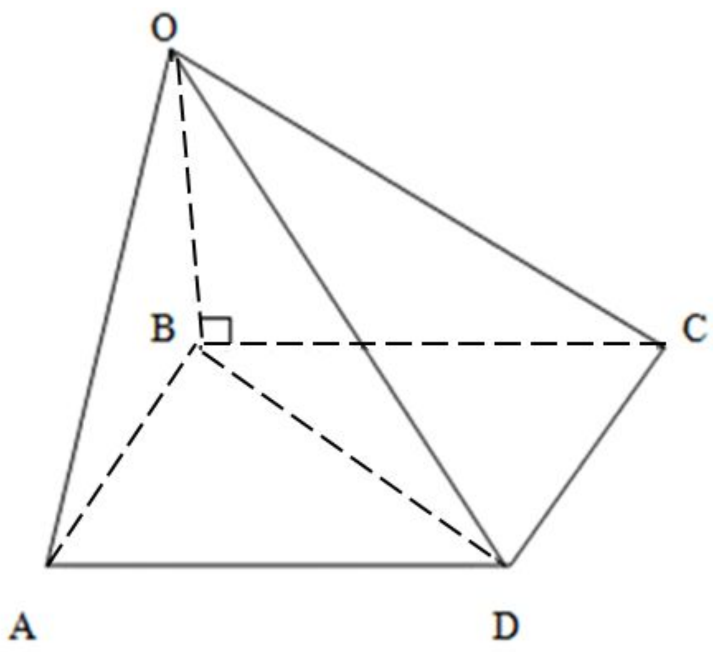
Свойства правильной пирамиды

- боковые ребра правильной пирамиды равны;
- в правильной пирамиде все боковые грани — равные равнобедренные треугольники;



Прямоугольная пирамида

- Пирамида **называется прямоугольной**, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.



Поверхность пирамиды

- Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней (т.е. основания и боковых граней).
- Площадью боковой поверхности пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

Формулы, связанные с пирамидой

- Чтобы определить площадь боковой поверхности пирамиды, надо найти сумму площадей всех её боковых граней:

$$S_{\text{бок}} = \sum_i S_i$$

Формулы, связанные с пирамидой

- Если пирамида является правильной, то

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 \sin\alpha\,,$$

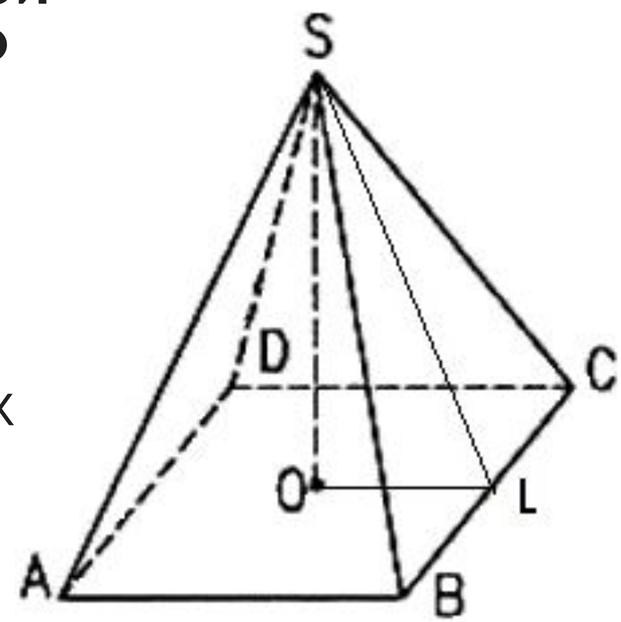
где a - апофема , P - периметр основания, n - число сторон основания, b - боковое ребро, α — плоский угол при вершине пирамиды.

Теорема

Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению периметра основания на половину апофемы.

Доказательство:

1. Представим боковую поверхность этой пирамиды как сумму площадей равных равнобедренных треугольников.
2. Если всех треугольников n, то боковая поверхность равна произведению периметра основания на половину апофемы.



Формулы, связанные с пирамидой

- $S_{\text{полн}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$
- $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$