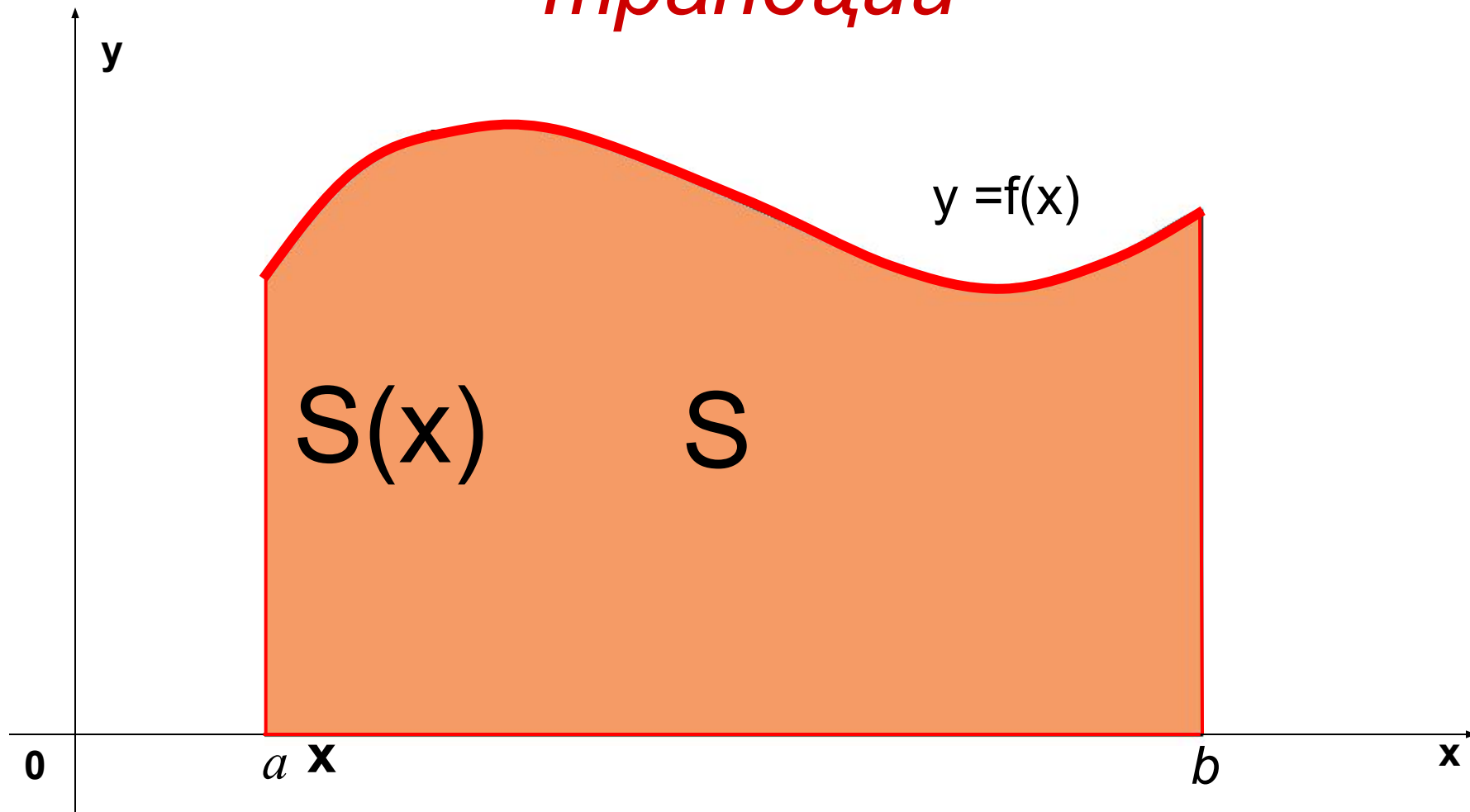
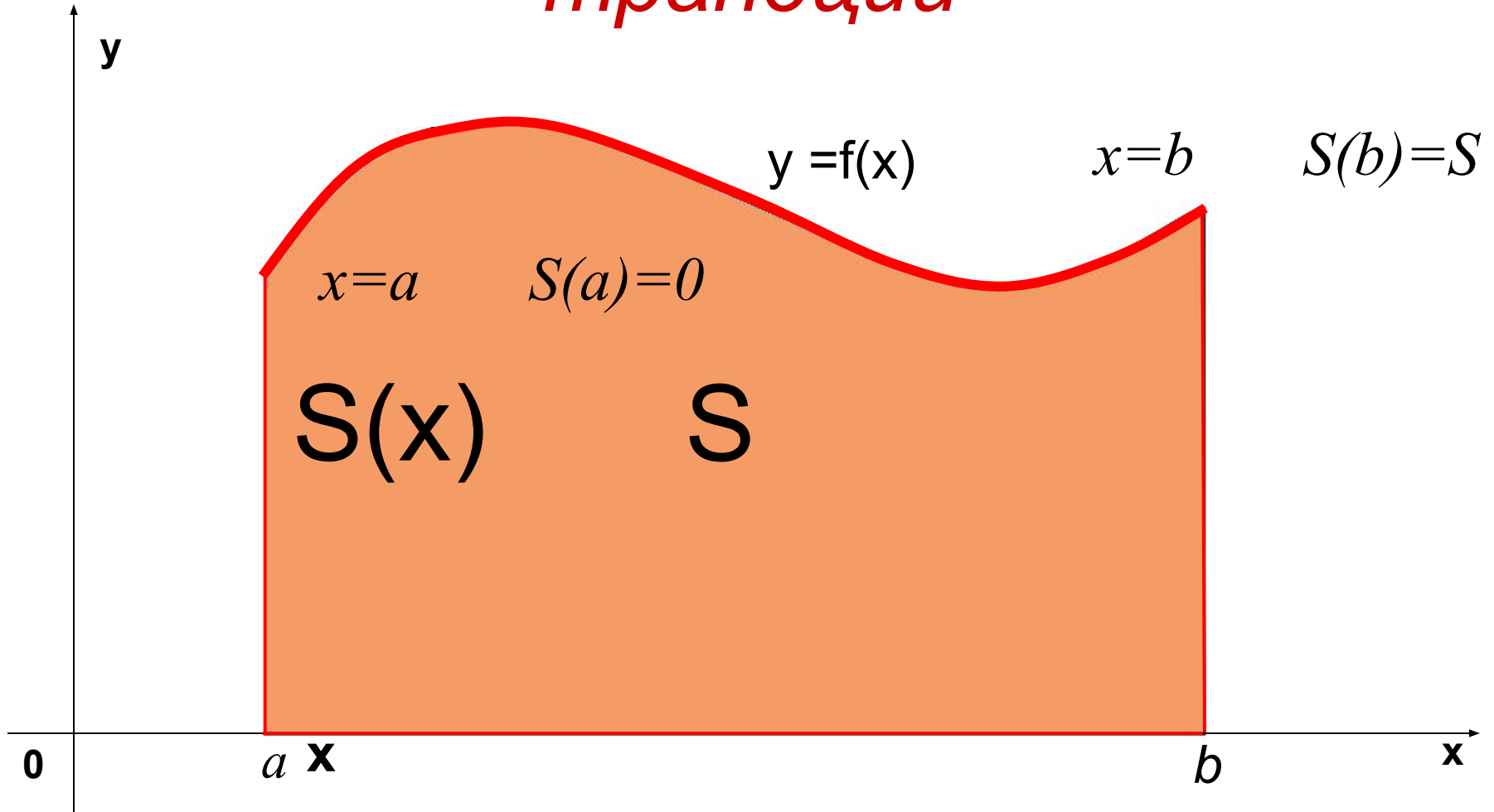


*Площадь
криволинейной
трапеции и
интеграл.*

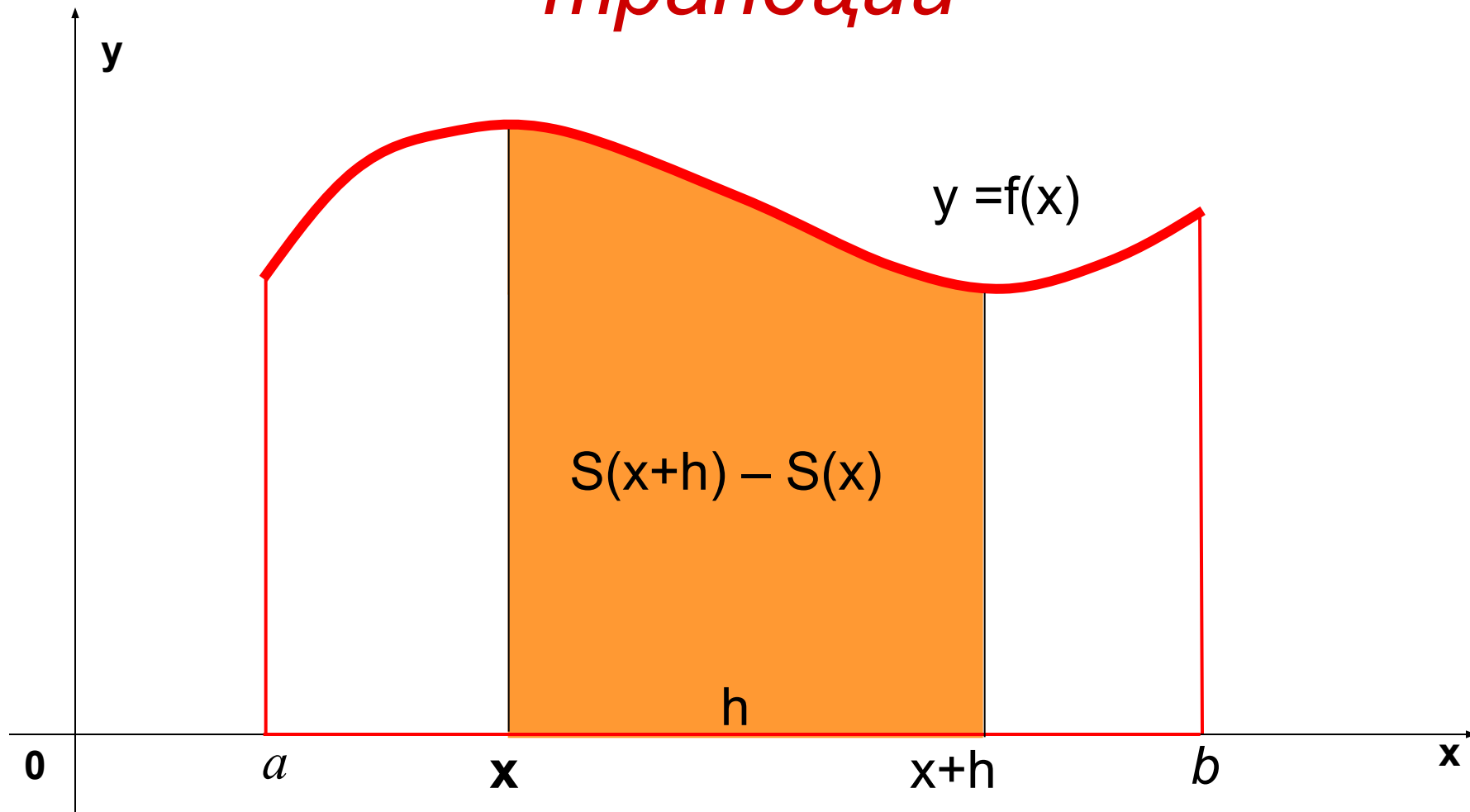
Площадь криволинейной трапеции



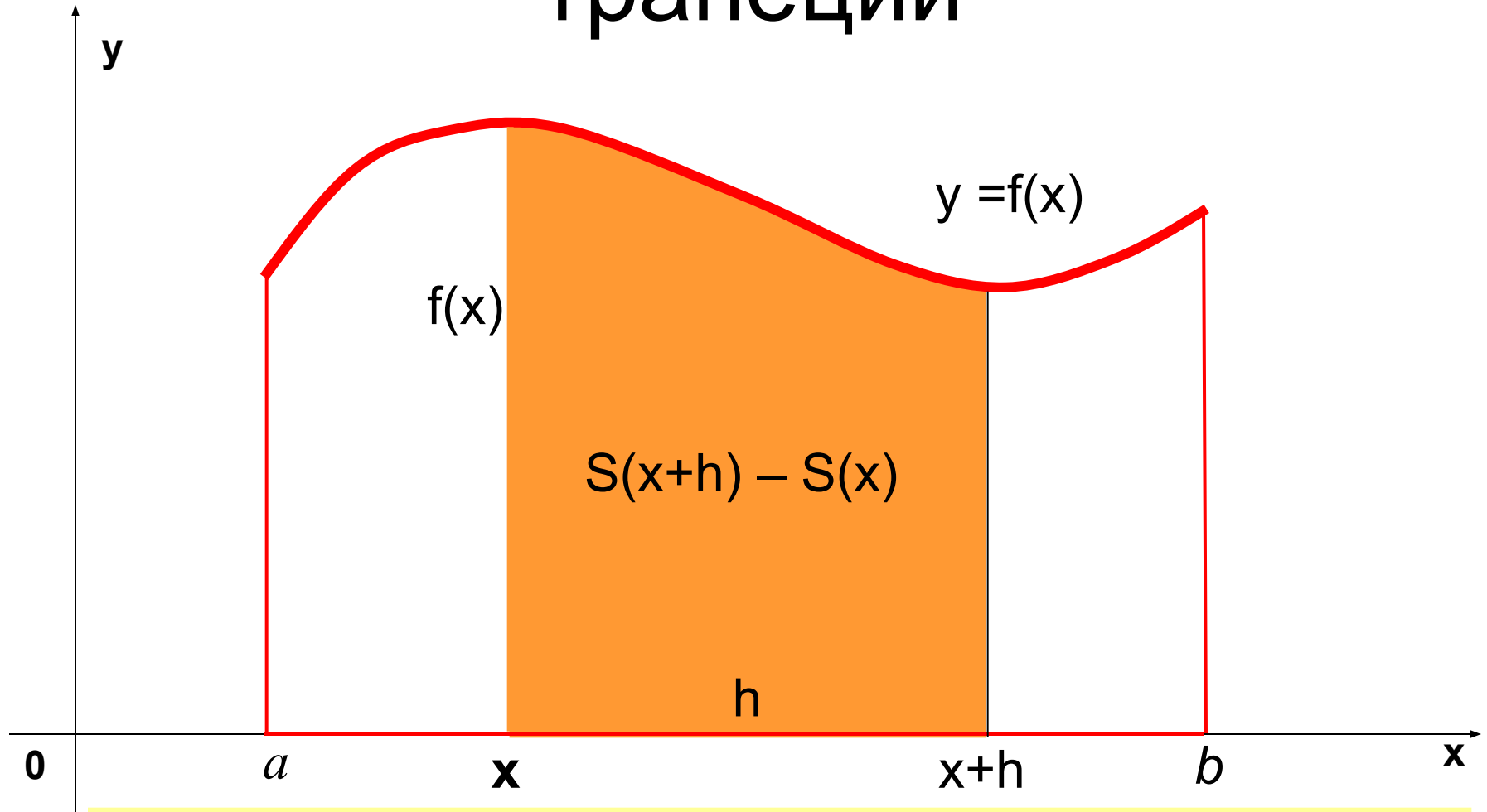
Площадь криволинейной трапеции



Площадь криволинейной трапеции



Площадь криволинейной трапеции



$$h \rightarrow 0$$

$$S(x+h) - S(x) \rightarrow f(x) \cdot h$$

Площадь криволинейной трапеции

$$h \rightarrow 0 \quad S(x+h) - S(x) \rightarrow f(x) \cdot h$$

$$\frac{S(x+h) - S(x)}{h} \rightarrow f(x)$$

$$S'(x) = f(x)$$

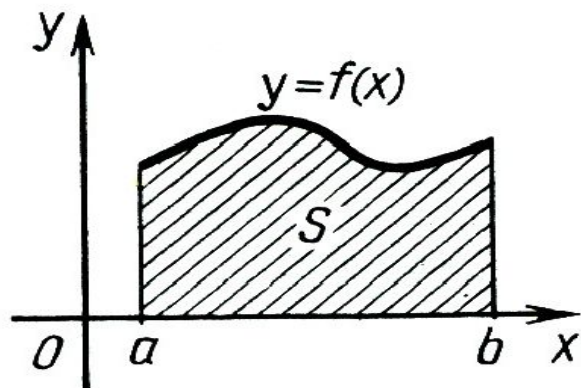
S (первообразная для $f(x)$)

$$S(x) = F(x) + C$$

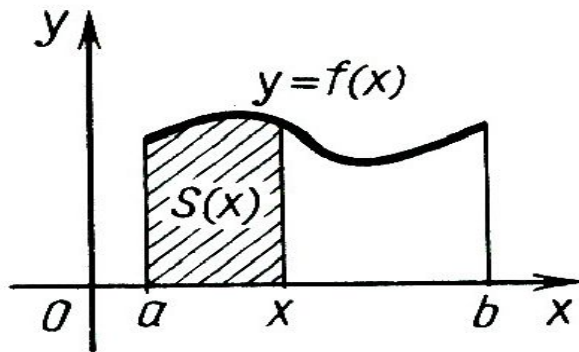
$$x = a \quad S(a) = F(a) + C = 0 \quad C = -F(a)$$

$$S(x) = F(x) - F(a)$$

$$x = b \quad S = S(b) = F(b) - F(a)$$



Фигура, ограниченная снизу отрезком $[a, b]$ оси Ox , сверху графиком непрерывной функции $y = f(x)$, принимающей положительные значения, а с боков отрезками прямых $x = a$, $x = b$ называется криволинейной трапецией.

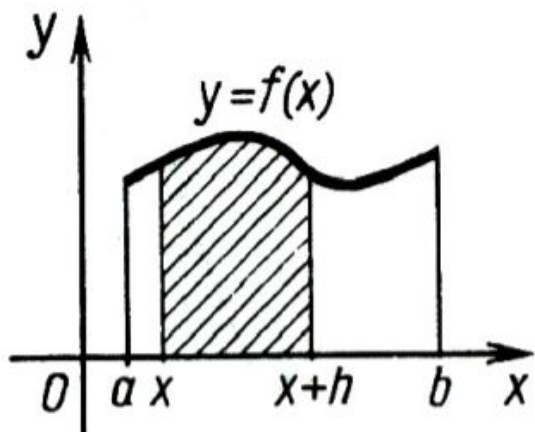


Обозначим $S(x)$ - площадь криволинейной трапеции с основанием $[a, x]$,

x - любая точка отрезка $[a, b]$

При $x = a$ отрезок $[a, x]$ вырождается в точку, поэтому $S(a) = 0$; при $x = b$,

$$S(b) = S$$



$S(x)$ является
первообразной
функции $f(x)$,
т.е. $S'(x) = f(x)$

$S(x + h) - S(x)$, где $h > 0$, равна
площади криволинейной трапеции
с основанием $[x, x + h]$.

**Если число h мало, то
эта площадь приблизительно равна $f(x)h$,**

т.е. $S(x + h) - S(x) \approx f(x)h$

$$\frac{S(x + h) - S(x)}{h} \approx f(x)$$

$h \rightarrow 0$ получается равенство $S'(x) = f(x)$

Площадь криволинейной трапеции
вычисляется по формуле

$$S = F(b) - F(a)$$

Разность $F(b) - F(a)$ называют

интегралом от функции $f(x)$

на отрезке $[a, b]$ и обозначают так :

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Формула Ньютона - Лейбница

Любая другая первообразная $F(x)$ отличается от $S(x)$ на постоянную, т.е. $F(x) = S(x) + C$

При $x = a$ получаем $F(a) = S(a) + C$

Так как $S(a) = 0$, то $C = F(a)$ и равенство

$F(x) = S(x) + C$ можно записать так

$S(x) = F(x) - F(a)$, отсюда при $x = b$ получим

$$S(b) = F(b) - F(a)$$

Немного истории

$\int y dx$ - 1675 г, опубликовано в 1686 г
ввел Г.Лейбниц

$f'(x)$ - 1675 г, Ж Лагранж

5 век до н.э. др.гр. ученый Демокрит

3-4 век до н.э. Архимед **ввел метод исчерпывания**

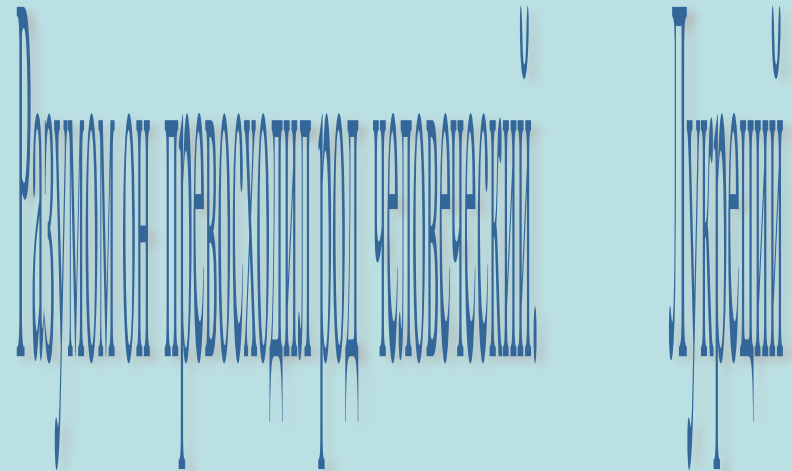
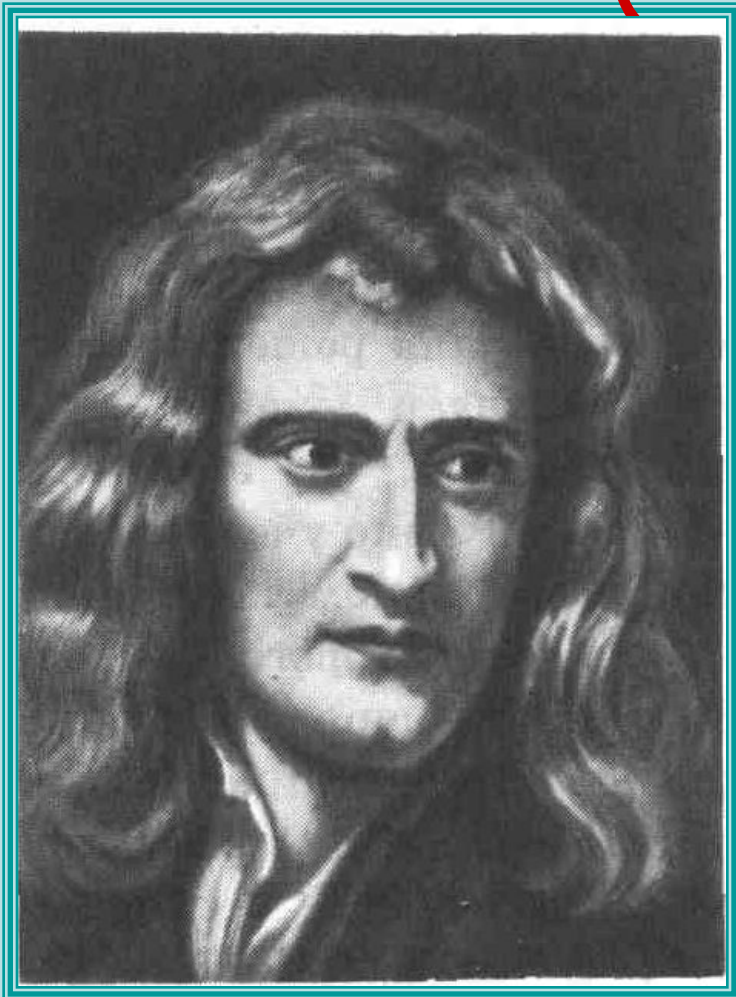
Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)



« Общее искусство знаков представляет чудесное пособие, так как оно разгружает воображение... Следует заботиться о том, чтобы обозначения были удобны для открытий. Обозначения коротко выражают и отображают сущность вещей. Тогда поразительным образом сокращается работа мысли.»

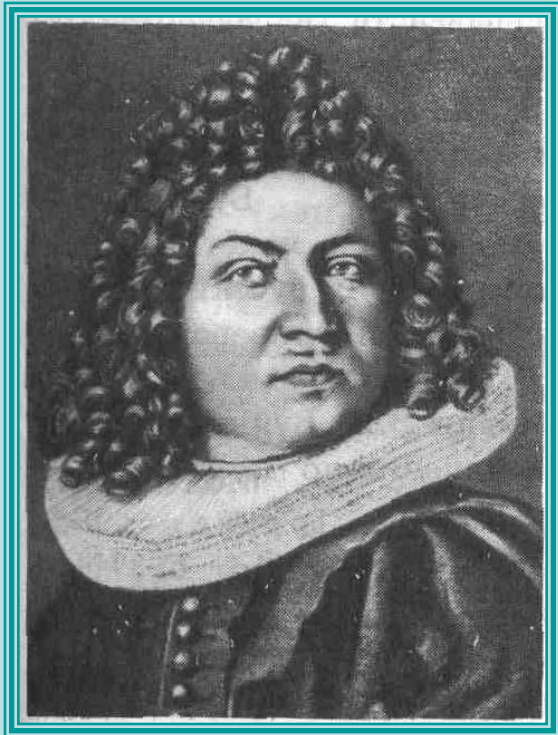
Лейбниц

Исаак Ньютон (1643-1727)



Немного истории

- «Интеграл» придумал Я.Бернулли (1690)
- «восстанавливать» от латинского *integro* «целый» от латинского *integer*



ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

неопределенный интеграл
(первообразная)

И.НЬЮТОН

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный интеграл

(площадь криволинейной фигуры)

Г.ЛЕЙБНИЦ

Применение интеграла

- *Площадь фигуры*
- *Объем тела вращения*
- *Работа электрического заряда*
- *Работа переменной силы*
- *Центр масс*

В классе:

№ 999(1,3)

№ 1000(1,2)

Дома:

П 56

№ 999(2,4)

№ 1000(3)