

# ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



**Полезные теоремы, следствия и задачи.**

---

Бойко Вера Петровна  
· учитель математики  
ГБОУ СОШ № 2075

# ВСПОМНИТЕ ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ



1) *Сформулируй понятие площади геометрической фигуры.*

2) *Сформулируй основные свойства площадей геометрических фигур.*

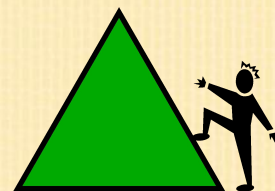
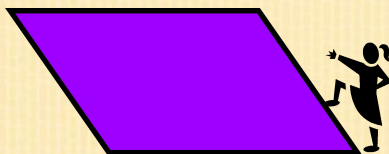
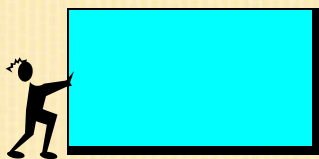
3) *Как можно вычислить площадь прямоугольника и параллелограмма?*



# ПЛОЩАДЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФИГУРЫ

---

Площадью геометрической фигуры называется величина, характеризующая размер данной фигуры.



# ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР



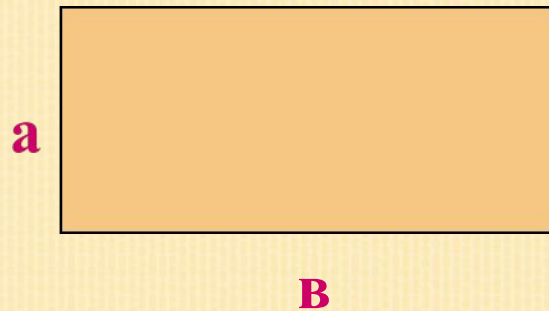
- Любая плоская геометрическая фигура имеет площадь.
- Эта площадь – единственная.
- Площадь любой геометрической фигуры выражается положительным числом.
- Площадь квадрата со стороной, равной единице, равна единице.
- Площадь фигуры равна сумме площадей частей, на которые она разбивается.



# ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

---

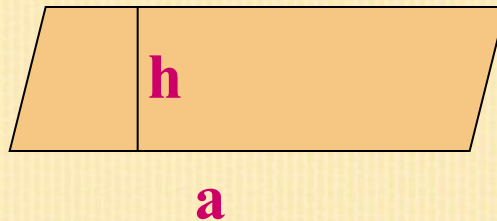
Площадь прямоугольника равна произведению двух его соседних сторон.



$$S = a \cdot b$$

# ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, опущенную на эту сторону

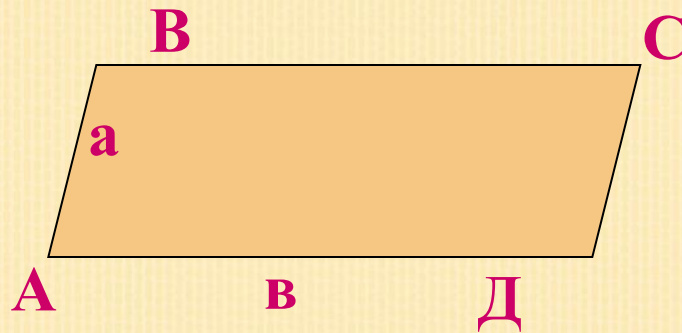


$$S = a \cdot h$$



# ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Площадь параллелограмма равна произведению двух его соседних сторон на синус угла между ними.



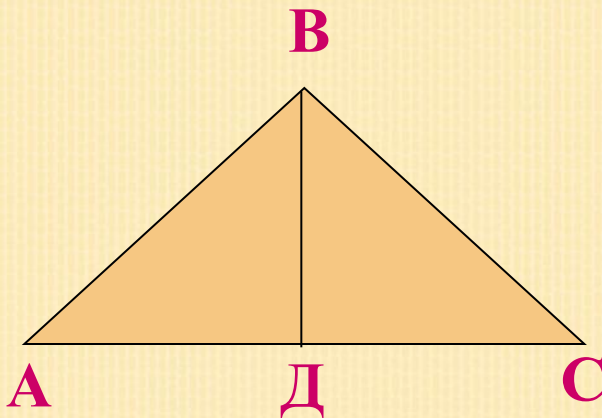
$$S = a \cdot b \cdot \sin A$$

# ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

---

## Теорема

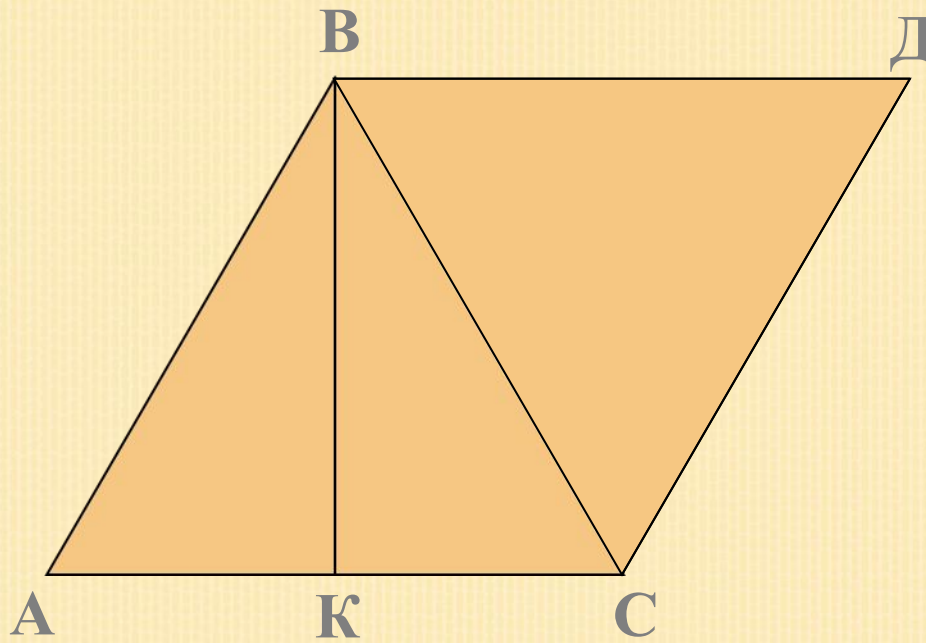
Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на высоту, опущенную на эту сторону.



$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ

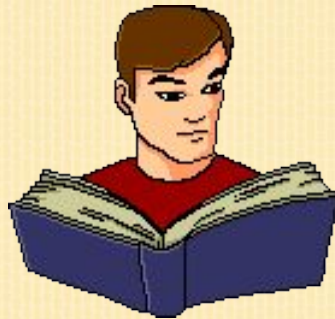


$$S(ABC) = \frac{1}{2} S(ABDC) = \frac{1}{2} AC \cdot BK$$

# СЛЕДСТВИЯ ИЗ ТЕОРЕМЫ

---

*Попробуй доказать самостоятельно следующие следствия из теоремы:*

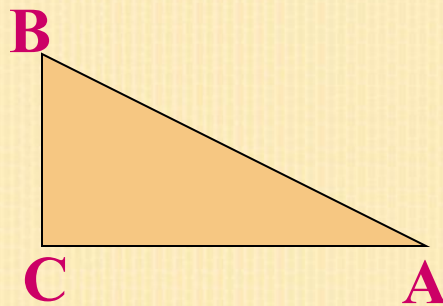




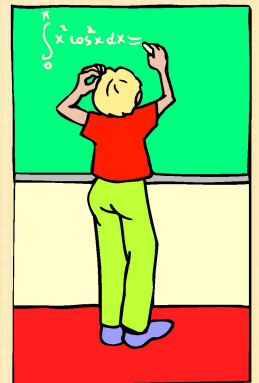
# СЛЕДСТВИЕ 1

---

Площадь прямоугольного треугольника  
равна половине произведения его катетов.

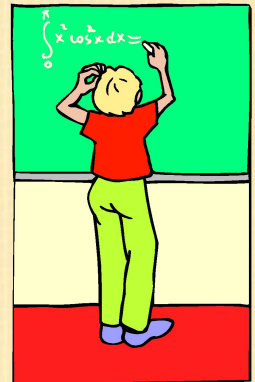
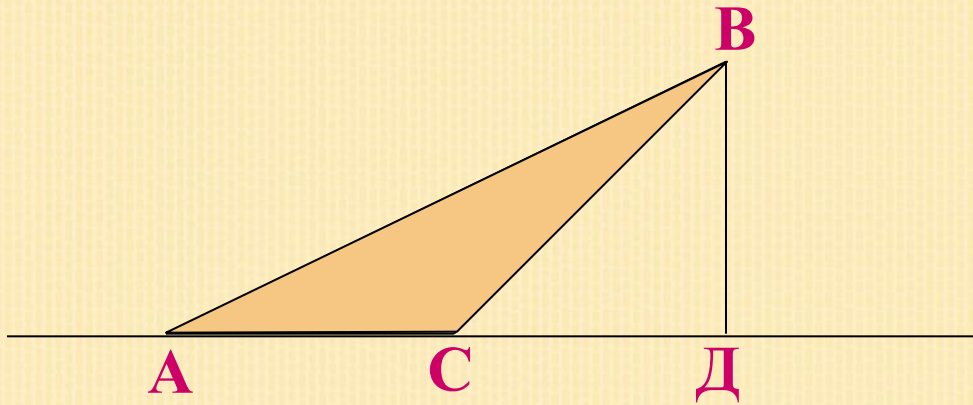


$$S = \frac{1}{2} BC \cdot AC$$



# СЛЕДСТВИЕ 2

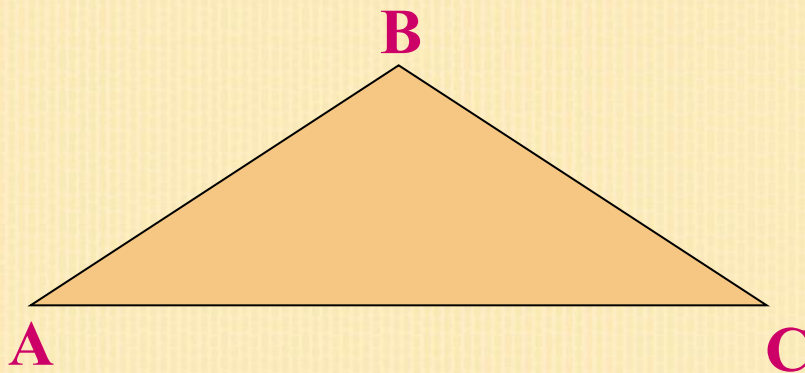
Площадь тупоугольного треугольника равна произведению любой из его сторон на высоту, опущенную на прямую, содержащую эту сторону.



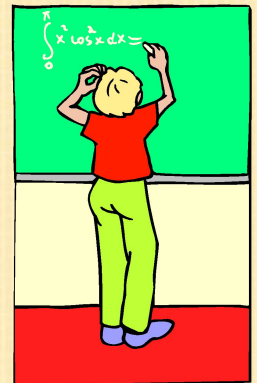


# СЛЕДСТВИЕ 3

Площадь треугольника равна половине произведения двух любых его сторон на синус угла между ними.



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$



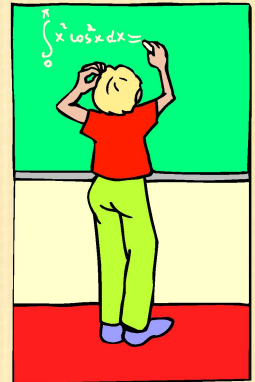
# СЛЕДСТВИЕ 4

---

Площадь равностороннего треугольника вычисляется по формуле:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

где  $a$  – сторона треугольника





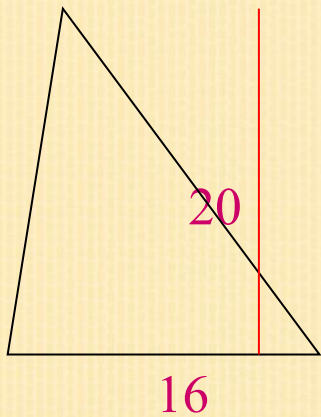
# СНАЧАЛА РЕШИ ЛЕГКИЕ ЗАДАЧКИ



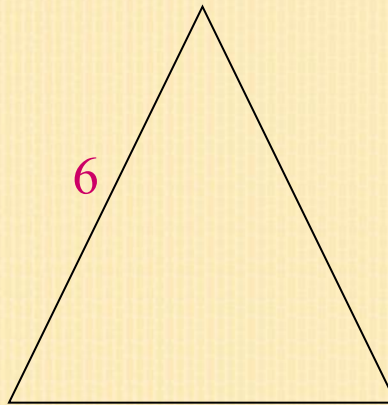
1. Найти площадь треугольника, основание которого равно 16 см, а высота, опущенная на это основание, равна 20 см.
2. Найти площадь равностороннего треугольника со стороной 6 см.
3. Найти площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 9 см и 12 см.

# ПОЯСНЯЮЩИЕ ЧЕРТЕЖИ К ЭТИМ ЛЕГКИМ ЗАДАЧКАМ

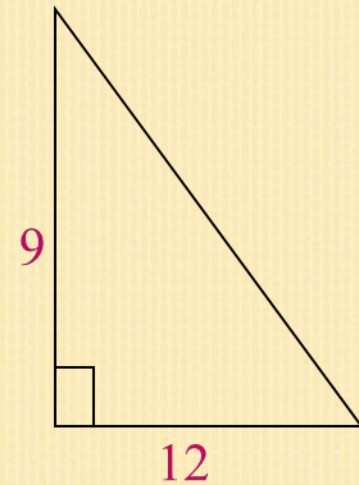
1



2

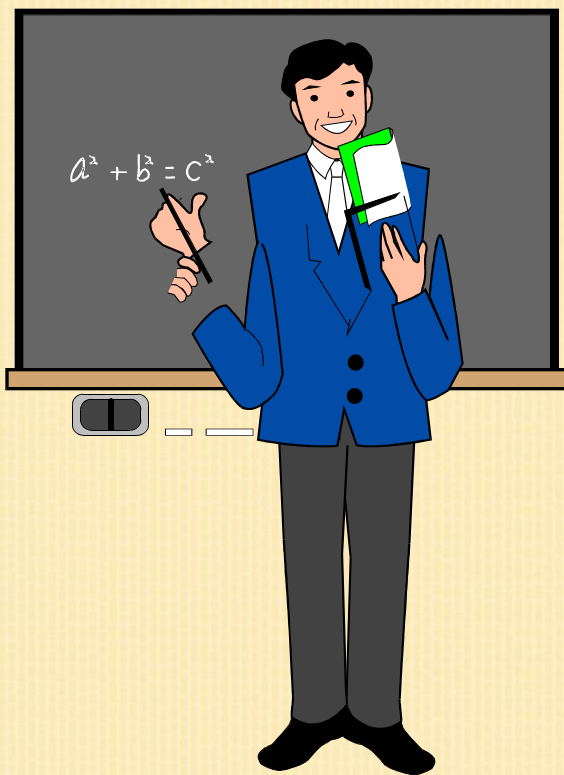


3





# ТЕПЕРЬ РЕШИ ЗАДАЧКИ ПОТРУДНЕЕ



1. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 13 см, а основание равно 10 см. Найдите площадь треугольника.
2. Дан равносторонний треугольник со стороной  $a$ . Найти площадь треугольника, составленного из средних линий данного треугольника.
3. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см, а один из его катетов равен 8 см. Найдите площадь этого прямоугольного треугольника

# ТЕПЕРЬ РЕШИ САМЫЕ ТРУДНЫЕ ЗАДАЧИ



1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна  $a$ , а угол при основании равен  $\alpha$ . Найдите площадь треугольника.
2. Высота равностороннего треугольника равна  $h$ . Вычислите его площадь.
3. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна  $c$ , а один из острых углов равен  $\beta$ . Найдите площадь треугольника.

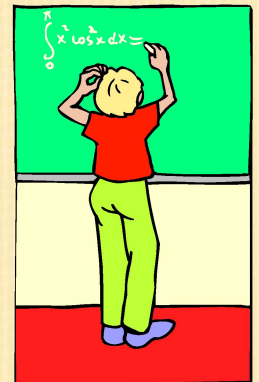


# ОТВЕТЫ К ЛЕГКИМ ЗАДАЧКАМ

1.  $160 \text{ см}^2$

2.  $9 \text{ см}^2$

3.  $54 \text{ см}^2$



# ОТВЕТЫ К БОЛЕЕ ТРУДНЫМ ЗАДАЧКАМ

1.  $60 \text{ см}^2$

2.  $\frac{a^2 \sqrt{3}}{16}$

3.  $24 \text{ см}^2$





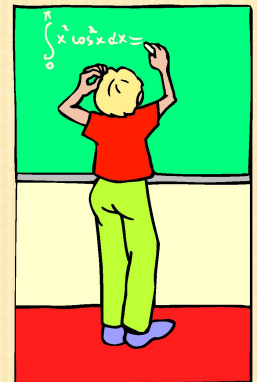
# ОТВЕТЫ К САМЫМ ТРУДНЫМ ЗАДАЧКАМ

---

**1.**  $\frac{1}{2} a^2 \sin 2\alpha$

**2.**  $\frac{h^2}{3} \sqrt{3}$

**3.**  $\frac{1}{2} c^2 \sin \beta \cos \beta.$



# ЭТО ИНТЕРЕСНО!

Определение площадей геометрических фигур - одна из древнейших практических задач.



Правильный подход к их решению был найден не сразу.

Один из самых простых и доступных способов вычисления площадей был найден Евклидом. При вычислении площадей он использовал простой прием, называемый методом разбиения.





Например, мы уже знаем, как можно вычислить площадь квадрата, прямоугольника и параллелограмма, а нам нужно вычислить площадь произвольного треугольника. Применим следующий алгоритм:



-Отметим на одной из сторон треугольника точку, которая является серединой этой стороны.

-Проведем через эту точку прямую, параллельную одной из сторон этого треугольника.

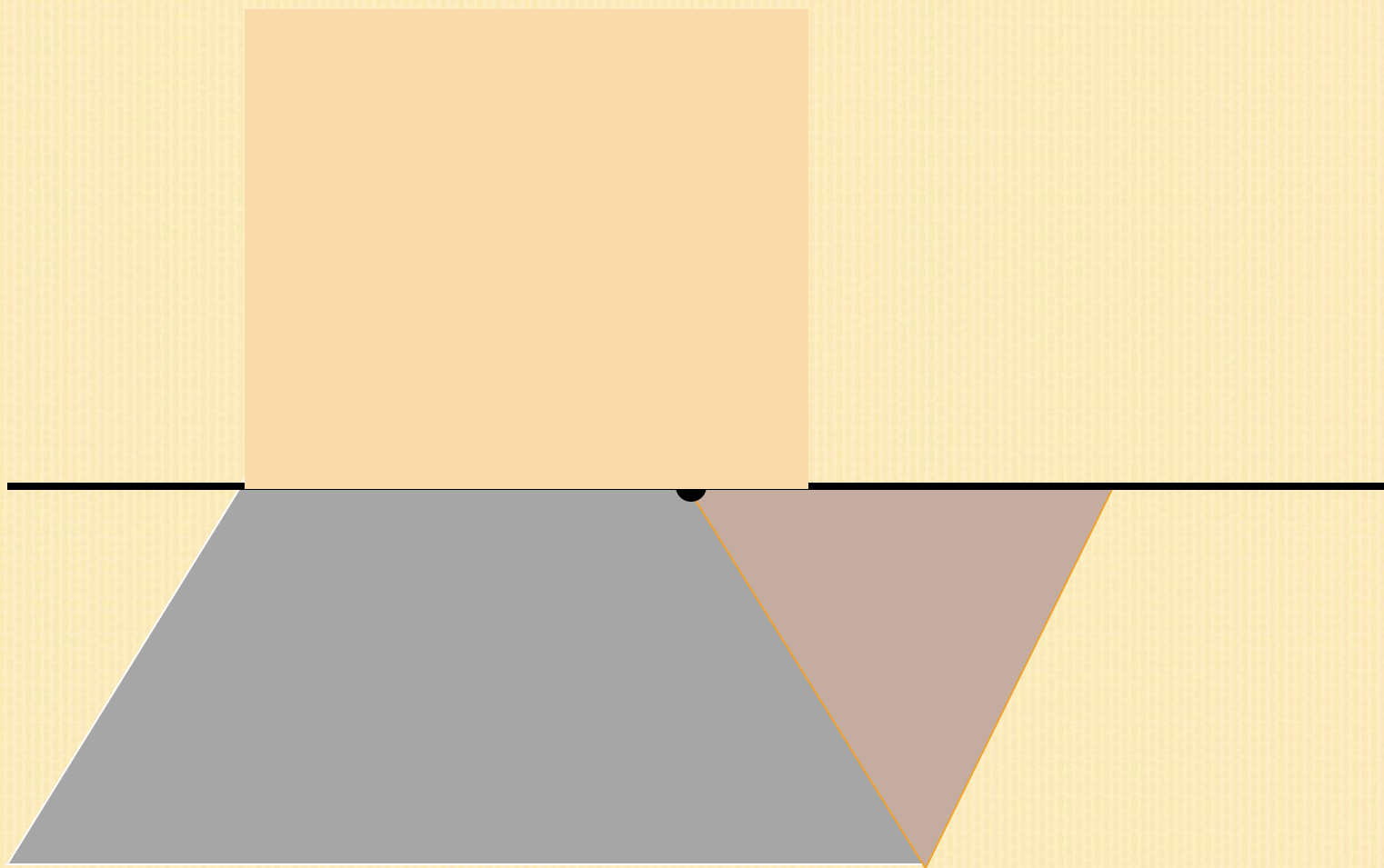
-Прямая разбивает этот треугольник на малый треугольник и трапецию.

-Переставим меньший треугольник к трапеции так, чтобы получился параллелограмм.



# ПОЯСНЯЮЩИЙ ЧЕРТЕЖ

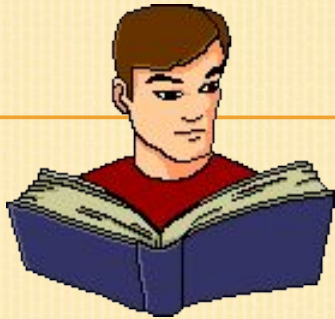
---





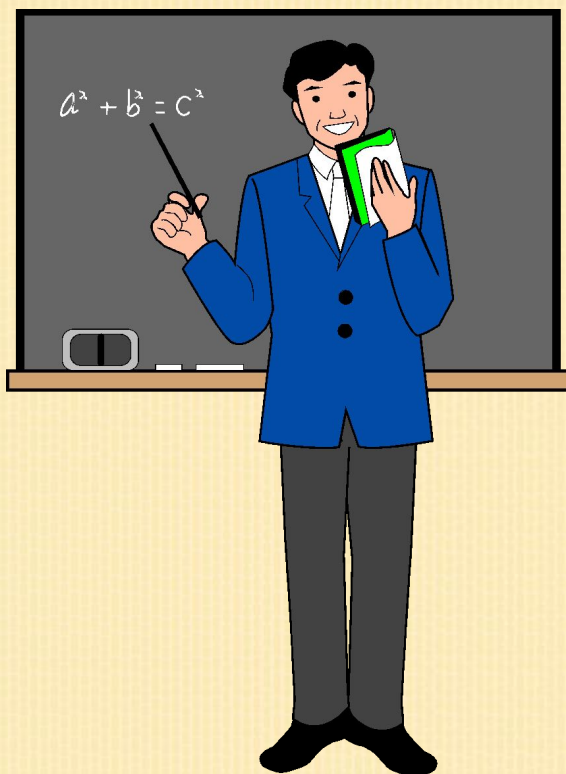
Исходный треугольник и полученный параллелограмм являются равносоставными фигурами, а значит и равновеликими. Мы знаем, что равновеликие фигуры - это фигуры, имеющие равные площади. Значит площадь исходного треугольника равна площади полученного параллелограмма.





**Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту, а высота исходного треугольника по построению в 2 раза больше высоты параллелограмма. Значит площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту!**

# И В ЗАКЛЮЧЕНИИ...



**Надеюсь, что эта информация поможет вам хорошо разобраться в этой теме, а значит получить на контрольной работе только «5»!**

**Благодарю за внимание !**