

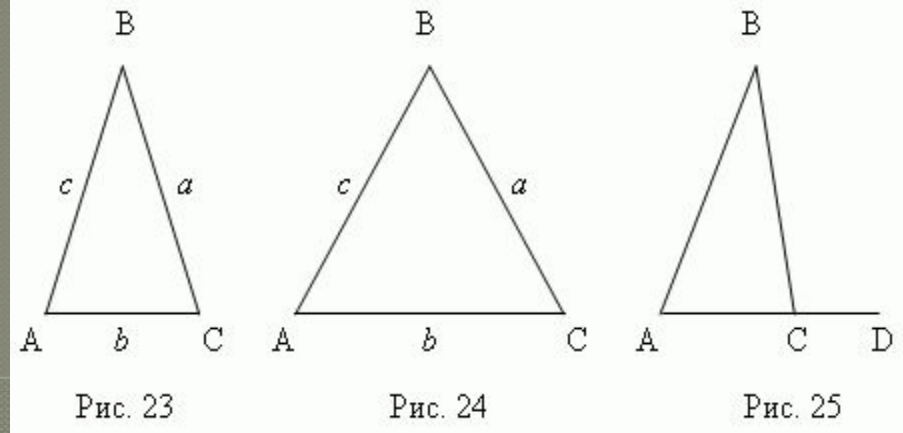
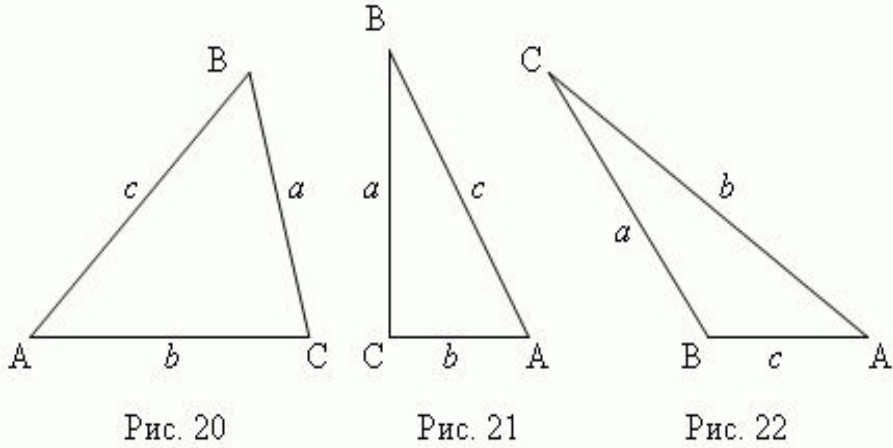
проект

Подготовлю справочник
по геометрии (или как повторить
геометрию к экзамену).

ТРЕУГОЛЬНИК и всё связанное с ним. (курс 7-8 классов)

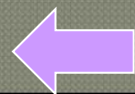
1. Остроугольный, тупоугольный и прямоугольный треугольник.
 - Катеты и гипотенуза. Равнобедренный и равносторонний треугольник.
2. Основные свойства треугольников. Сумма углов треугольника.
 - Внешний угол треугольника.
3. Признаки равенства треугольников.
 - Признаки равенства прямоугольных треугольников.
4. Замечательные линии и точки в треугольнике: высоты, медианы.
 - Биссектрисы.
5. Срединные перпендикуляры, ортоцентр.
6. Треугольник и окружность.
7. Теорема Пифагора.
 - Соотношение сторон в произвольном треугольнике.

Треугольник – это многоугольник с тремя сторонами (или тремя углами). Стороны треугольника обозначаются часто малыми буквами, которые соответствуют заглавным буквам, обозначающим противоположные вершины.



Если все три угла острые (рис.20), то это *остроугольный* треугольник. Если один из углов прямой(рис.21), то это *прямоугольный* треугольник; стороны a, b , образующие прямой угол, называются *катетами*; сторона c , противоположная прямому углу, называется *гипотенузой*. Если один из углов тупой (рис.22), то это *тупоугольный* треугольник.

Треугольник ABC (рис.23)
 - *равнобедренный*, если две его стороны равны ($a = c$); эти равные стороны называются *боковыми*, третья сторона называется *основанием* треугольника.
 Треугольник ABC (рис.24)
 – *равносторонний*, если все его стороны равны ($a = b = c$). В общем случае ($a \neq b \neq c$) мы имеем *неравносторонний* треугольник.



Основные свойства треугольников. В любом треугольнике:

1. Против большей стороны лежит больший угол, и наоборот.

2. Против равных сторон лежат равные углы, и наоборот.

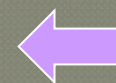
В частности, все углы в равностороннем треугольнике равны.

3. Сумма углов треугольника равна 180° .

Из двух последних свойств следует, что каждый угол в равностороннем треугольнике равен 60° .

4. Продолжая одну из сторон треугольника, получаем внешний угол. Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним.

5. Любая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон и больше их разности ($a < b + c$, $a > b - c$; $b < a + c$, $b > a - c$; $c < a + b$, $c > a - b$).



ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА!

Признаки равенства треугольников.

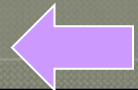
Треугольники равны, если у них соответственно равны:

- a) две стороны и угол между ними;
- b) два угла и прилегающая к ним сторона;
- c) три стороны.

Признаки равенства прямоугольных треугольников.

Два *прямоугольных* треугольника равны, если выполняется одно из следующих условий:

- 1) равны их катеты;
- 2) катет и гипотенуза одного треугольника равны катету и гипотенузе другого;
- 3) гипотенуза и острый угол одного треугольника равны гипотенузе и острому углу другого;
- 4) катет и прилежащий острый угол одного треугольника равны катету и прилежащему острому углу другого;
- 5) катет и противолежащий острый угол одного треугольника равны катету и противолежащему острому углу другого.



ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ И ТОЧКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ!

Высота треугольника – это перпендикуляр, опущенный из любой вершины на противоположную сторону (или её продолжение). Эта сторона называется *основанием* треугольника. Три высоты треугольника всегда пересекаются в одной точке, называемой *ортоцентром* треугольника.

Ортоцентр остроугольного треугольника (точка O , рис.26) расположен внутри треугольника, а ортоцентр тупоугольного треугольника (точка O , рис.27) – снаружи; ортоцентр прямоугольного

треугольника совпадает с вершиной прямого угла.

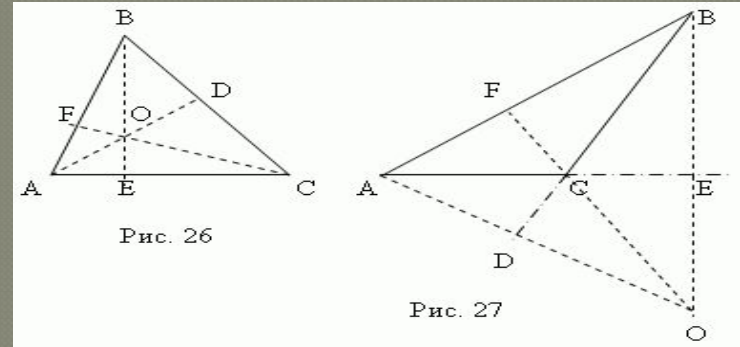


Рис. 26

Рис. 27

Медиана – это отрезок, соединяющий любую вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Три медианы треугольника (AD , BE , CF , рис.28) пересекаются в одной точке O , всегда лежащей внутри треугольника и являющейся его *центром тяжести*. Эта точка делит каждую медиану в отношении $2:1$, считая от вершины.

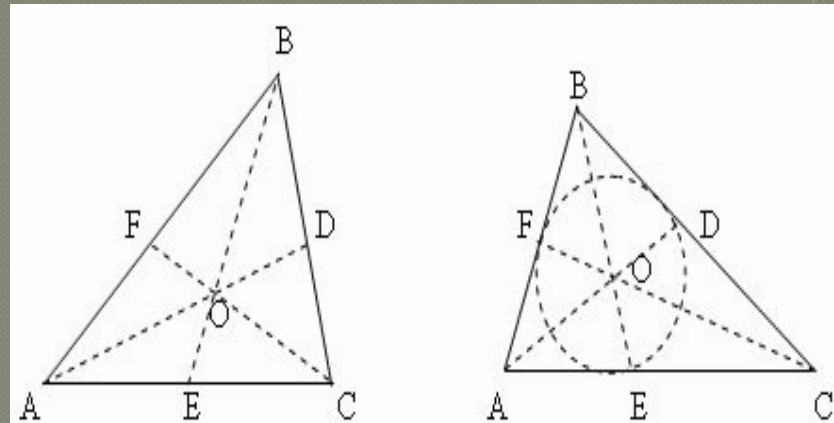


Рис. 28

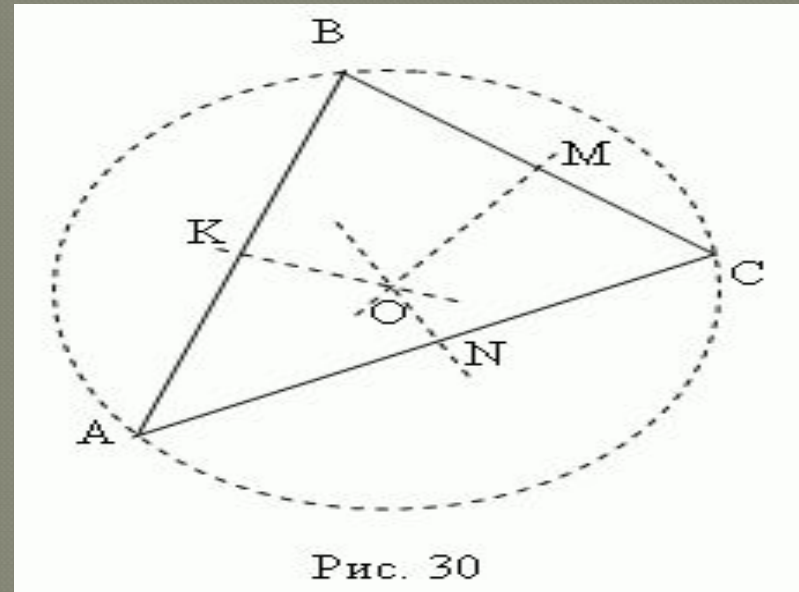
Рис. 29

Биссектриса – это отрезок биссектрисы угла от вершины до точки пересечения с противоположной стороной. Три биссектрисы треугольника (AD , BE , CF , рис.29) пересекаются в одной точке O , всегда лежащей внутри треугольника и являющейся *центром вписанного круга*. Биссектриса делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам; например, на рис.29 $AE : CE = AB : BC$.

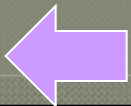


Серединный перпендикуляр!

- *Срединный перпендикуляр* – это перпендикуляр, проведенный из средней точки отрезка(стороны). Три срединных перпендикуляра треугольника ABC (KO , MO , NO , рис.30) пересекаются в одной точке O , являющейся *центром описанного круга* (точки K , M , N – середины сторон треугольника ABC).



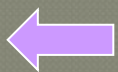
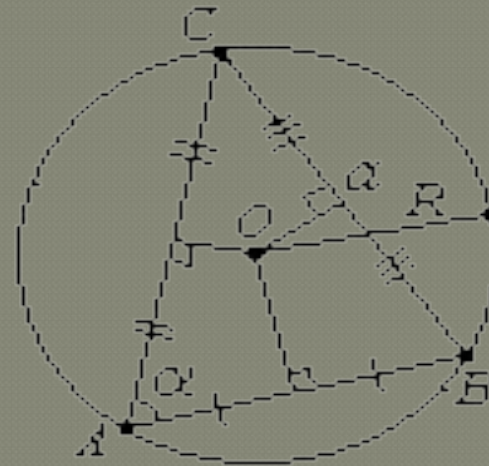
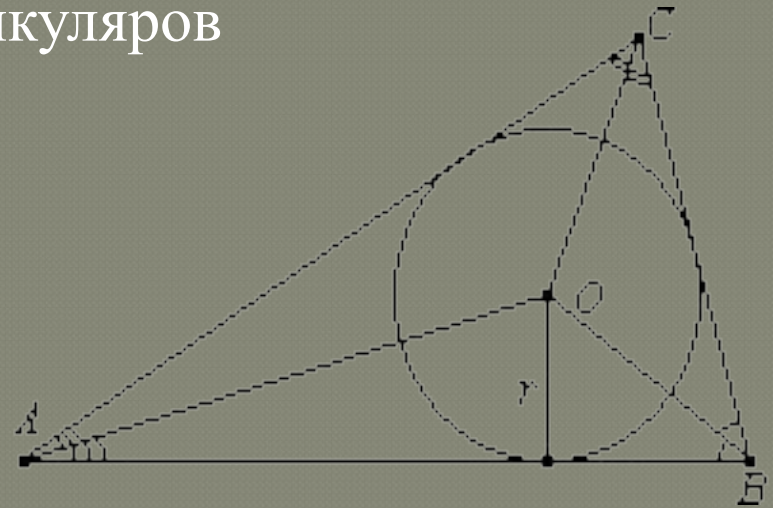
В остроугольном треугольнике эта точка лежит внутри треугольника; в тупоугольном – снаружи; в прямоугольном - в середине гипотенузы. Ортоцентр, центр тяжести, центр описанного и центр вписанного круга совпадают только в равностороннем треугольнике.

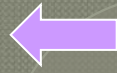


• Центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис треугольника.

• Центр описанной окружности — точка пересечения серединных перпендикуляров

центр описанной
около прямоугольного
треугольника окружности
лежит на
середине гипотенузы;
центр описанной и
вписанной окружностей
треугольника совпадают
только в том случае, когда
этот треугольник
— правильный.





Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов .

Доказательство теоремы Пифагора с очевидностью следует из рис.31. Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC с катетами a , b и гипотенузой c .

Построим квадрат АКМВ, используя гипотенузу АВ как сторону. Затем продолжим стороны прямоугольного треугольника ABC так, чтобы получить квадрат CDEF, сторона которого равна $a + b$. Теперь ясно, что площадь квадрата CDEF равна $(a + b)^2$. С другой стороны, эта площадь равна сумме площадей четырёх прямоугольных треугольников и квадрата АКМВ, то есть

$$c^2 + 4 \left(\frac{ab}{2} \right) = (a + b)^2,$$

отсюда,

$$c^2 + 2ab = (a + b)^2,$$

и окончательно имеем:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Соотношение сторон в произвольном треугольнике.

В общем случае (для произвольного треугольника) имеем:
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C,$
 где C – угол между сторонами a и b .

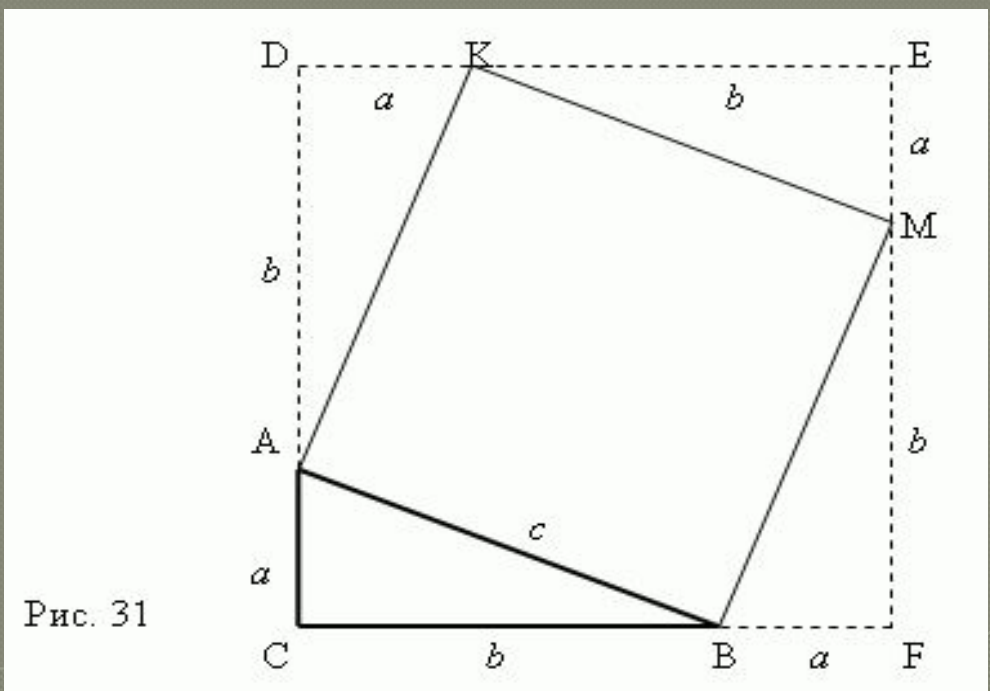


Рис. 31

Работу выполнила

Ученица 9 «Б» класса

ГОУ СОШ №337

Ефимочкина Александра.

17.05.11г.

Руководитель проекта

- Учитель высшей квалификационной категории
- Мартыненко Оксана Михайловна;
- ГОУ СОШ №337
- Невского административного района
- Г. Санкт-Петербург.
- 2011 г.