

# Урок 5

- Площадь поверхности призмы

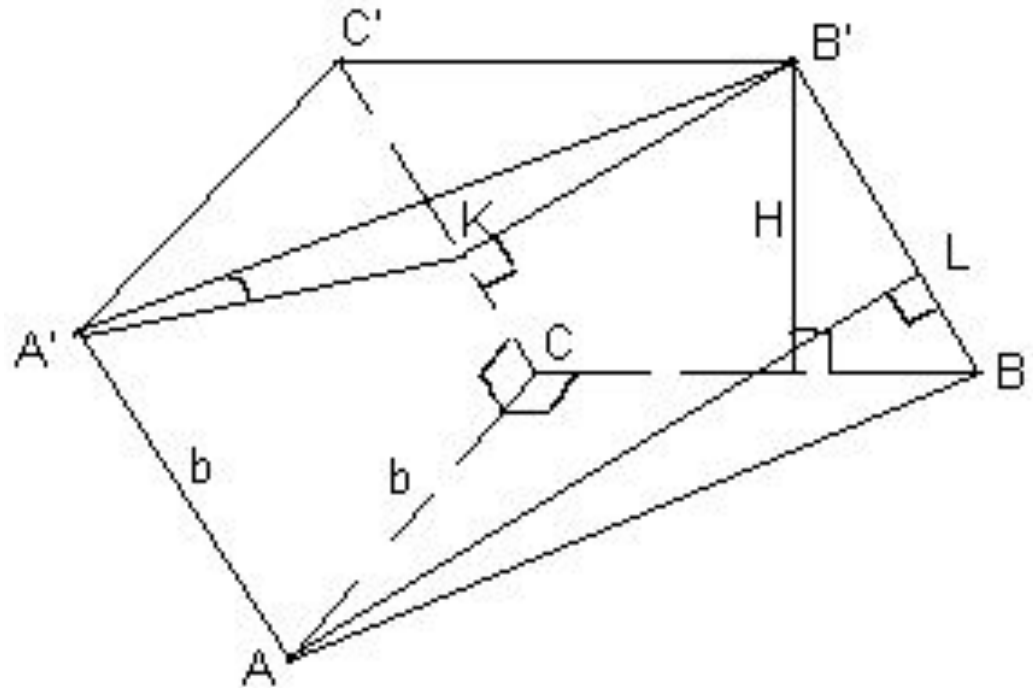
Основанием треугольной призмы является равнобедренный прямоугольный треугольник. Ровно одна ее грань — квадрат, известны длины ее ребер и высота

(длины меньшего ребра основания и бокового ребра —  $b$ ; высоты —  $H$ )

Как вычислить угол между:

а) боковыми ребрами и скрещивающимися ребрами

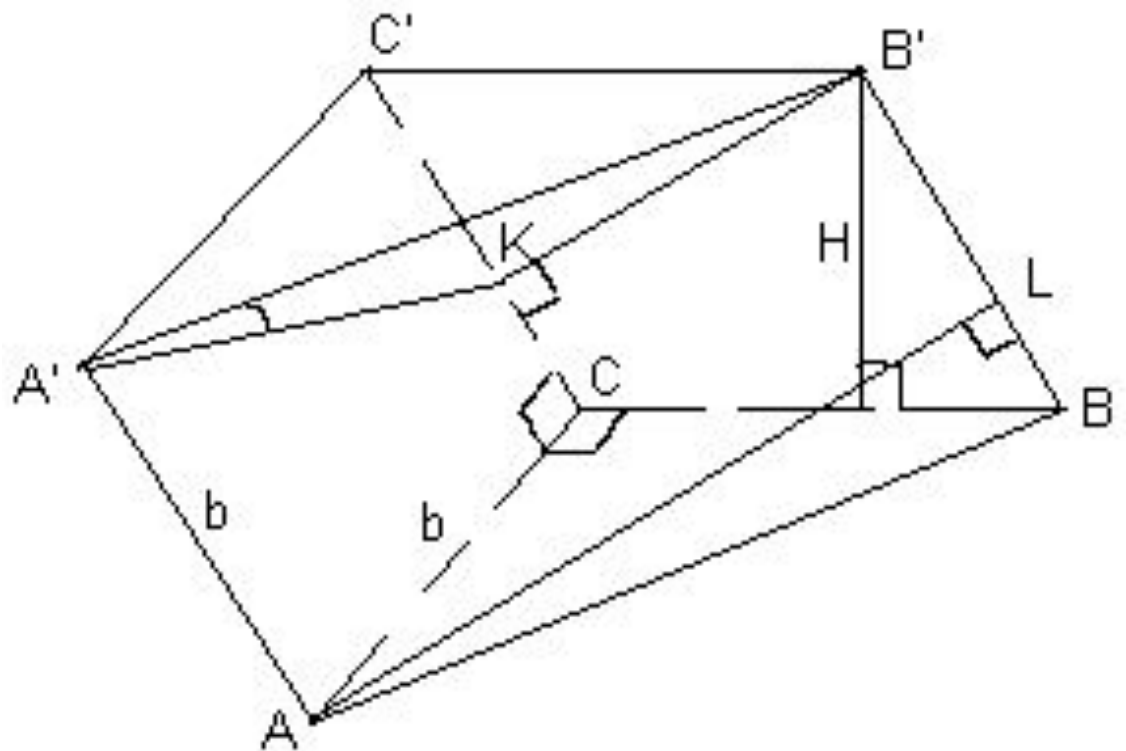
$$\begin{aligned}
 & \text{а) } (BB') \perp (AC); \angle((AA'); (BC)) = \frac{H}{b} \\
 & \text{arcsin} \\
 & ; \angle((CC'); (AB)) = \frac{\sqrt{2(b^2 - H^2)}}{4} \\
 & \text{arccos}
 \end{aligned}$$



б) между боковым ребром и плоскостью основания

г) плоскостью боковой грани, являющейся квадратом, и плоскостью основания;

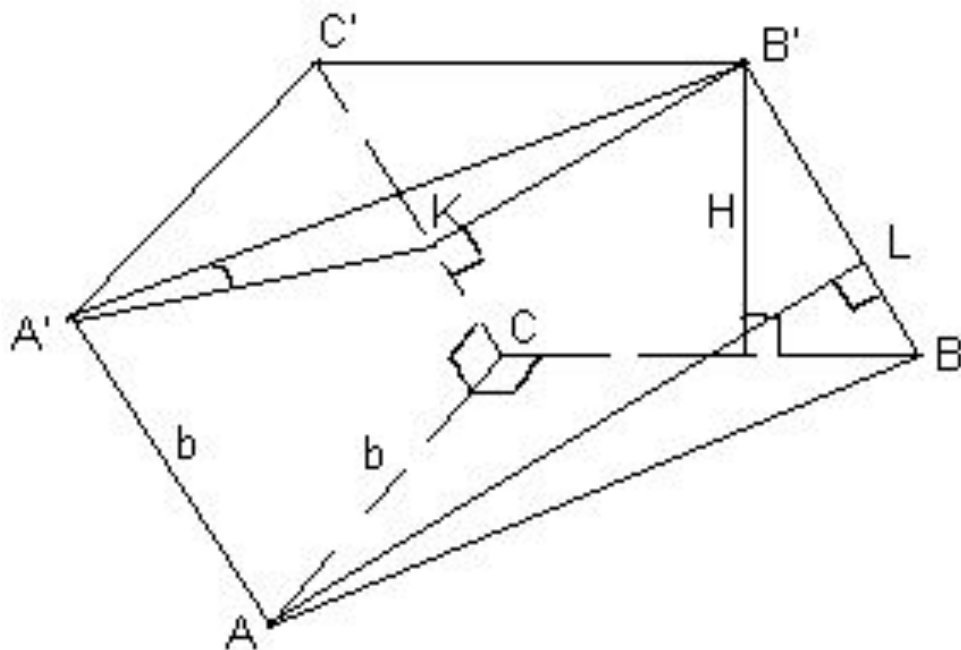
$$\text{б), г) } \arcsin \frac{H}{b}$$



в) большим ребром основания и боковой гранью;

$$\text{в) } \angle((AB); (B'BC)) = \angle ABC = 45^\circ;$$

$$\angle((AB); (A'AC)) = \arcsin \frac{|B'K|}{|A'B'|} = \arcsin \frac{H\sqrt{2}}{2b}$$



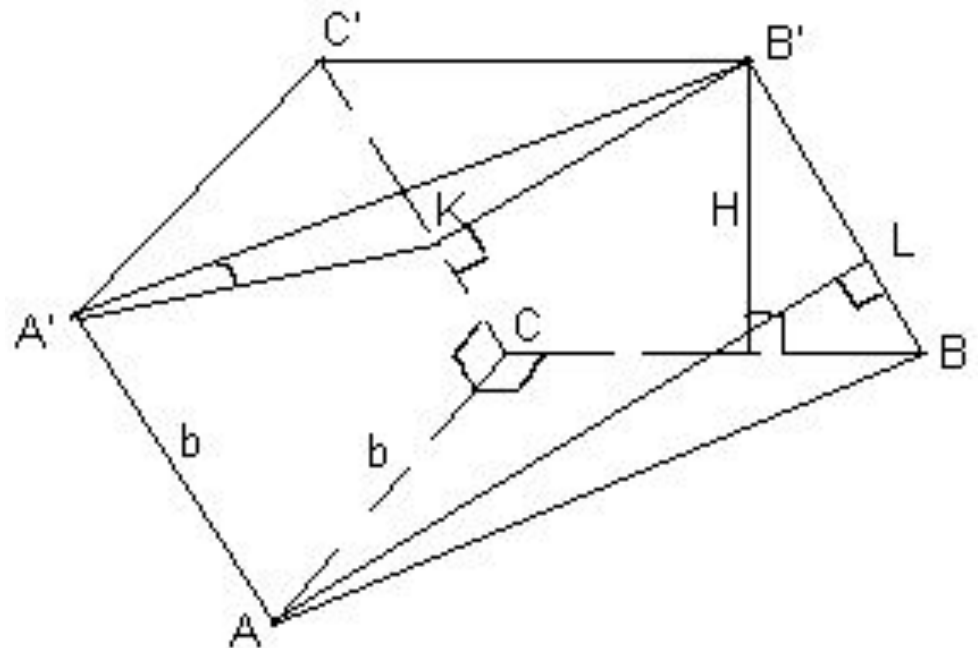
д) плоскостями боковых граней?

$$(A'AC) \perp (B'BC); \angle((A'AB); (A'AC)) = \arctg$$

$$\frac{H}{b}$$

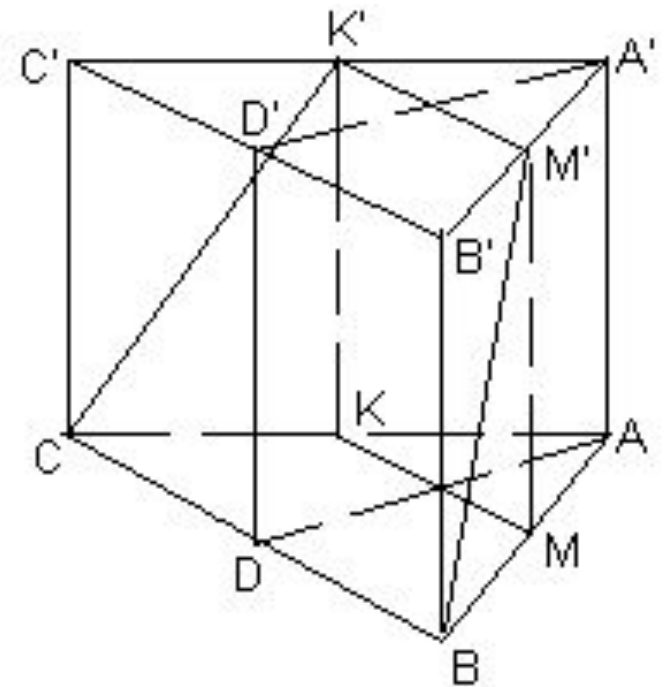
$$\angle((A'AB); (B'BC)) = \operatorname{arcctg}$$

$$\frac{H}{b}$$

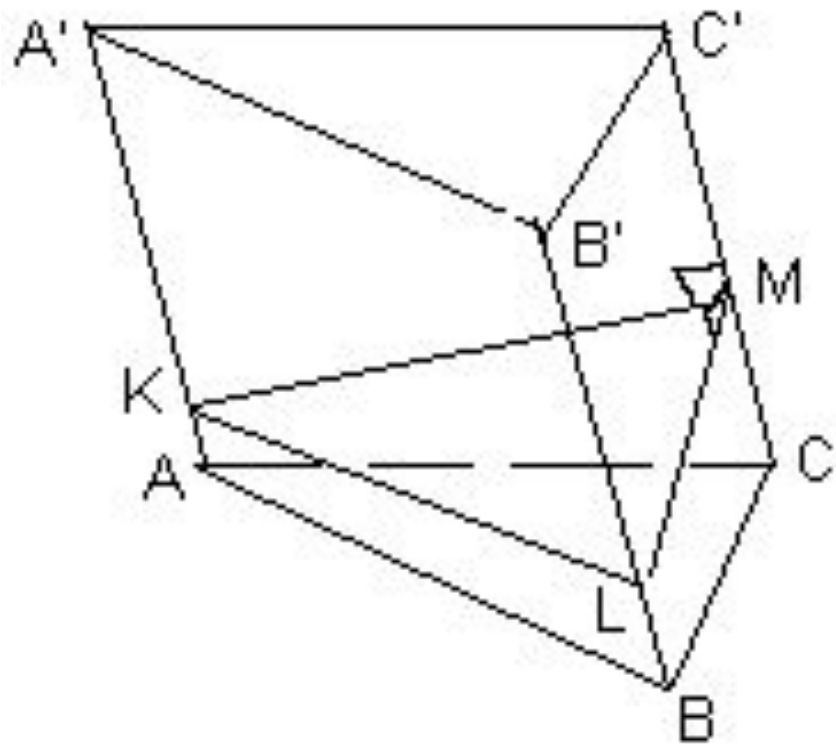


$$S = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{4 \cos \varphi}, & \text{если } 0 < \varphi \leq \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\operatorname{tg} \varphi \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi}, & \text{если } \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{3}}{3} < \varphi < 90^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} < S < 1$$



**Многоугольник, плоскость которого перпендикулярна боковым ребрам призмы, а вершины лежат на прямых, содержащих ребра называется перпендикулярным сечением призмы.**





Как построить перпендикулярное сечение призмы?  
Является ли оно сечением призмы?

Сколько перпендикулярных сечений у любой призмы? Докажите, что они равны.

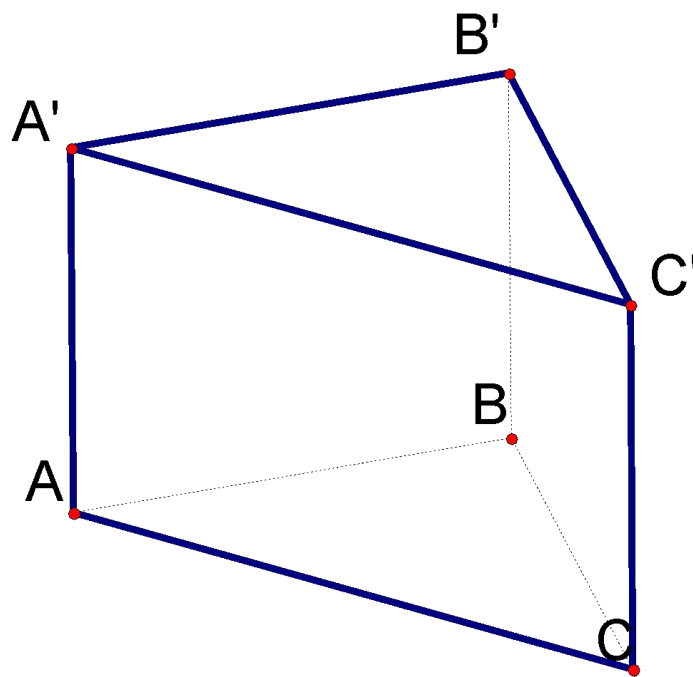
Докажите, что перпендикулярное сечение призмы перпендикулярно каждой ее боковой грани

Докажите, что точки касания вписанного в призму шара с ее боковыми гранями лежат в одном из перпендикулярных сечений призмы

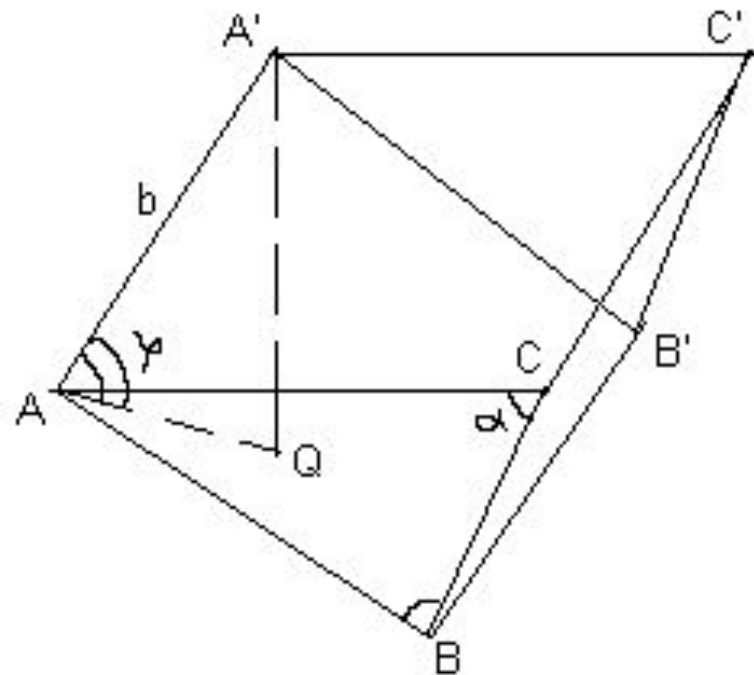
В каком случае перпендикулярное сечение призмы равно ее основанию?

Как связаны площади перпендикулярного сечения призмы и ее основания?

Найдите площадь полной поверхности прямой призмы с площадью основания  $S$ , если известно, что в нее можно вписать сферу



Дано:  $ABCA'B'C'$  – треугольная призма;  
 $\angle ABC = \angle ACB = \alpha$ ;  $\angle((A'A); (ABC)) = \phi$ ;  
 $|A'A| = |A'B| = |A'C| = b$ . Найти:  $S_{\text{полн}}$



# Уроки 6

Параллелепипед

**Сколько граней, являющихся прямоугольниками, может быть в параллелепипеде?**

Установите вид параллелепипеда, если:

- а) все его грани равны;
- б) все его грани равновелики;
- в) все его диагонали равны;
- г) два диагональных сечения перпендикулярны основанию;
- д) две его смежные грани — квадраты;
- е) перпендикулярное сечение к каждому ребру является прямоугольником;
- ж) около него можно описать сферу;
- з) в него можно вписать сферу.

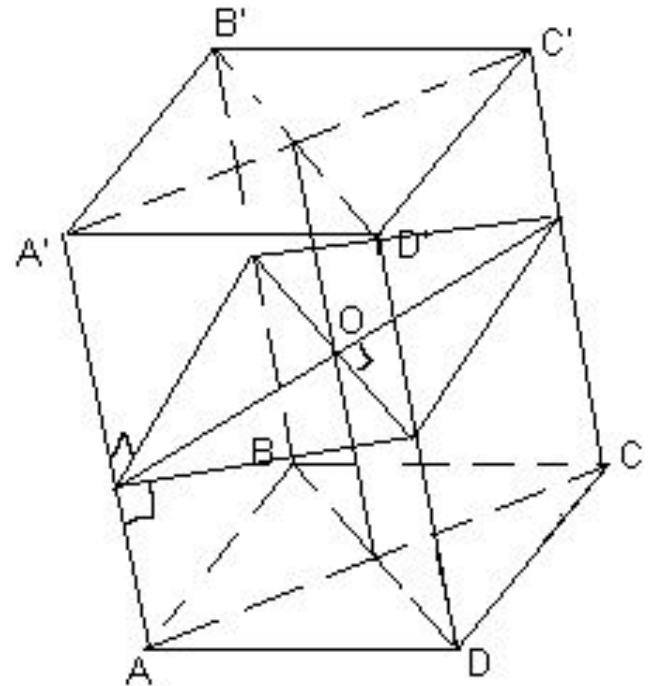
(Диагональное сечение параллелепипеда и, вообще, призмы проходит через параллельные диагонали оснований призмы.)

Докажите, что результат пункта  
ж) **около него можно описать сферу**  
является Н. и Д. условием описания  
сферы около параллелепипеда

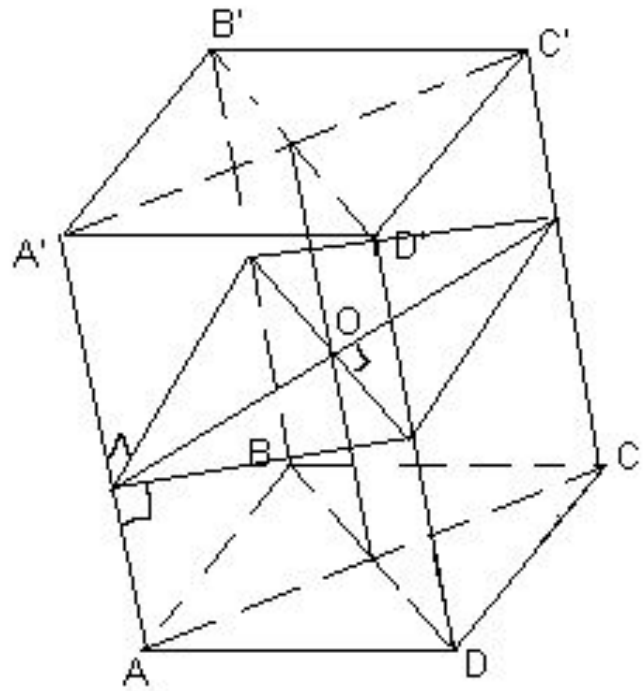


Установите связь между пунктами  
б) все его грани равновелики; и  
з) в него можно вписать сферу.  
Обоснуйте.

Каким свойством обладают диагональные сечения такого параллелепипеда, не имеющие общих диагоналей?



***В параллелепипед можно вписать сферу  
т. и т. т.,  
когда все его грани равновелики.***



**ABCD** $A_1B_1C_1D_1$  — ромбы.

Их равные острые углы сходятся в вершине  $A$ .  
Пусть каждое его ребро равно 1,  
а острый угол в грани равен  $60^\circ$ .

1) Чему равен угол между:

а) боковым ребром и плоскостью основания;

б)  $(CD)$  и  $(BB_1D_1)$ ;

в)  $(AD)$  и  $(AA_1C_1)$ ;

г)  $(CDD_1)$  и  $(CBB_1)$ ;

д)  $(AA_1C_1)$  и  $(BB_1D_1)$

2) Чему равно расстояние: а) от  $A_1$  до основания;

б) от  $A$  до  $(BDD_1)$ ;

в) от  $C_1$  до  $(B_1D_1C)$ ;

г) между  $(AA_1)$  и  $(BD)$ ?

**Все грани параллелепипеда  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — ромбы.**

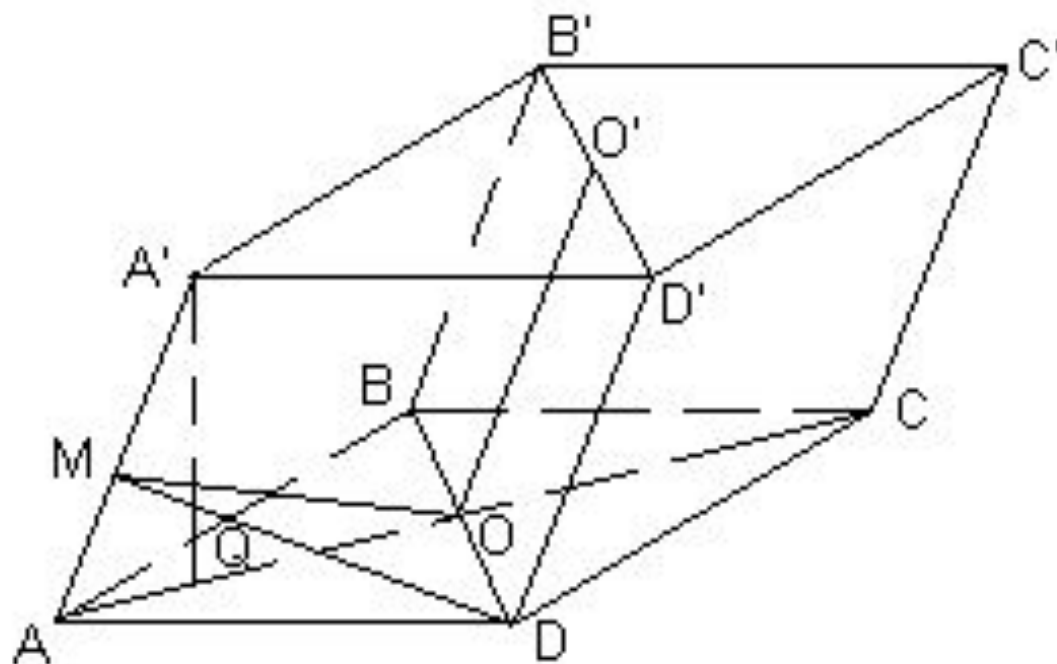
Их равные острые углы сходятся в вершине  $A$ .  
Пусть каждое его ребро равно 1,  
а острый угол в грани равен  $60^\circ$ .

Чему равен угол между:

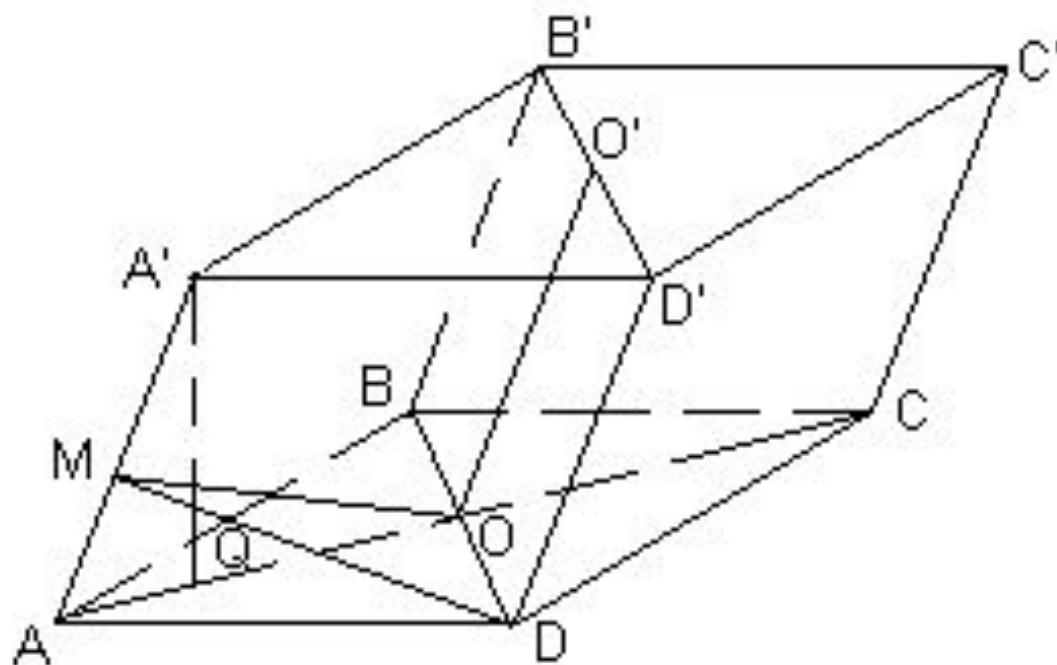
а) боковым ребром и плоскостью основания;



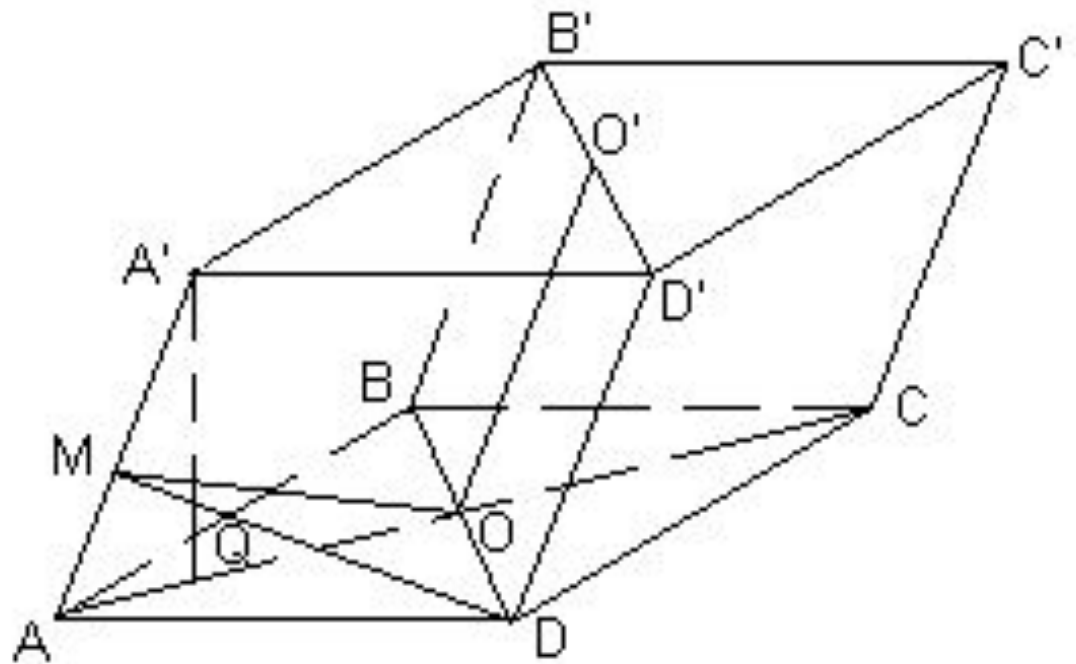
б) от  $A$  до  $(BDD_1)$ ;



1) Чему равен угол между: б)  $(CD)$  и  $(BB_1D)$ ;

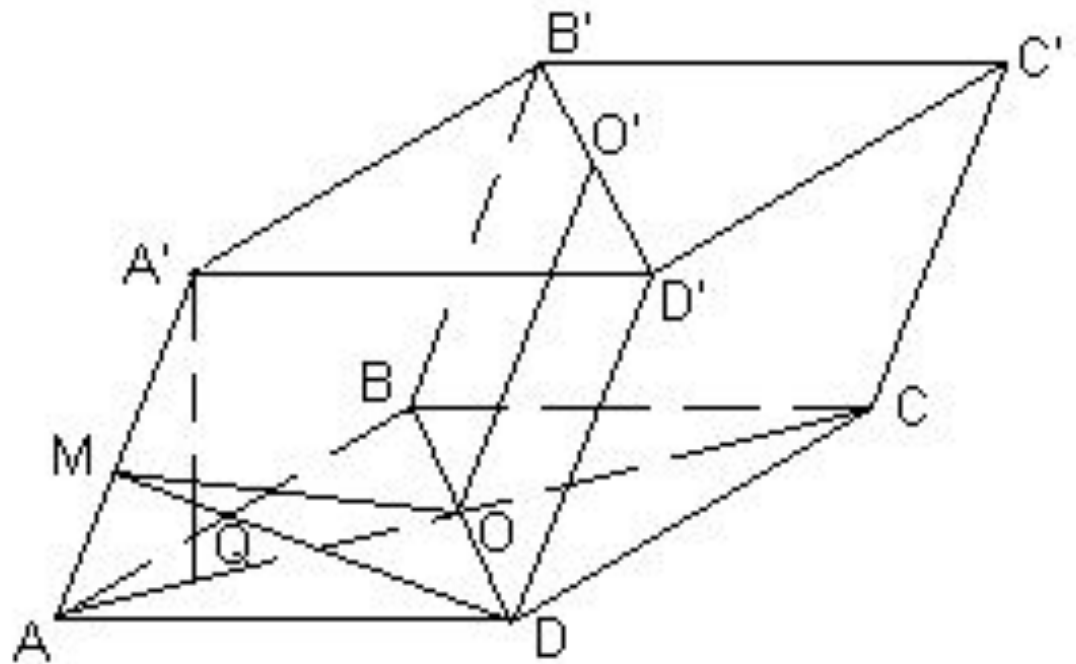


Чему равно расстояние: в) от  $C_1$  до  $(B_1D_1C)$ ;





Чему равно расстояние: г) между  $(AA_1)$  и  $(BD)$ ?



Чему равен угол между: в)  $(AD)$  и  $(A A_1 C_1)$ ;

