

Геометрия
глава 6

ПЛОЩАДЬ

Подготовил Рокицкий Максим ученик 9 класса
СПб лицей 488 (учитель Курышова Н.Е.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Единица измерения
2. Свойства площадей
3. Площадь прямоугольника
4. Площадь параллелограмма
5. Площадь треугольника
6. Площадь трапеции
7. Теорема Пифагора
8. Теорема, обратная теореме Пифагора



ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ

- Основная единица измерения – м^2 (мм^2 , см^2 , км^2 , ар, га)

$$1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 1 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ мм}^2 = 0,01 \text{ см}^2$$

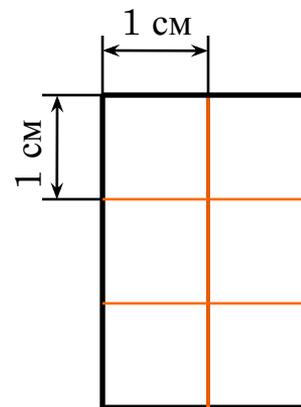
$$1 \text{ см}^2 = 0,0001 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ гектар} = 10000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ акр} = 4046,8564224 \text{ м}^2$$

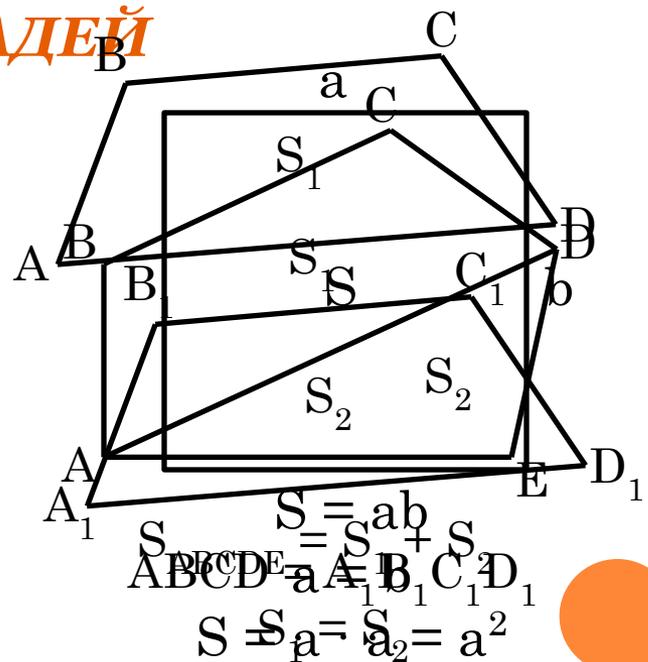


$$S = 6 \text{ см}^2$$



1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.
3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ



□ Дано: прямоугольник со сторонами a и b .

□ Доказать: $S = ab$.

□ Доказательство:

ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

□ $(a + b)^2 = S + S + a^2 + b^2$ Теорема:

□ $a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2$ Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

□ $S = ab$. Теорема доказана.



▣ Задача: Найти площадь прямоугольника со сторонами 4 и 2.

▣ Дано: прямоугольник со сторонами a и b ,
 $a = 4$ см, $b = 2$ см.

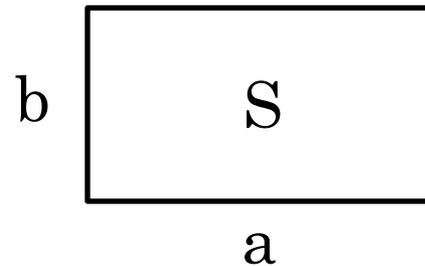
▣ Найти: S .

▣ Решение:

▣ $S = ab$

▣ $S = 4 \text{ см} \cdot 2 \text{ см} = 8 \text{ см}^2$

▣ Ответ: $S = 8 \text{ см}^2$



- ▣ Дано: параллелограмм $ABCD$.
- ▣ Доказать: $S = AD \cdot BH$.
- ▣ Доказательство:

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

▣ $\triangle ABH = \triangle DCK$

Теорема:

▣ $S_{ABCD} = S_{\text{выс}} \cdot \text{осн}$
Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



▣ $S = AD \cdot BH$. Теорема доказана.



▣ Задача: Найти площадь параллелограмма, если основание 8 см, а высота 5 см.

▣ Дано: параллелограмм $ABCD$, BH - высота $AD = 8$ см, $BH = 5$ см.

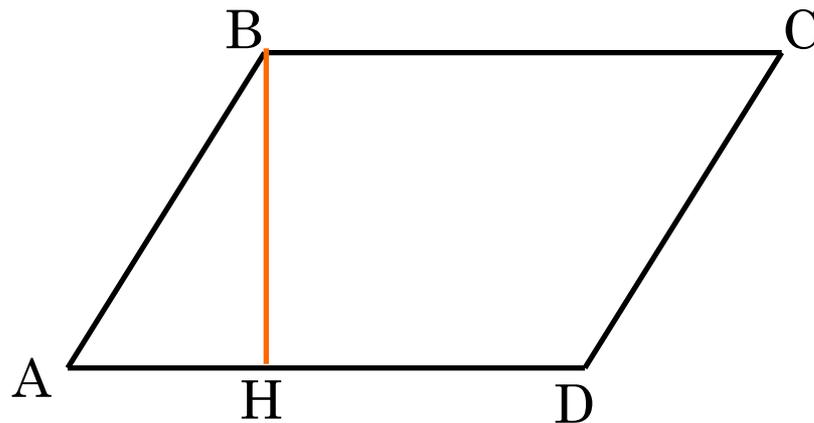
▣ Найти: S .

▣ Решение:

▣ $S = AD \cdot BH$

▣ $S = 8 \text{ см} \cdot 5 \text{ см} = 40 \text{ см}^2$

▣ Ответ: $S = 40 \text{ см}^2$



□ Дано: $\triangle ABC$, AB – основание, CH – высота.

□ Доказать: $S = \frac{1}{2}AB \cdot CH$

□ Доказательство:

□ $\triangle ABC = \triangle DCB$

□ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DCB}$

□ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$

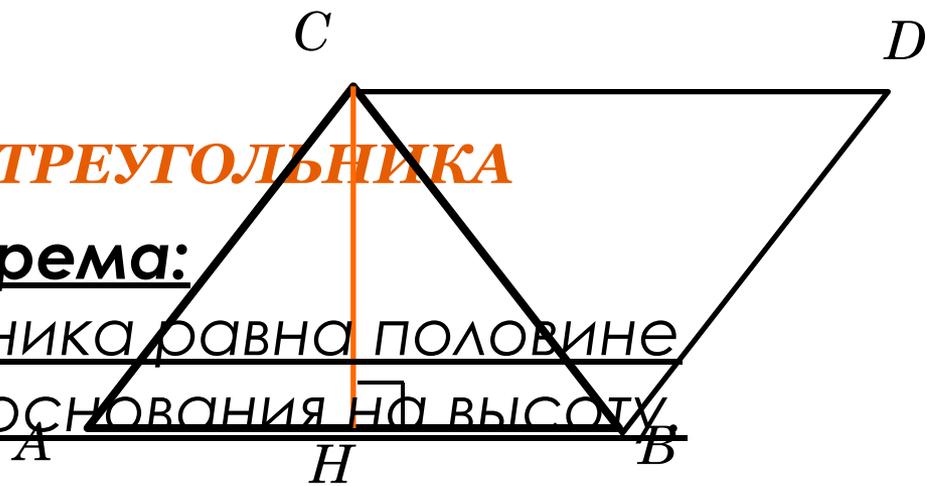
□ $S = \frac{1}{2}AB \cdot CH$. Теорема доказана.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Теорема:

Площадь треугольника равна половине

произведения его основания на высоту



▣ Задача: Найти площадь треугольника с основанием 10 см и высотой 8 см.

▣ Дано: $\triangle ABC$, $AB = 10$ см, $CH = 8$ см.

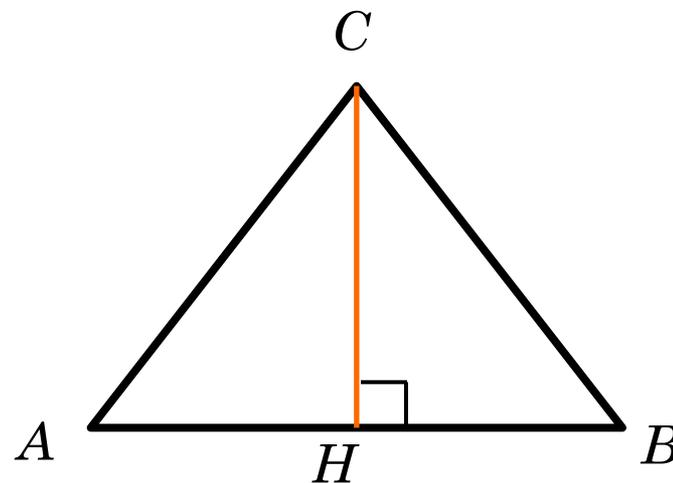
▣ Найти: S .

▣ Решение:

▣ $S = \frac{1}{2}AB \cdot CH$

▣ $S = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} \cdot 8 \text{ см} =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 80 \text{ см}^2 = 40 \text{ см}^2$

▣ Ответ: $S = 40 \text{ см}^2$

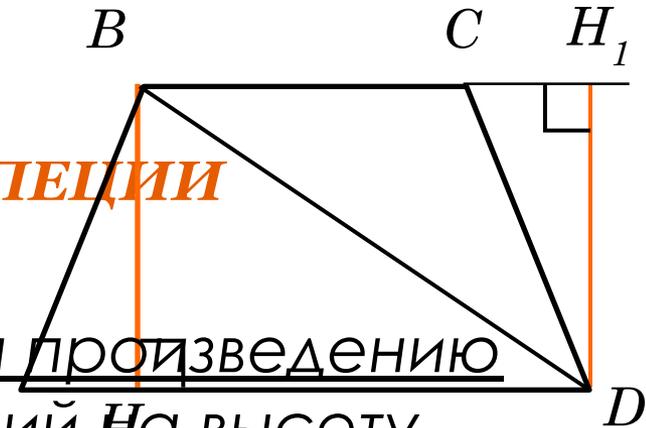


- Дано: трапеция $ABCD$; AD и BC – основания.
- Доказать: $S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$
- Доказательство:

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

Теорема:

Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.



- $S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BH$, $S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DH_1$
- Так как $DH_1 = BH$, то $S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BH$
- $S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$. Теорема доказана.

Задача

Назад



▣ Задача: Найти площадь трапеции с основаниями 4 и 6 и высотой 5.

▣ Дано: трапеция ABCD, BC = 4 см, AD = 6 см
BH = 5 см.

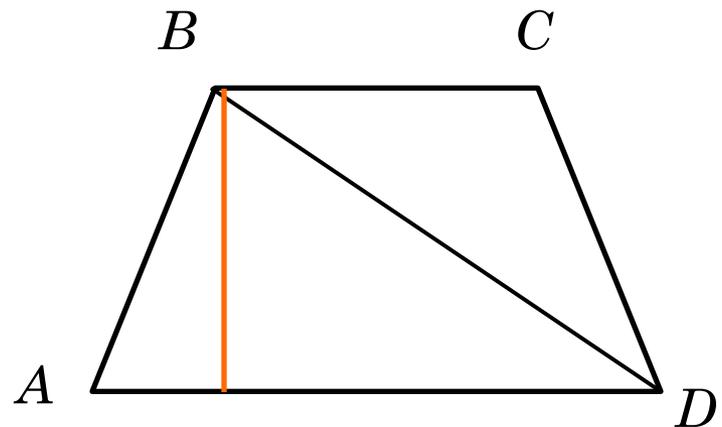
▣ Найти: S.

▣ Решение:

$$\square S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$$

$$\square S = \frac{1}{2}(4 \text{ см} + 6 \text{ см}) \cdot 5 \text{ см} = \\ = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} \cdot 5 \text{ см} = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ см}^2 = 25 \text{ см}^2$$

▣ Ответ: $S = 25 \text{ см}^2$



- Дано: a , b , c – стороны прямоугольного треугольника
- Доказать: $c^2 = a^2 + b^2$
- Доказательство:

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Теорема:

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



- $S = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2$
- $(a + b)^2 = 2ab + c^2$
- $c^2 = a^2 + b^2$. Теорема доказана.

Назад

Задача



▣ Задача: Найти гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 4 и 3.

▣ Дано: $\triangle ABC$, $AC = 3$ см, $BC = 4$ см, C – прямой.

▣ Найти: AB .

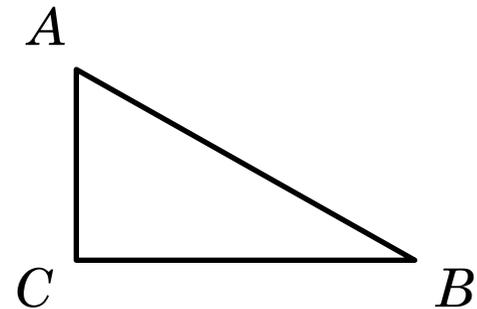
▣ Решение:

▣ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

▣ $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

▣ $AB = \sqrt{25} = 5$

▣ Ответ: $AB = 5$ см



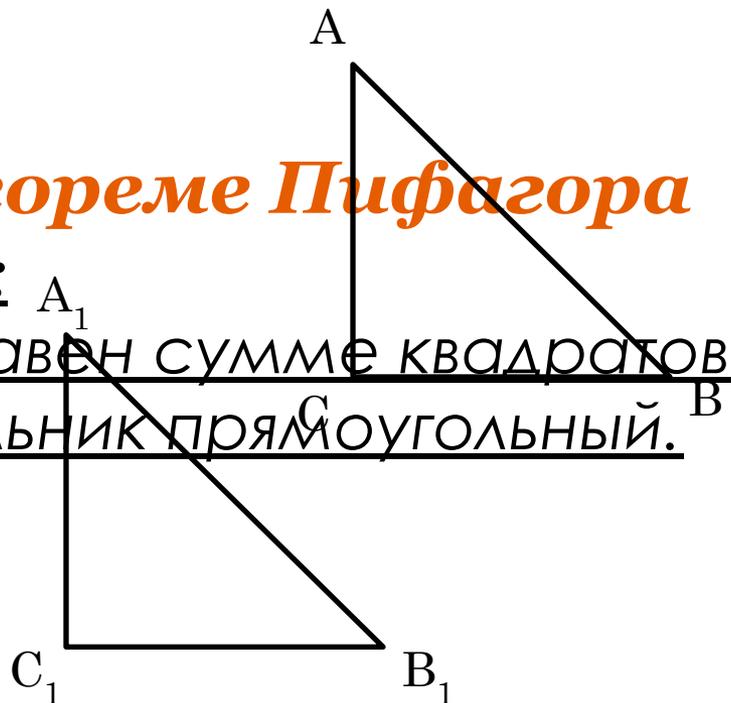
- ▣ Дано: $\triangle ABC$; $AB^2 = AC^2 + BC^2$
- ▣ Доказать: C – прямой угол
- ▣ Доказательство:

Теорема, обратная теореме Пифагора

Теорема:

▣ $A_1C_1 = AC$, $B_1C_1 = BC$
 Если квадрат одной стороны равен сумме квадратов
 двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

▣ $A_1B_1^2 = AB^2$, $A_1B_1 = AB$



▣ Теорема доказана.

