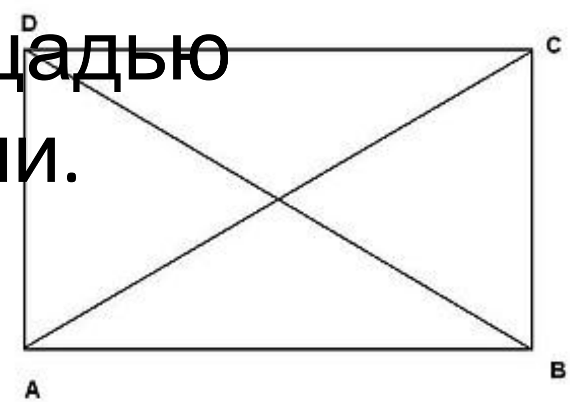
Площадь квадрата

- **Площадь** — численная характеристика двумерной (плоской или искривлённой) геометрической фигуры, неформально говоря, показывающая размер этой фигуры.
- Фигуры с одинаковой площадью называются равновеликими.

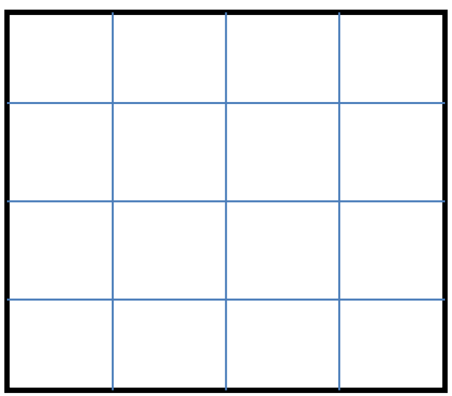


Аксиомы площади

- Площадь единичного квадрата равна 1.
- Площадь аддитивна.
- Площадь неотрицательна.

аддитивность площади означает, что площадь целого равен сумме …составляющих его частей.

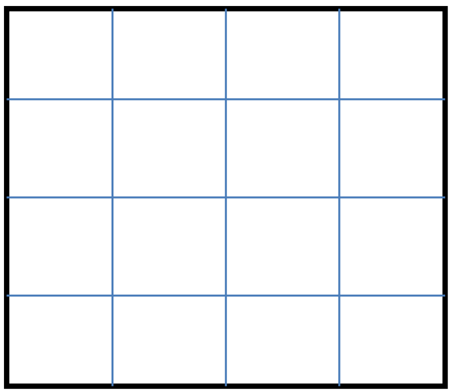
$$f(a+b) = f(a) + f(b).$$

- Докажем, что площадь квадрата со стороной a равна a^2.
- 1 случай.
- $a=1/n$, где n- нат.число. Возьмем квадрат со стороной 1 и разобьем его на n^2 равных квадратов, как на рисунке.
- 

  Так как площадь большого квадрата равна 1, то площадь каждого маленького квадрата...

- Сторона каждого маленького квадрата равна…, т.е. равна а. Итак, $S= 1/n^2 = (1/n)^2 = a^2$ (1)
- Случай 2.

Пусть теперь а представляет собой конечную десятичную дробь, содержащую n знаков после запятой, так же число а может быть целым, и тогда $n=0$. Тогда число квадратиков на каждой стороне $m=a*10^n$. Разобьем данный квадрат со стороной а на m^2 равных квадратов, как на рисунке.



- При этом каждая сторона данного квадрата разобьется на m равных частей, и, значит, сторона любого маленького квадрата равна

  $a/m=a/a*10^n =1/10^n$

  По формуле(1) площадь маленького квадрата равна $(1/10^n)^2$.

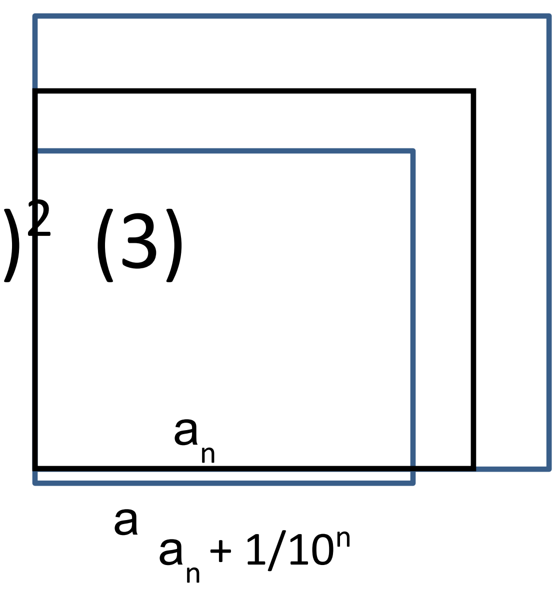
- Следовательно, площадь данного квадрата равна

  $m^2 * (1/10^n)^2 = (m/10^n)^2 = (a*10^n/10^n)^2 = a^2$.

Пусть число a представляет собой бесконечную десятичную дробь. Рассмотрим число a_n, получаемое из a отбрасыванием всех десятичных знаков после запятой, начиная с(n+1)-го. Так как число a отличается от a_n не более чем на $1/10^n$, то $a_n \le a \le a_n + 1/10^n$, откуда $a_n^2 \le a^2 \le (a_n + 1/10^n)^2$. (2)

- Площадь данного квадрата заключена между площадью квадрата со стороной a_n и площадью квадрата со стороной $a_n + 1/10^n$

- $a_n^2 \le S \le (a_n + 1/10^n)^2$ (3)



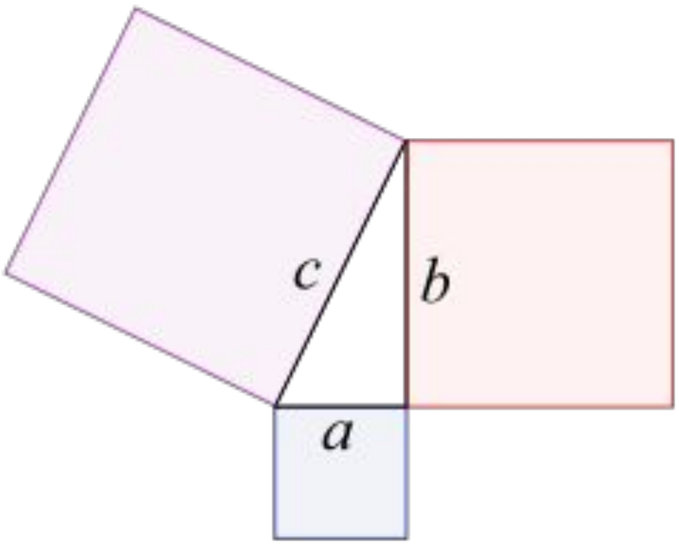
- Будем неограниченно увеличивать число n. Тогда число $1/10^n$, будет становиться сколь угодно малым, и, значит, число $(a_n + 1/10^n)^2$ будет сколь угодно мало отличаться от числа a_n^2 . Поэтому из неравенств (2) и (3) следует, что число S сколь угодно мало отличается от числа a^2 . Следовательно, эти числа равны: $S= a^2$, Ч.Т.Д.

Теорема Пифагора.

- **Теорема Пифагора** — одна из основополагающих теорем евклидовой геометрии, устанавливающая соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.

Формулировки

- **Геометрическая формулировка:**
- Изначально теорема была сформулирована следующим образом:
- В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.



Алгебраическая формулировка:

- В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.
- То есть, обозначив длину гипотенузы треугольника через *c*, а длины катетов через *a* и *b*:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- Обе формулировки теоремы эквивалентны, но вторая формулировка более элементарна, она не требует понятия площади. То есть второе утверждение можно проверить, ничего не зная о площади и измерив только длины сторон прямоугольного треугольника.
- **Обратная теорема Пифагора:**
- Для всякой тройки положительных чисел a, b и c, такой, что $a^2 + b^2 = c^2$, существует прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c.

- **Доказательства**
- По преданию, Пифагор отпраздновал открытие своей теоремы гигантским пиром, заклав на радостях сотню быков.
- На данный момент в научной литературе зафиксировано 367 доказательств данной теоремы. Вероятно, теорема Пифагора является единственной теоремой со столь внушительным числом доказательств. Такое многообразие можно объяснить лишь фундаментальным значением теоремы для геометрии.