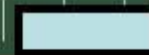


ПОДОБИЕ ПРАВИЛЬНЫХ ВЫПУКЛЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

9 КЛАСС





Цели:

- доказать теорему о подобии правильных выпуклых n -угольников, свойство о том, что отношение периметров правильных n -угольников равно отношению радиусов вписанных (описанных) окружностей.



Актуализация опорных знаний

- Какое преобразование фигуры называется движением?
- Какими свойствами обладает движение?
- Что такое преобразования подобия?
- Что такое гомотетия?
- Какие фигуры называются равными?
- Какие фигуры называются подобными?



Изучение нового материала

ТЕОРЕМА. Правильные выпуклые n -угольники подобны (I ч). В частности, если у них стороны одинаковы, то они равны (II ч).

Дано:

$P_1: A_1A_2A_3 \dots A_n$

$P_2: B_1B_2B_3 \dots B_n$ – правильные n -

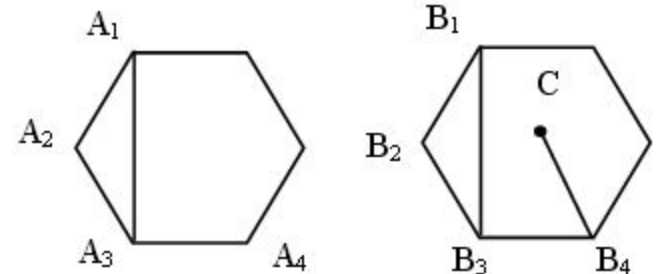
угольники.

$A_1A_2 = B_1B_2 = \dots$

Доказать:

(I ч) что $P_1 \rightarrow P_2$

(II ч) $P_1 = P_2$





Доказательство:

Докажем второе утверждение.

Две фигуры называются равными, если они движением переводятся одна в другую. Следовательно, нужно доказать, что эти многоугольники совмещаются движением.

$\triangle A_1 A_2 A_3 = \triangle B_1 B_2 B_3$ по первому признаку ($A_1 A_2 = B_1 B_2$, $A_2 A_3 = B_2 B_3$, $\angle A_1 A_2 A_3 = \angle B_1 B_2 B_3$). Значит, существует движение, при котором $A_1 \rightarrow B_1$, $A_2 \rightarrow B_2$, $A_3 \rightarrow B_3$.

Подвергнем P_1 движению: $A_1 \rightarrow B_1$, $A_2 \rightarrow B_2$, $A_3 \rightarrow B_3$, $A_4 \rightarrow C$.

Точки C и B_4 лежат по одну сторону от прямой $B_2 B_3$.

Движение сохраняет углы и расстояние: $\angle B_2 B_3 C = \angle B_2 B_3 B_4$ и $B_3 C = B_3 B_4$.

А значит, точка C совпадает с B_4 и т. д. $A_4 \rightarrow B_4$, $A_5 \rightarrow B_5 \dots A_n \rightarrow B_n$.

То есть $P_1 \rightarrow P_2$ при движении, следовательно, $P_1 = P_2$.

I. Докажем, что $P_1 \rightarrow P_2$.

Подвергнем P_1 преобразованию подобия: гомотетии с коэффициентом $k =$

$$\frac{B_1 B_2}{A_1 A_2}$$

$P_1 \rightarrow P'$ (стороны P' равны сторонам P_2).

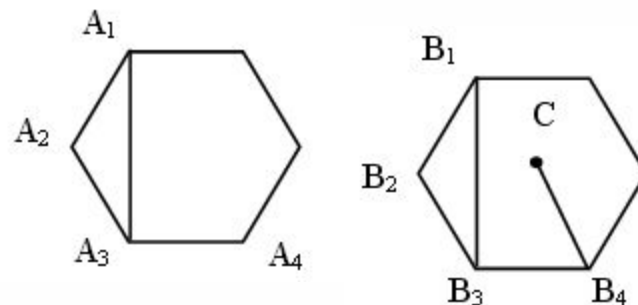
Значит, $P' \rightarrow P_2$ (в результате движения).

$P_1 \rightarrow P'$, $P' \rightarrow P_2$. Следовательно, $P_1 \rightarrow P_2$ и т. д.

У подобных фигур

$$k = \frac{A_1 A_2}{B_1 B_2} = \dots = \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

где P_1, P_2 – периметры, R_1, R_2, r_1, r_2 – радиусы.





Решение задач

- 1) Выполнить № 32 стр.181.
- 2) **Задача 1.** Сторона одного квадрата в 3 раза больше стороны другого квадрата. Как относятся радиусы окружностей, описанных около них и вписанных в них? Ответ объясните.
- 3) **Задача 2.** Дан равносторонний треугольник. Как относятся радиусы окружностей, вписанных в данный треугольник, и треугольник, вершинами которого является середина сторон данного равностороннего треугольника?



Домашнее задание:

- п. 118. Вопрос 13, выполнить № 33
- Задача. Найдите радиусы окружностей, вписанной в квадрат и описанной около него, если их произведение равно см^2 .