Геометрия

глава 6

Площадь

Подготовил Рокицкий Максим ученик 9 класса

СПб лицей 488 (учитель Курышова Н.Е.)

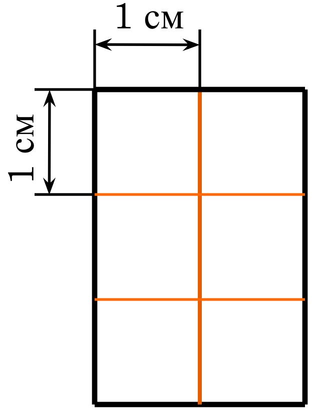
Содержание

Единица измерения

- Основная единица измерения – $м^2$ ($мм^2$, $см^2$, $км^2$, ар, га)

$1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 1 \text{ см}^2$

$1 \text{ мм}^2 = 0{,}01 \text{ см}^2$
$1 \text{ см}^2 = 0{,}0001 \text{ м}^2$
$1 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2$
$1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2$
$1 \text{ гектар} = 10000 \text{ м}^2$
$1 \text{ акр} = 4046{,}8564224 \text{ м}^2$

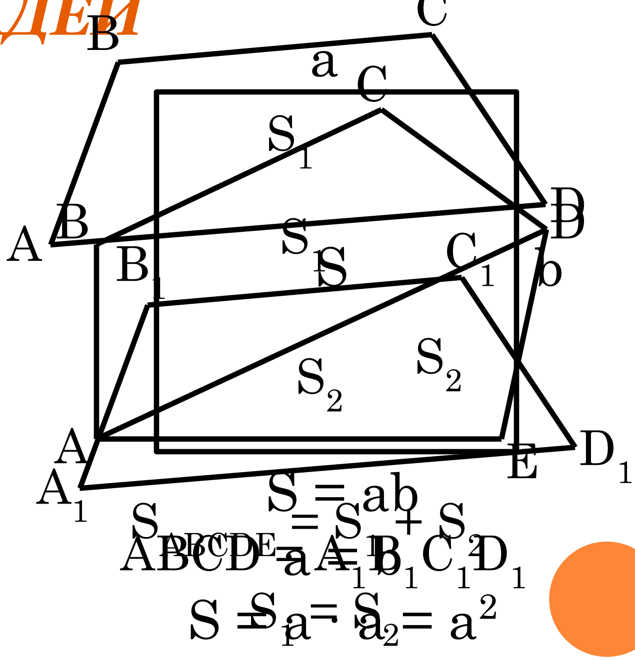


$S = 6 \text{ см}^2$

Назад

Свойства площадей

1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих много-угольников.
3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.



Назад

Площадь прямоугольника

Теорема:

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

- Дано: прямоугольник со сторонами a и b.
- Доказать: $S = ab$.
- Доказательство:

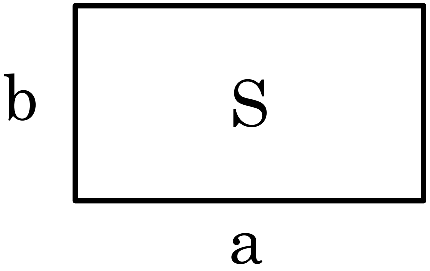
- $(a + b)^2 = S + S + a^2 + b^2$
- $a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2$
- $S = ab$. Теорема доказана.

Задача

Назад

- Задача: Найти площадь прямоугольника со сторонами 4 и 2.

- Дано: прямоугольник со сторонами a и b, $a = 4$ см, $b = 2$ см.
- Найти: S.
- Решение:



- $S = ab$
- $S = 4$ см · 2 см $= 8$ см^2

- Ответ: $S = 8$ см^2

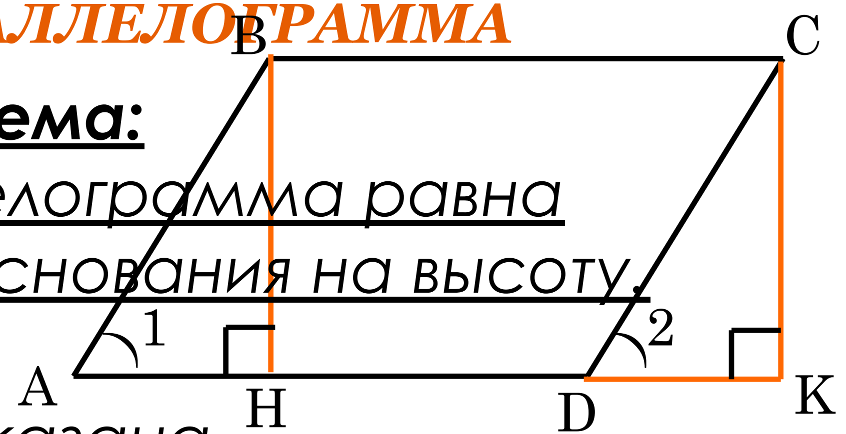
Назад К теореме

Площадь параллелограмма

Теорема:

Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

- Дано: параллелограмм ABCD.
- Доказать: $S = AD \cdot BH$.
- Доказательство:



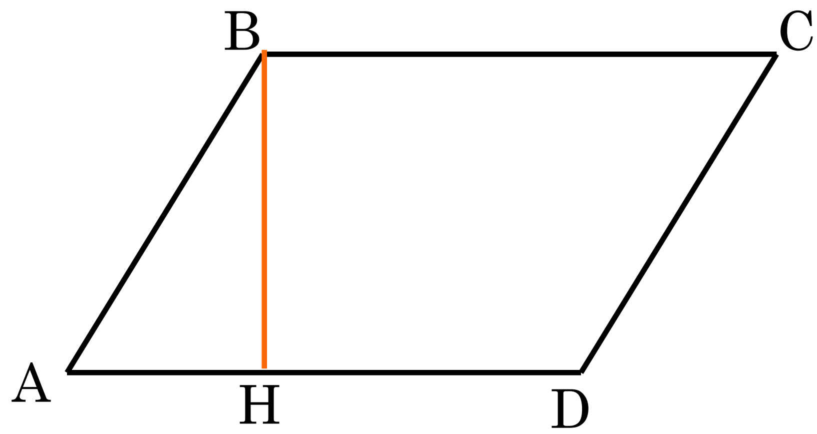
- $\Delta ABH = \Delta DCK$
- $S_{ABCD} = S_{HBCK}$
- $S = AD \cdot BH$. Теорема доказана.

Задача

Назад

- <u>Задача: Найти площадь параллелограмма, если основание 8 см, а высота 5 см.</u>

- Дано: параллелограмм ABCD, BH - высота AD = 8 см, BH = 5 см.
- Найти: S.
- Решение:



- $S = AD \cdot BH$
- $S = 8\text{ см} \cdot 5\text{ см} = 40\text{ см}^2$

- Ответ: $S = 40\text{ см}^2$

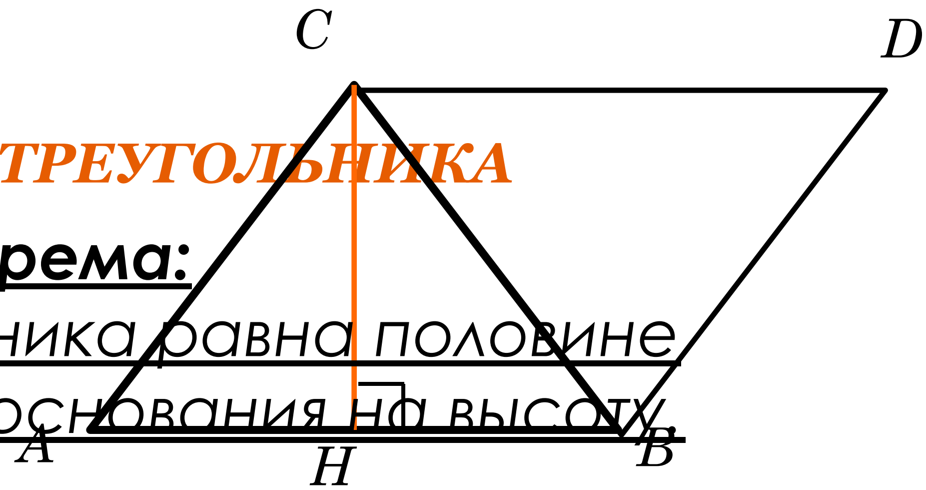
Назад К теореме

Площадь треугольника

Теорема:

Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

- Дано: ΔABC, AB – основание, CH – высота.
- Доказать: $S = ½AB \cdot CH$
- Доказательство:



- $\Delta ABC = \Delta DCB$
- $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta DCB}$
- $S_{\Delta ABC} = ½\ S_{ABDC}$
- $S = ½AB \cdot CH$. Теорема доказана.

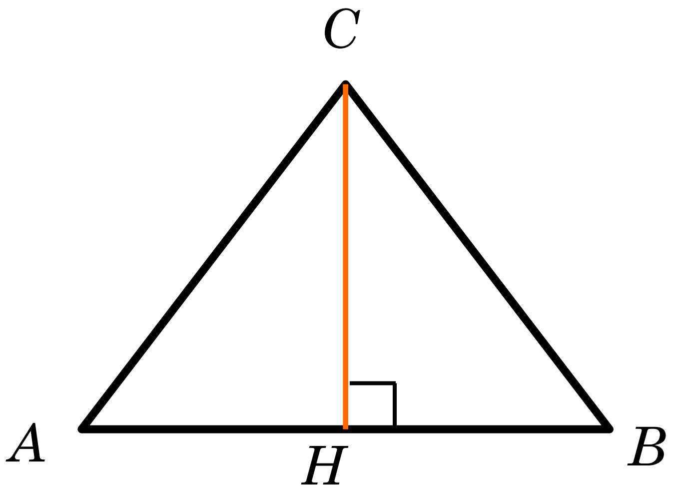
Назад

Задача

- Задача: Найти площадь треугольника с основанием 10 см и высотой 8 см.

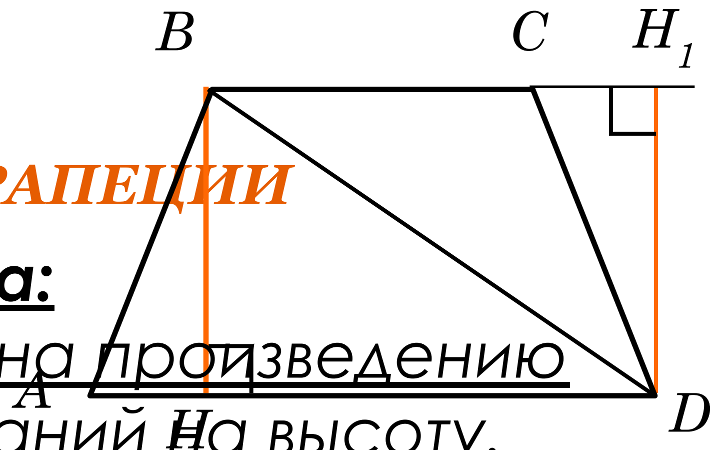
- Дано: ΔABC, $AB = 10$ см, $CH = 8$ см.
- Найти: S.
- Решение:
- $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH$
- $S = \frac{1}{2} \cdot 10$ см $\cdot\ 8$ см $=$
  $= \frac{1}{2} \cdot 80$ см$^2 = 40$ см^2

- Ответ: $S = 40$ см^2



Назад К теореме

- Дано: трапеция ABCD; AD и BC – основания.
- Доказать: $S = ½(AD + BC) \cdot BH$
- Доказательство:



Площадь трапеции

<u>Теорема:</u>

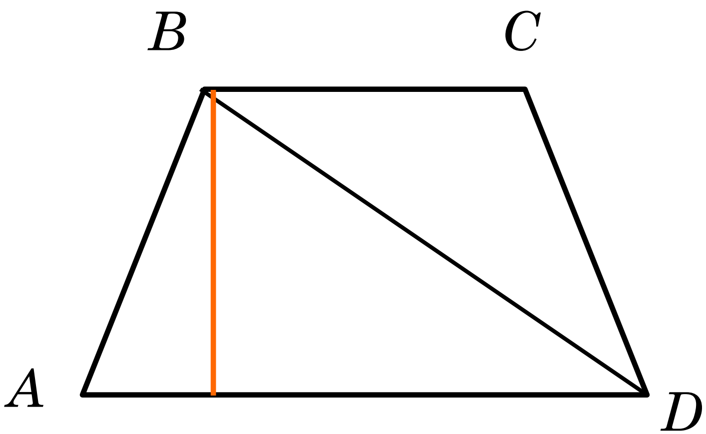
<u>Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.</u>

- $S_{ABD} = ½\ AD \cdot BH$, $S_{BCD} = ½\ BC \cdot DH_1$
- Так как $DH_1 = BH$, то $S_{BCD} = ½\ BC \cdot BH$
- $S = ½(AD + BC) \cdot BH$. <u>Теорема доказана.</u>

Задача
Назад

- Задача: Найти площадь трапеции с основаниями 4 и 6 и высотой 5.

- Дано: трапеция ABCD, BC = 4 см, AD = 6 см BH = 5 см.
- Найти: S.
- Решение:



- $S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$
- $S = \frac{1}{2}(4\text{ см} + 6\text{ см}) \cdot 5\text{ см} =$
$= \frac{1}{2} \cdot 10\text{ см} \cdot 5\text{ см} = \frac{1}{2} \cdot 50\text{ см}^2 = 25\text{ см}^2$

- Ответ: $S = 25\text{ см}^2$

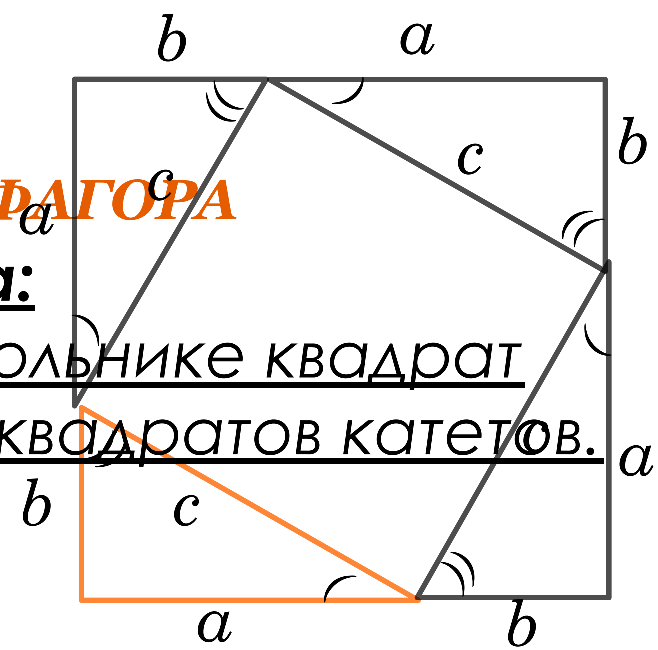
Назад К теореме

- *Дано: a, b, c – стороны прямоугольного треугольника*
- *Доказать: $c^2 = a^2 + b^2$*
- *Доказательство:*

Теорема Пифагора

<u>Теорема:</u>

<u>В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.</u>

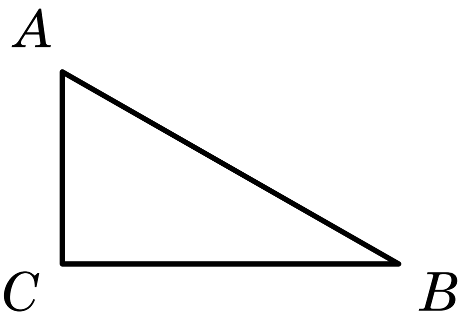


- *$S = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2$*
- *$(a + b)^2 = 2ab + c^2$*
- *$c^2 = a^2 + b^2$. <u>Теорема доказана.</u>*

[Назад](#) [Задача](#)

- Задача: Найти гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 4 и 3.

- Дано: ΔABC, $AC = 3$ см, $BC = 4$ см, C – прямой.
- Найти: AB.
- Решение:



- $AB^2 = AC^2 + BC^2$
- $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
- $AB = \sqrt{25} = 5$

- Ответ: $AB = 5$ см

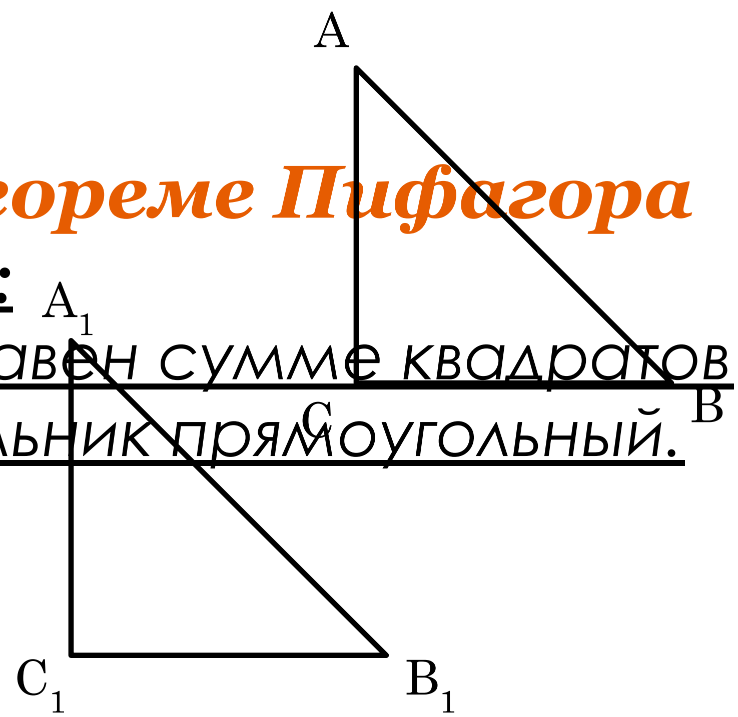
Назад К теореме

Теорема, обратная теореме Пифагора

Теорема:

Если квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

- Дано: ΔABC; $AB^2 = AC^2 + BC^2$
- Доказать: C – прямой угол
- Доказательство:



- $A_1C_1 = AC$, $B_1C_1 = BC$
- $A_1B_1^{\ 2} = AC^2 + BC^2$
- $A_1B_1^{\ 2} = AB^2$, $A_1B_1 = AB$
- Теорема доказана.

Назад