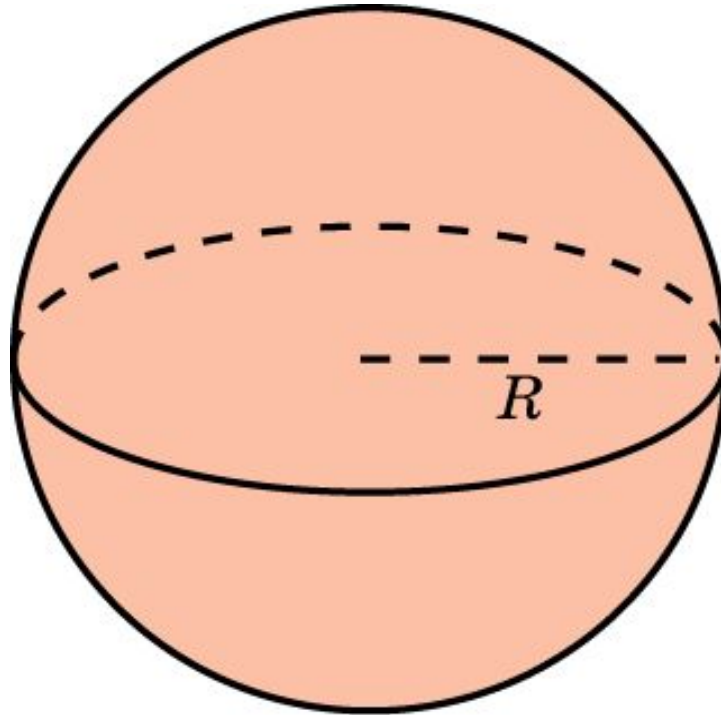


## ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА

Площадь поверхности шара, радиуса  $R$ , выражается формулой

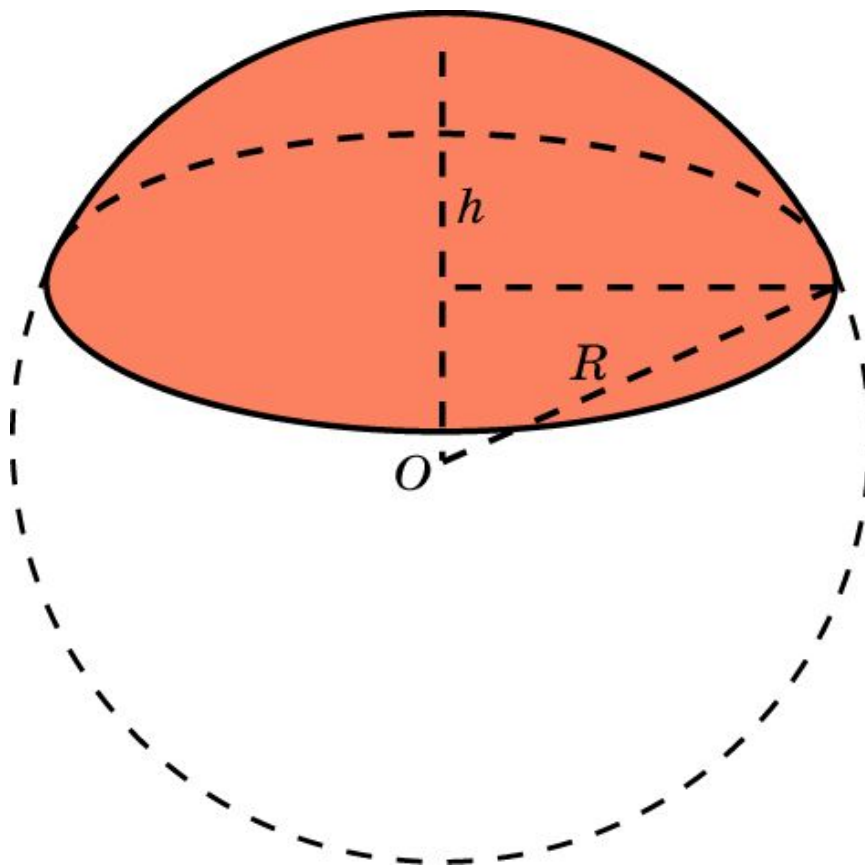
$$S = 4\pi R^2.$$



# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА

Площадь боковой поверхности шарового сегмента, радиуса  $R$  и высотой  $h$ , выражается формулой

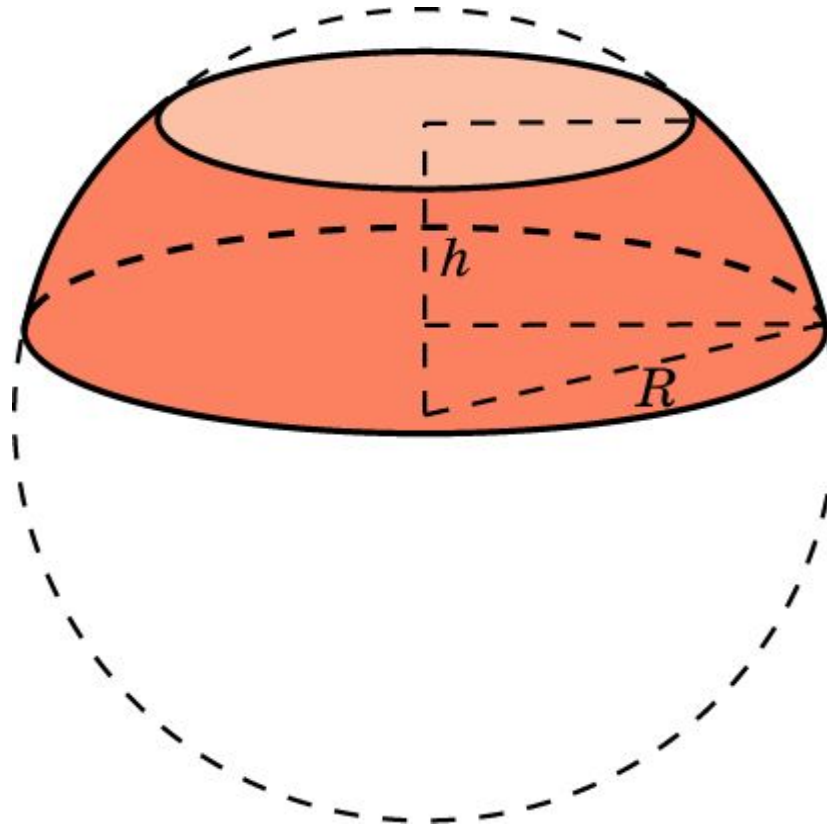
$$S = 2\pi Rh.$$



# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО ПОЯСА

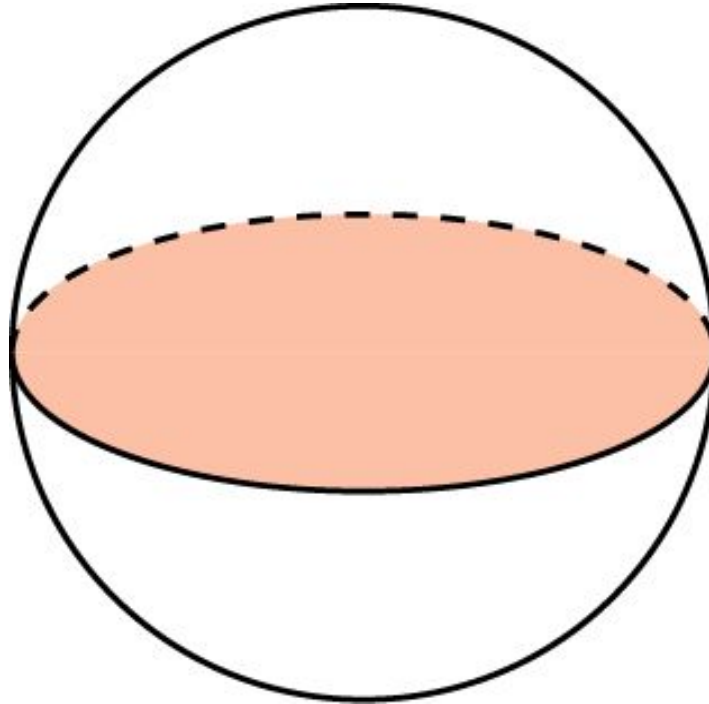
Площадь боковой поверхности шарового пояса, радиуса  $R$  и высотой  $h$ , выражается формулой

$$S = 2\pi R h.$$



## Упражнение 1

Площадь большого круга шара равна  $3 \text{ см}^2$ . Найдите площадь поверхности шара.



Ответ:  $12 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 2

Как изменится площадь поверхности шара, если увеличить радиус шара в: а) 2 раза; б) 3 раза; в)  $n$  раз?

**Ответ:** Увеличится в: а) 4 раза; б) 9 раз; в)  $n^2$  раз.

### Упражнение 3

Площади поверхностей двух шаров относятся как 4 : 9.  
Найдите отношение их диаметров.

Ответ: 2:3.

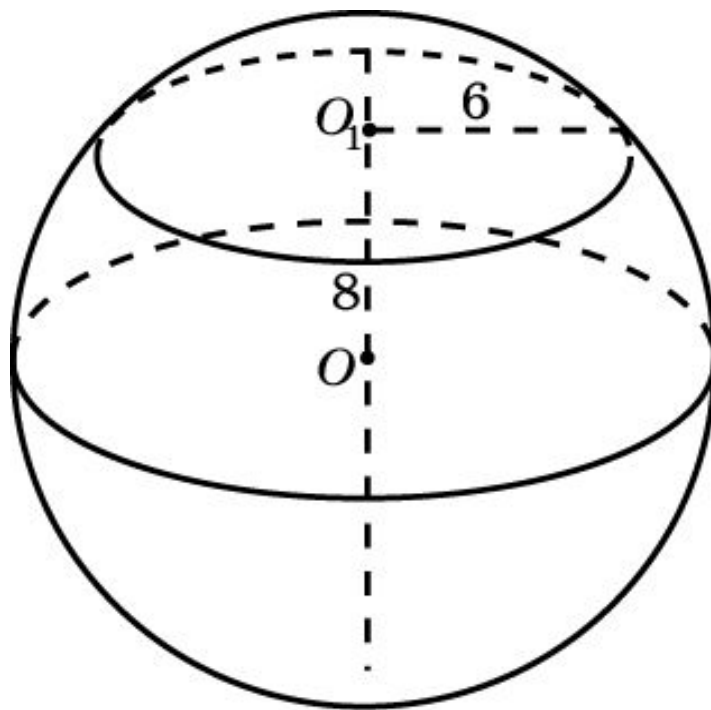
## Упражнение 4

Объём шара равен  $288 \text{ дм}^3$ . Найдите площадь его поверхности.

Ответ:  $144 \text{ дм}^2$ .

## Упражнение 5

Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности шара.

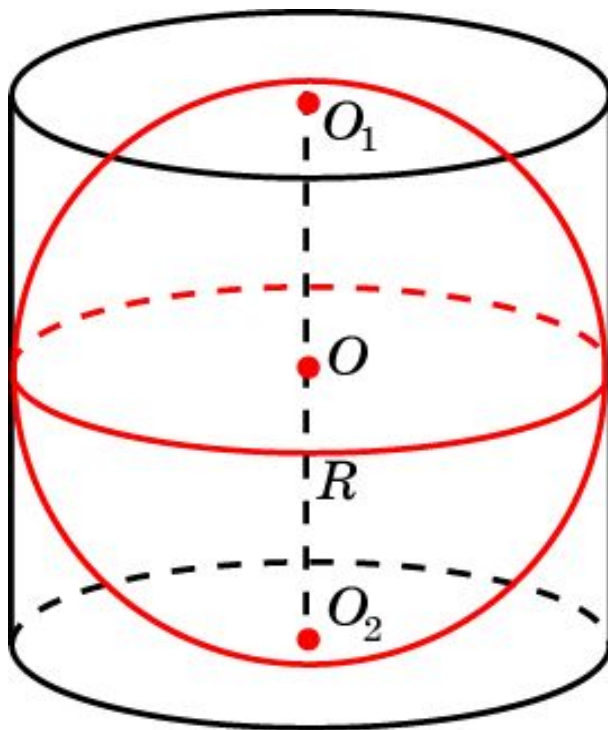


Ответ:  $400\pi$  см<sup>2</sup>.



## Упражнение 6

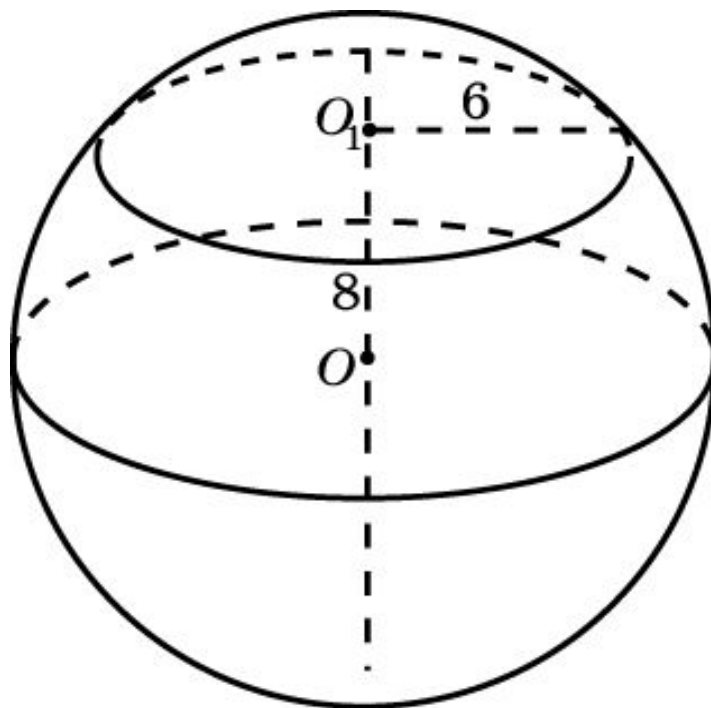
Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.



Ответ: 2:3; 2:3.

## Упражнение 7

Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ:  $400\pi \text{ см}^2$ .

## Упражнение 8

Во сколько раз площадь поверхности шара, описанного около куба, больше площади поверхности шара, вписанного в этот же куб?

Ответ: В три раза.

## Упражнение 9

Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 1 дм, 2 дм и 3 дм, описан шар. Найдите площадь его поверхности.

Ответ:  $14 \text{ дм}^2$ .

## Упражнение 10

Около октаэдра, ребро которого равно 2 дм, описан шар. Найдите площадь поверхности шара.

Ответ:  $8\pi$  дм<sup>2</sup>.

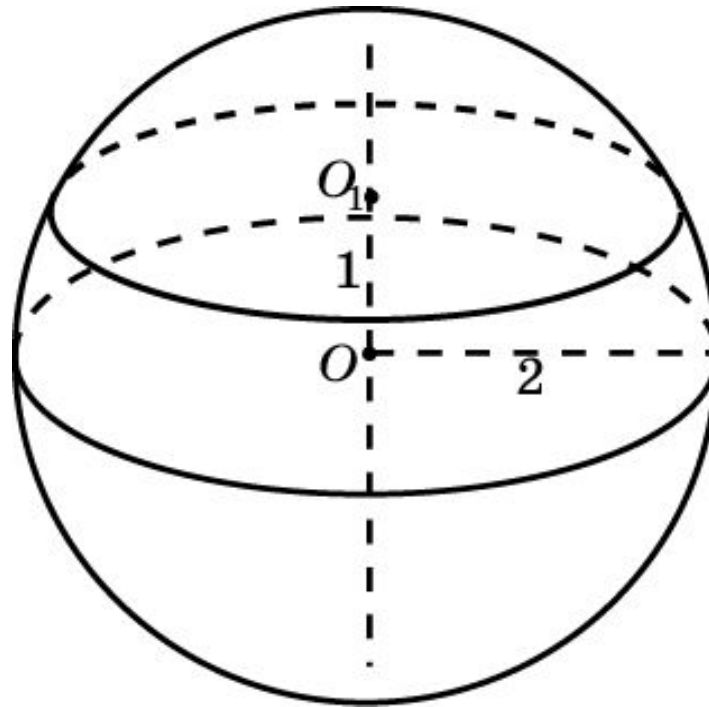
## Упражнение 11

Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.

Ответ:  $2 : 3, 2 : 3.$

## Упражнение 12

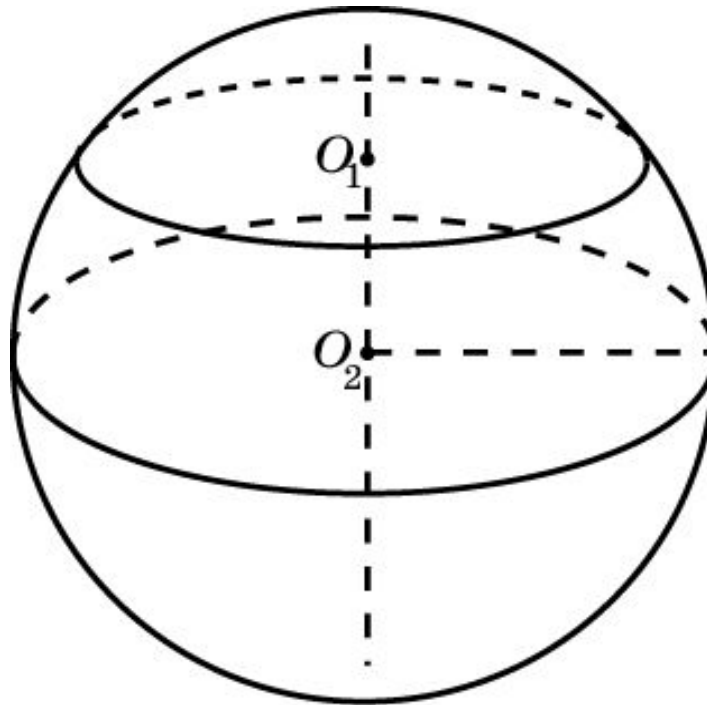
Найдите площадь поверхности шарового сегмента, отсекаемого от шара радиуса 2 плоскостью, проходящей на расстоянии 1 от центра шара.



Ответ:  $4\pi$ .

## Упражнение 13

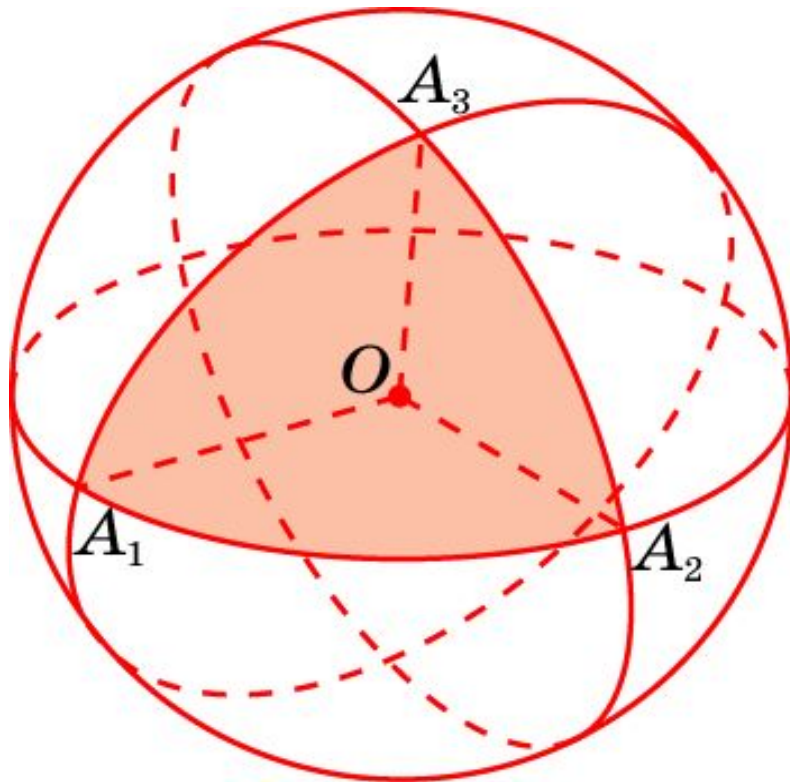
Шар радиуса 1 пересечен двумя параллельными плоскостями, которые делят перпендикулярный им диаметр шара в отношении 1 : 2 : 3. Определите площадь поверхности шара, заключенную между секущими плоскостями.



Ответ:  $\frac{4}{3}\pi$ .



# ПЛОЩАДЬ СФЕРИЧЕСКОГО МНОГОУГОЛЬНИКА



Сферическим многоугольником будем называть часть сферы, заключенной внутри многогранного угла с вершиной в центре сферы.

Напомним, что численная величина многогранного угла равна половине площади сферического многоугольника, высекаемого многогранным углом из единичной сферы с центром в вершине данного многогранного угла (см. раздел «Многогранные углы»).

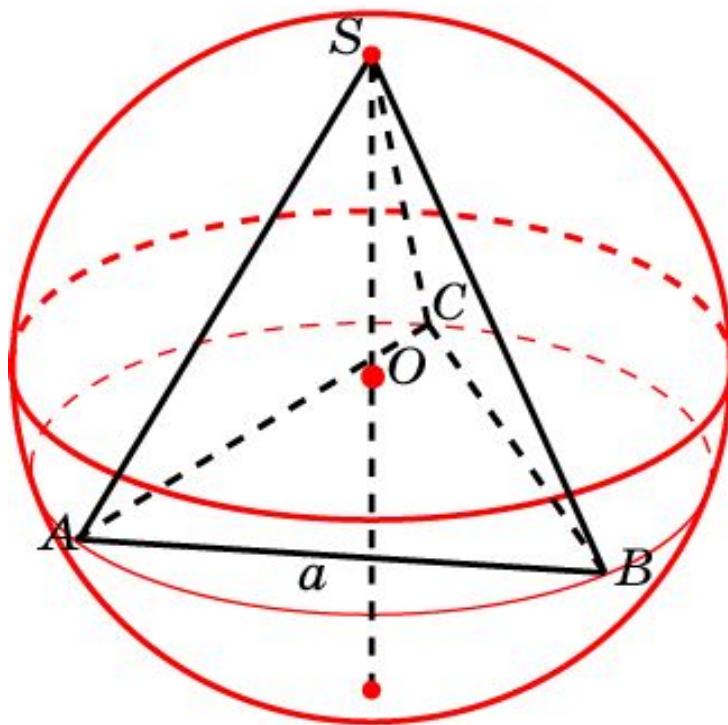
Площадь сферического  $n$ -угольника  $A_1 \dots A_n$  на сфере с центром  $O$  и радиусом  $R$  выражается формулой

$$S(A_1 \dots A_n) = (\angle A_1 + \dots + \angle A_n - \pi(n - 2))R^2,$$

где  $\angle A_1, \dots, \angle A_n$  – углы сферического многоугольника, равные соответствующим двугранным углам многогранного угла  $OA_1 \dots A_n$

## Упражнение 14

В сферу радиуса 1 вписан правильный тетраэдр, и три его грани, исходящие из одной вершины, продолжены до пересечения со сферой. Вычислите площадь части поверхности сферы, заключенной внутри образовавшегося трехгранного угла.



Ответ:  $\frac{2}{3}\pi$ .

## Упражнение 15

Найдите площадь сферического треугольника на единичной сфере, углы которого равны: а)  $90^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $90^\circ$ .

**Решение.** Данный треугольник составляет одну восьмую часть единичной сферы.

Следовательно, его площадь равна одной восьмой площади единичной сферы, т.е.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\pi}{2}$ .

## Упражнение 16

Найдите площадь сферического треугольника на единичной сфере, углы которого равны: а)  $80^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $100^\circ$ .

**Решение.** Переходя от градусов к числам, получим, что углы сферического треугольника равны: а)  $\frac{4\pi}{9}$ , б)  $\frac{\pi}{2}$ , в)  $\frac{5\pi}{9}$ .

Следовательно, площадь сферического треугольника равна  $\frac{\pi}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\pi}{2}$ .

## Упражнение 17

Центром единичной сферы является вершина правильной четырехугольной пирамиды с ребром основания 2 и высотой 1. Найдите площадь части сферы, заключенной внутри пирамиды.

**Решение.** Величина искомого четырехгранного угла составляет одну шестую часть пространства. Следовательно, искомая площадь равна  $\frac{2\pi}{3}$ .

## Упражнение 18

Найдите площадь сферического треугольника, образованного трехгранным углом единичного тетраэдра  $ABCD$  и единичной сферой с центром в вершине  $D$  тетраэдра.

**Решение.** Двугранные углы правильного тетраэдра равны

$$\arccos \frac{1}{3}.$$

Следовательно, площадь сферического треугольника  $ABC$  выражается формулой

$$S(ABC) = 3 \arccos \frac{1}{3} - \pi.$$

## Упражнение 19

Найдите площадь сферического четырехугольника, образованного четырехгранным углом единичного октаэдра  $SABCD$  и единичной сферой с центром в вершине  $S$  октаэдра.

**Решение.** Двугранные углы октаэдра равны

$$\arccos\left(-\frac{1}{3}\right).$$

Следовательно, площадь сферического четырехугольника  $ABCD$  выражается формулой

$$S(ABCD) = 4 \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) - 2\pi.$$

## Упражнение 20

Найдите площадь сферического пятиугольника, образованного пятигранным углом единичного икосаэдра и единичной сферой с центром в вершине икосаэдра.

**Решение.** Двугранные углы икосаэдра равны

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right).$$

Следовательно, площадь сферического пятиугольника равна

$$5 \arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - 3\pi.$$



## Упражнение 21

Найдите площадь сферического треугольника, образованного трехгранным углом единичного додекаэдра и единичной сферой с центром в вершине додекаэдра.

**Решение.** Двугранные углы додекаэдра равны

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right).$$

Следовательно, площадь сферического треугольника равна

$$3 \arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) - \pi.$$