



“ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКОВ”

Подготовила Топорищева Катя

8 Класс

ПЛОЩАДЬ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА, ФОРМУЛА

- Для того чтобы вычислить **площадь правильного многоугольника** его разбивают на равные треугольники с общей вершиной в центре вписанной окружности. А площадь правильного многоугольника равна произведению его полупериметра радиус вписанной окружности правильного многоугольника

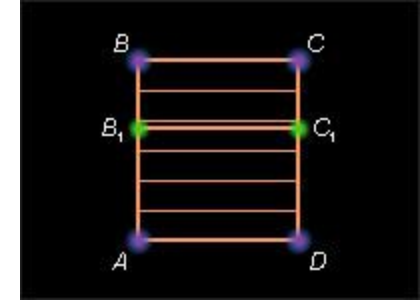
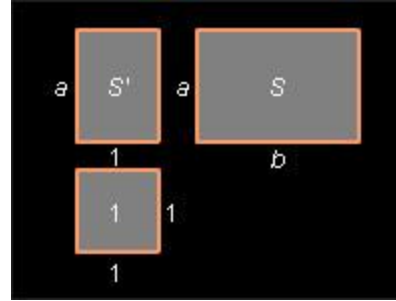


СОДЕРЖАНИЕ

- 1.Площадь прямоугольника равна произведению его сторон
- 2.Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне
- 3.Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на проведенную к ней высоту
- 3.Площадь трапеции равна произведению полусуммы его оснований на высоту



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

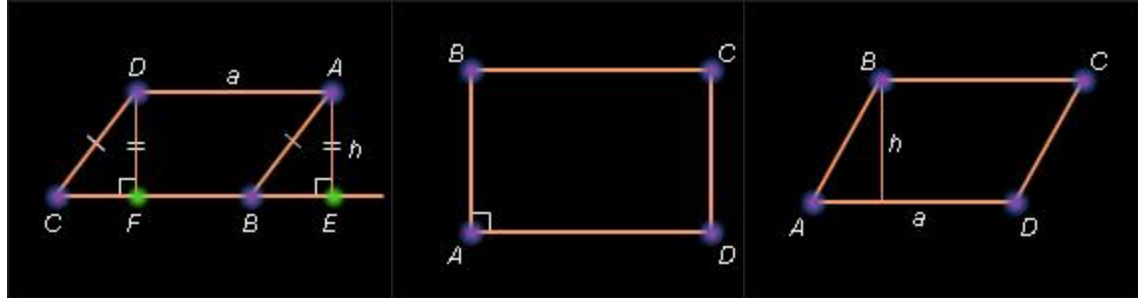


- Пусть $ABCD$ и AB_1C_1D – два прямоугольника с общим основанием AD
- Пусть S и S' – их площади. Докажем, что $S' \leq S$. Разобьем сторону AB прямоугольника на некоторое число n равных частей, каждая из которых равна a/n . Пусть m – число точек деления, которые лежат на стороне AB . Тогда $n = m + 1$. Отсюда, разделив на AB , получим (*)
- Проведем через точки деления прямые, параллельные основанию AD . Они разобьют прямоугольник $ABCD$ на n равных прямоугольников. Каждый из них имеет площадь $a/n \cdot b$. Прямоугольник AB_1C_1D содержит первые m прямоугольников, считая от стороны AD , и содержится в $m + 1$ прямоугольниках. Поэтому $S' \leq m \cdot (a/n \cdot b) + (a/n \cdot b) = (m+1) \cdot (a/n \cdot b) = S$. Отсюда (**)
- Сравнивая неравенства (*) и (**), заключаем, что $S' \leq S$. При этом a и b – фиксированные числа, а n может быть выбрано сколь угодно большим. Следовательно, неравенство возможно только при $S' = S$. Возьмем теперь единичный квадрат, прямоугольник со сторонами 1 , a и прямоугольник со сторонами a , b (рис. 13.2.2). Площадь прямоугольника со сторонами 1 и a обозначим S' . Сравнивая их площади, по доказанному будем иметь $S' \leq S$. Перемножая эти равенства почленно, получим $S' = a \cdot b$. Теорема доказана.

□



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

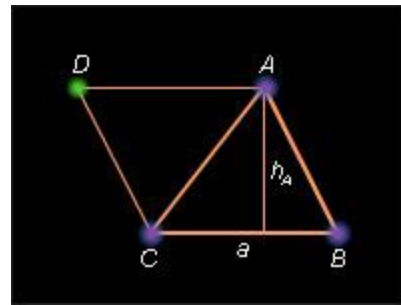


- Пусть $ABCD$ – данный параллелограмм. Если он не является прямоугольником, то один из его углов A или B острый. Пусть для определенности A острый.
- Опустим перпендикуляр AE из вершины A на прямую CB . Площадь трапеции $AECD$ равна сумме площадей параллелограмма $ABCD$ и треугольника AEB . Опустим перпендикуляр DF из вершины D на прямую CD . Тогда площадь трапеции $AECD$ равна сумме площадей прямоугольника $AEFD$ и треугольника DFC . Прямоугольные треугольники AEB и DFC равны, а значит, имеют равные площади. Отсюда следует, что площадь параллелограмма $ABCD$ равна площади прямоугольника $AEFD$, т.е. равна $AE \cdot AD$. Отрезок AE – высота параллелограмма, соответствующая стороне AD , и, следовательно, $S = a \cdot h$. Теорема доказана

□

стр 2





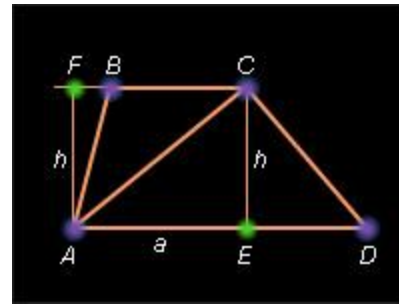
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

- Пусть ABC – данный треугольник. Дополним его до параллелограмма $ABCD$
- Площадь параллелограмма равна сумме площадей треугольников ABC и CDA . Так как эти треугольники равны, то площадь параллелограмма равна удвоенной площади треугольника ABC .
Высота параллелограмма, соответствующая стороне CB , равна высоте треугольника, проведенной к стороне CB . Отсюда следует утверждение теоремы, и Теорема доказана.

□



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



- Пусть $ABCD$ – данная трапеция
- Диагональ AC трапеции разбивает ее на два треугольника: ABC и CDA . Следовательно, площадь трапеции равна сумме площадей этих треугольников. Площадь треугольника ACD равна площади треугольника ABC равна Высоты AF и CE этих треугольников равны расстоянию h между параллельными прямыми BC и AD , т.е. высоте трапеции. Следовательно, Теорема доказана.

□

стр 4

