

# Подобные треугольники.

Геометрия, 8 класс.



# Урок 32. Пропорциональные отрезки.



Рассмотрим пропорцию: К \_\_\_\_\_ Е

$$\frac{2}{4} = \frac{8}{16}$$

Н \_\_\_\_\_ Х

А \_\_\_\_\_ В

Р

Т

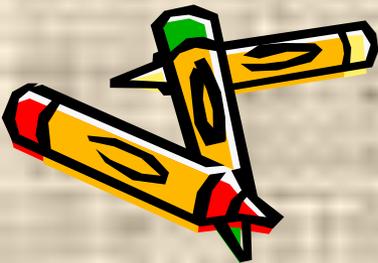
Отрезки называются  
пропорциональными, если  
равны отношения их длин.

$$\frac{KE}{HX} = \frac{AB}{PT}$$

Решение задач:

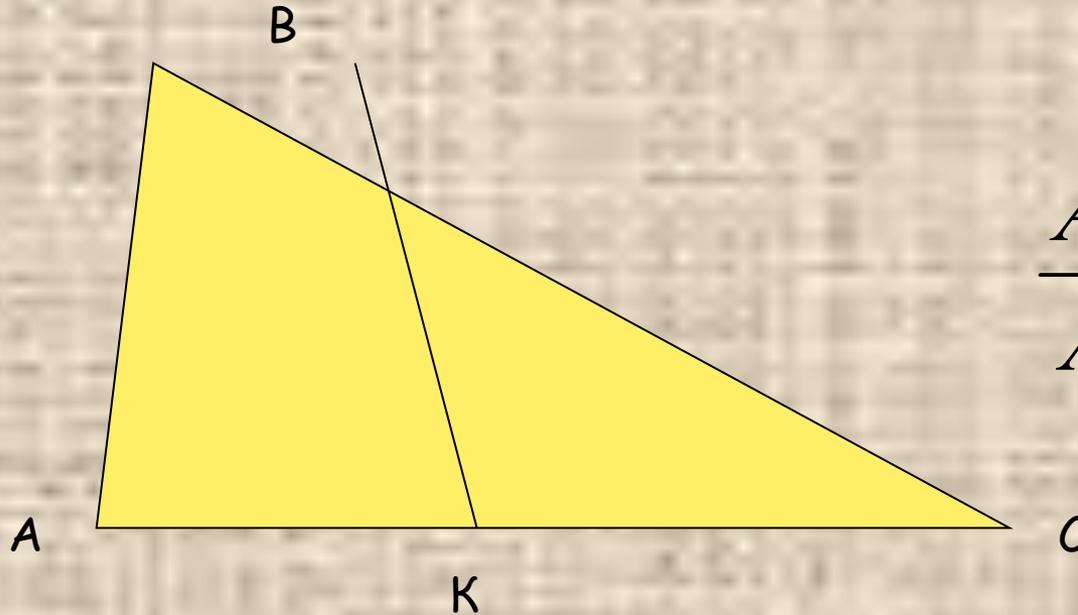
№ 533 (устно)

№ 534.



## Свойство биссектрисы треугольника.

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.



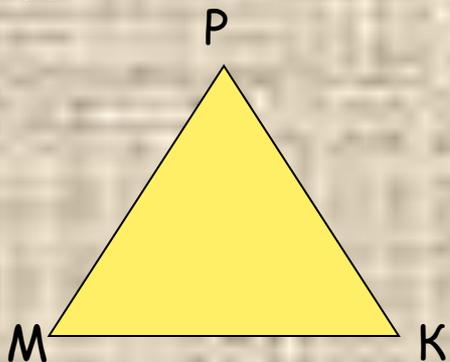
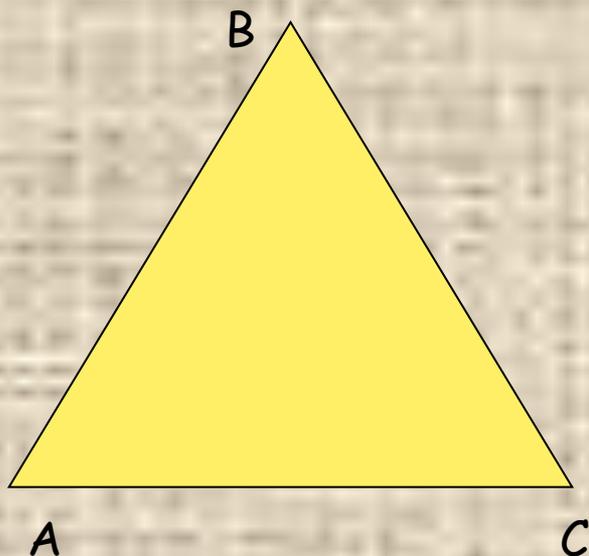
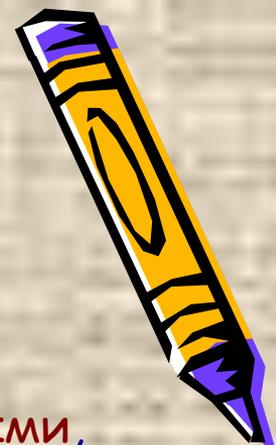
$$\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{CB}$$

Решение задач: № 536(а), 538.

Домашнее задание: п.56, № 536(б), 537.



# Урок 33. Подобные треугольники.



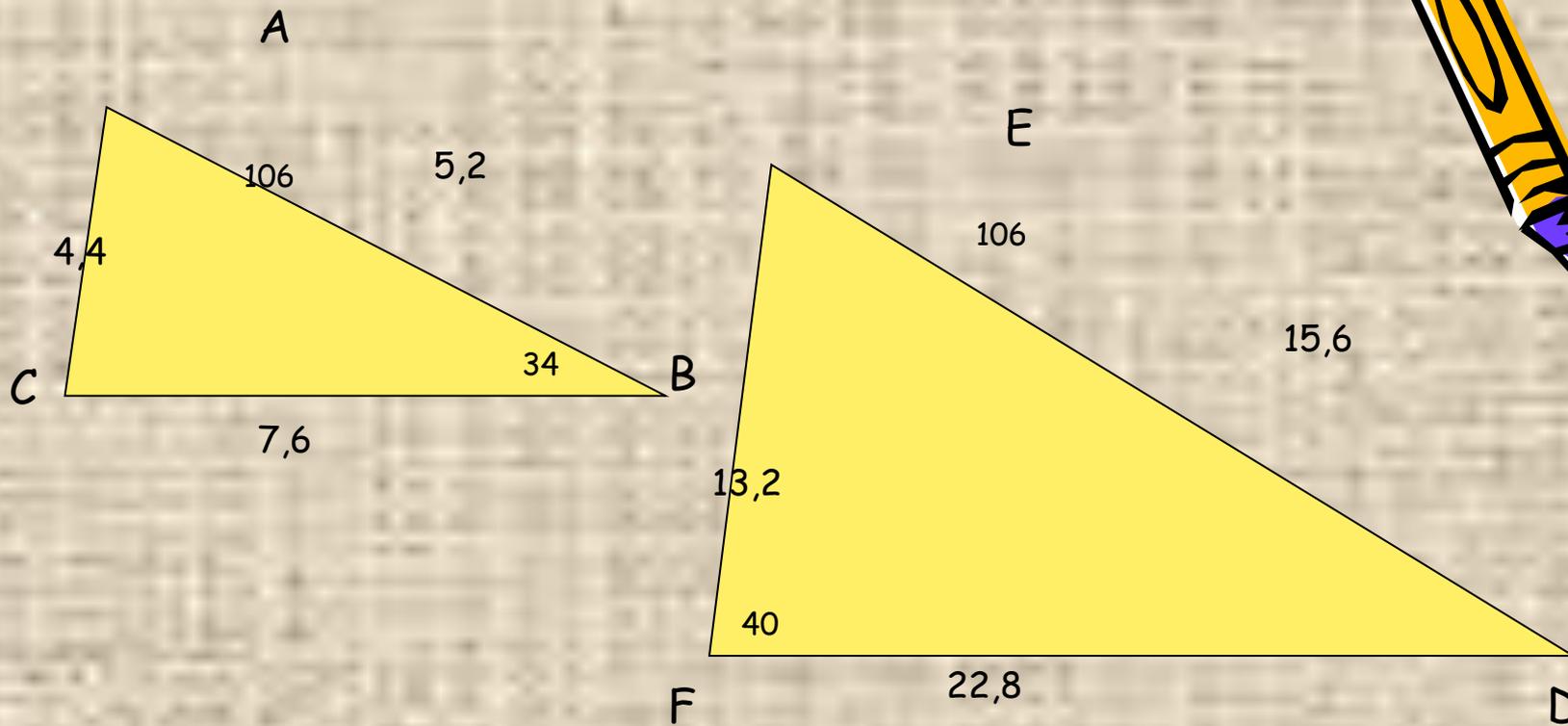
Два треугольника называются **подобными**, если их углы соответственно равны, и стороны одного треугольника пропорциональны соответствующим сторонам другого треугольника.

$$\frac{AB}{MP} = \frac{BC}{PK} = \frac{AC}{MK} = k$$

где  $k$  - коэффициент подобия.  
Говорят, что  $\triangle ABC \sim \triangle MPK$



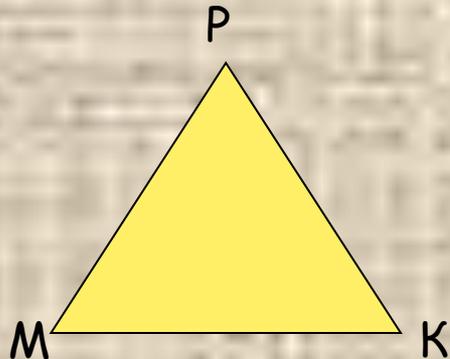
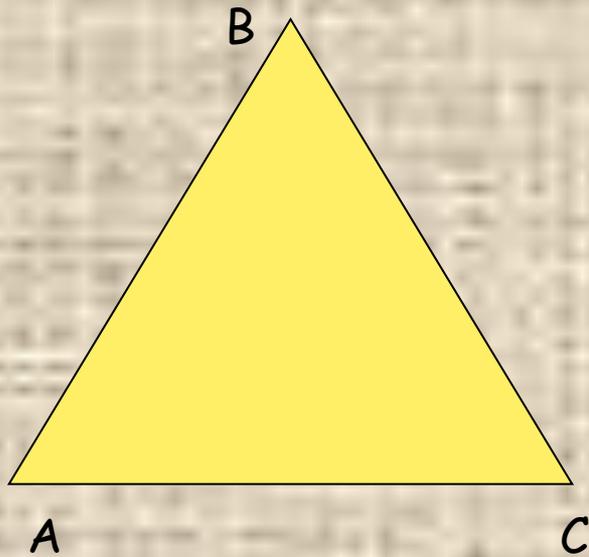
# № 541.



Решение задач: № 542.

Домашнее задание: п.56-57, № 540.

## Урок 34. Теорема об отношении площадей подобных треугольников.



**ТЕОРЕМА.**

Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MPK}} = k^2$$

где  $k$  - коэффициент подобия.

Отношение периметров двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

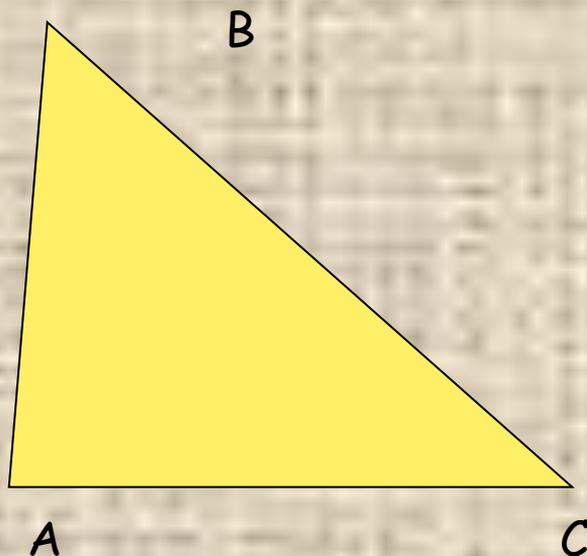
$$\frac{P_{ABC}}{P_{MPK}} = k$$

Решение задач: № 545, 549.

Домашнее задание: п. 56-58, № 544, 548.



# урок 35. Первый признак подобия треугольников.



ТЕОРЕМА.

Если 2 угла одного треугольника равны соответственно двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Доказательство: Так как углы  $A=A_1$  и  $C=C_1$ , то угол  $B=B_1$ .

Так как угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1};$$

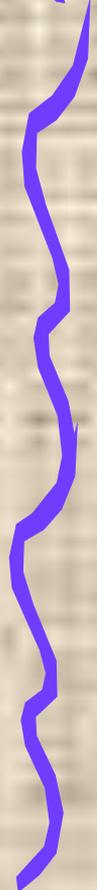
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BC \cdot AC}{B_1C_1 \cdot A_1C_1};$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1};$$

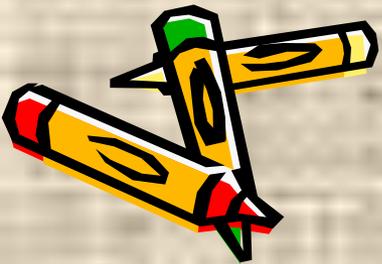
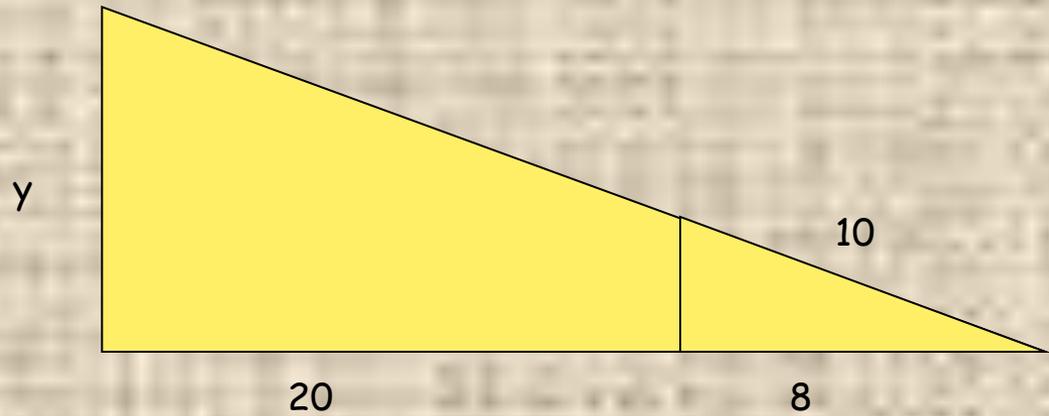
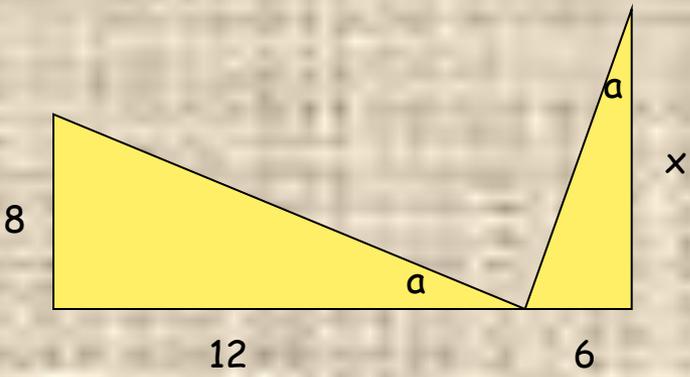
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot BC}{A_1B_1 \cdot B_1C_1};$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Следовательно,  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



№ 550.

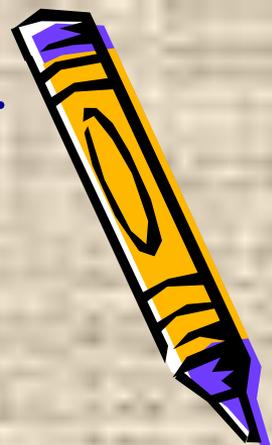
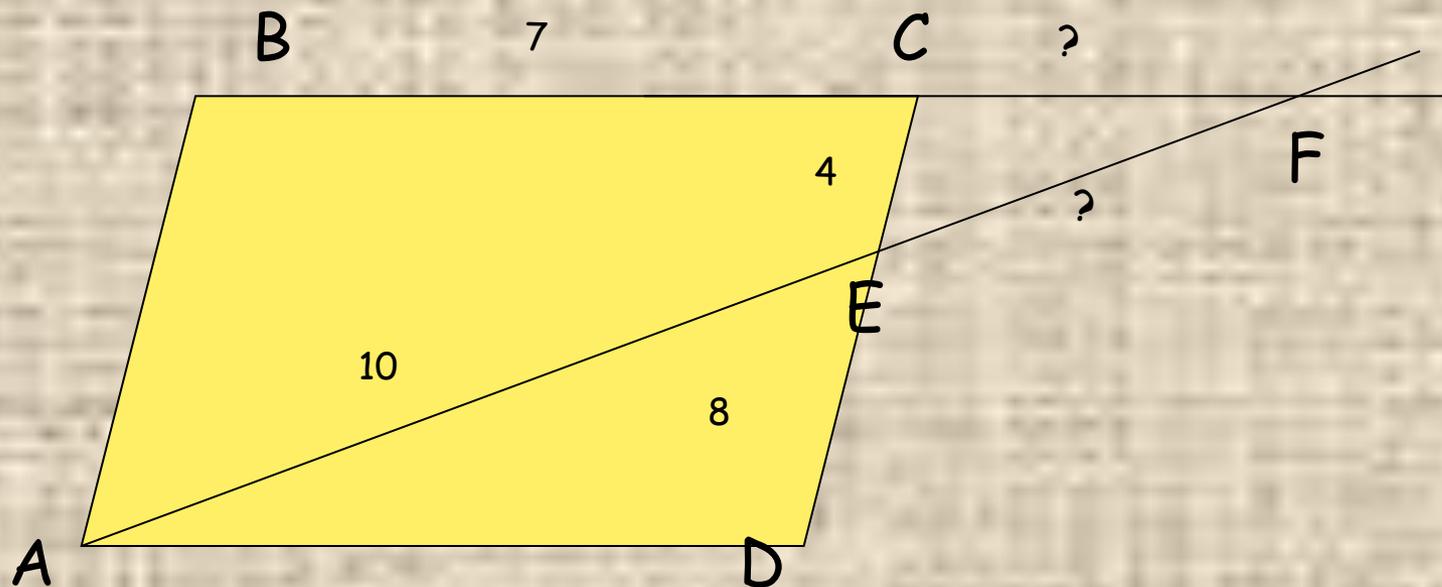


Домашнее задание: п. 59, № 553, 561.

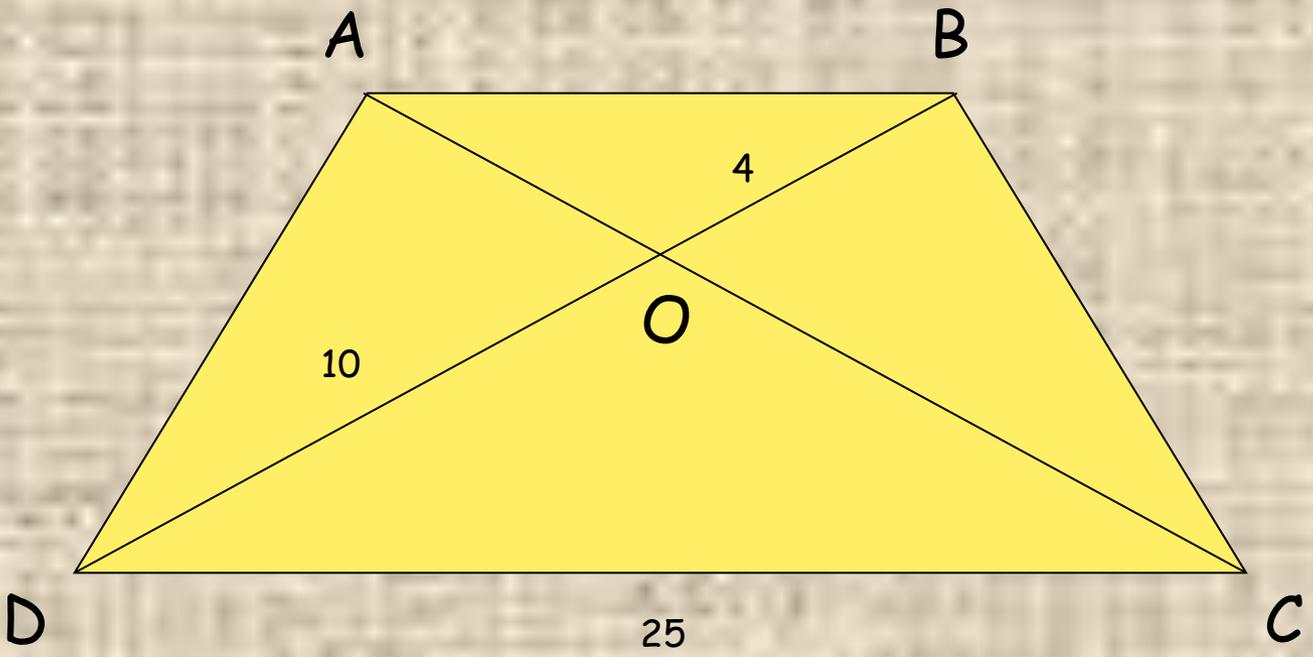


# Урок 36. Первый признак подобия треугольников.

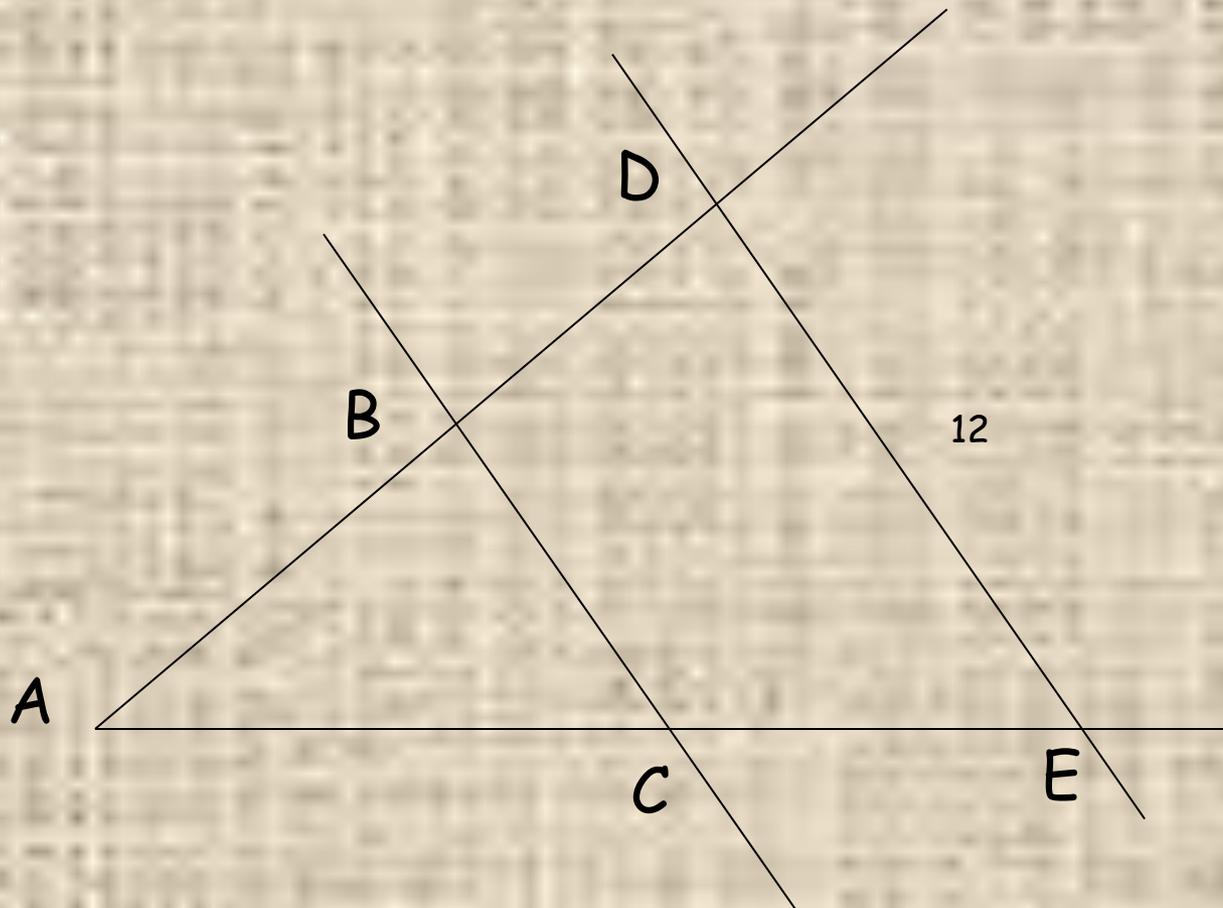
№ 551(а)



No 552(a)



№ 557(В).



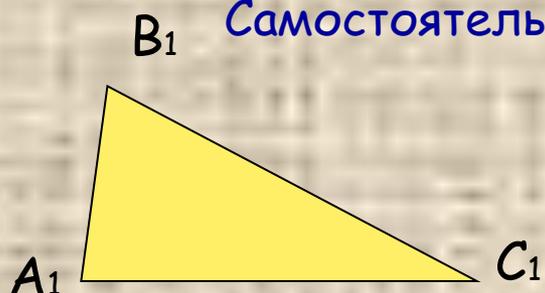
Домашнее задание: стр.160, вопросы  
1-5,

п.56-59 №552(В).

# Урок 37. Второй признак подобия треугольников.



Самостоятельная работа: стр.120, вариант А1,А2, №1.



**ТЕОРЕМА.** Если 2 стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.

Доказательство:

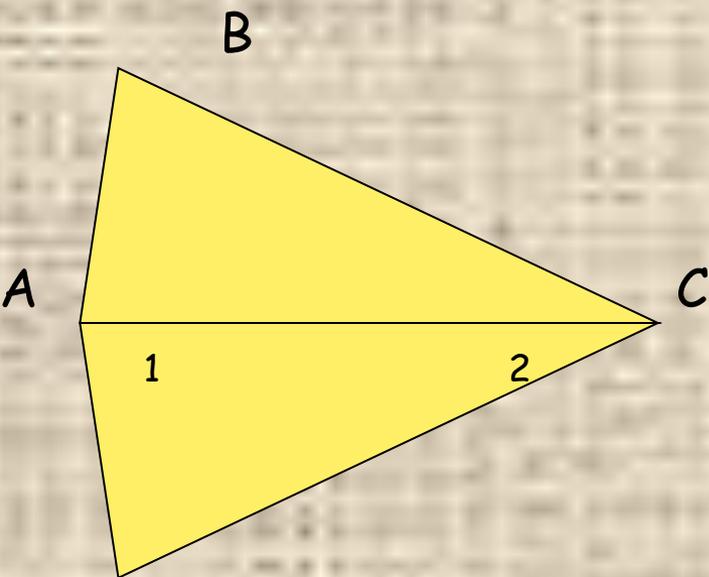
Достаточно доказать, что углы  $C = C_1$ .

Рассмотрим  $\triangle AB_2C$ , у которого углы  $1=A_1$ ,  $2=C_1$ .

$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle AB_2C$  по 2 углам, следовательно

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB_2}{A_1B_1}; \text{ но } \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1}$$

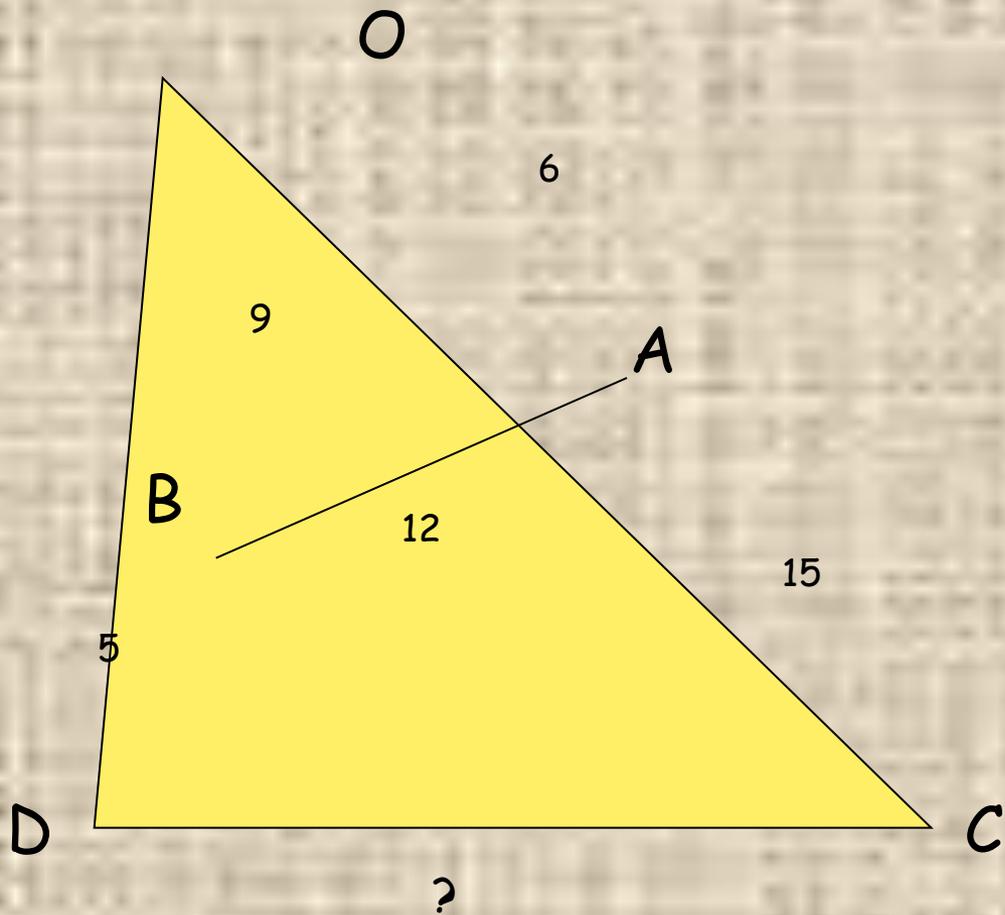
Значит  $AB_2 = AB$  и  $\triangle AB_2C = \triangle ABC$  по 2 сторонам и углу между ними  $\Rightarrow$  угол  $C=2$ , но угол  $2=C_1 \Rightarrow$  угол  $C_1 = C \Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$  по 2 углам



$B_2$



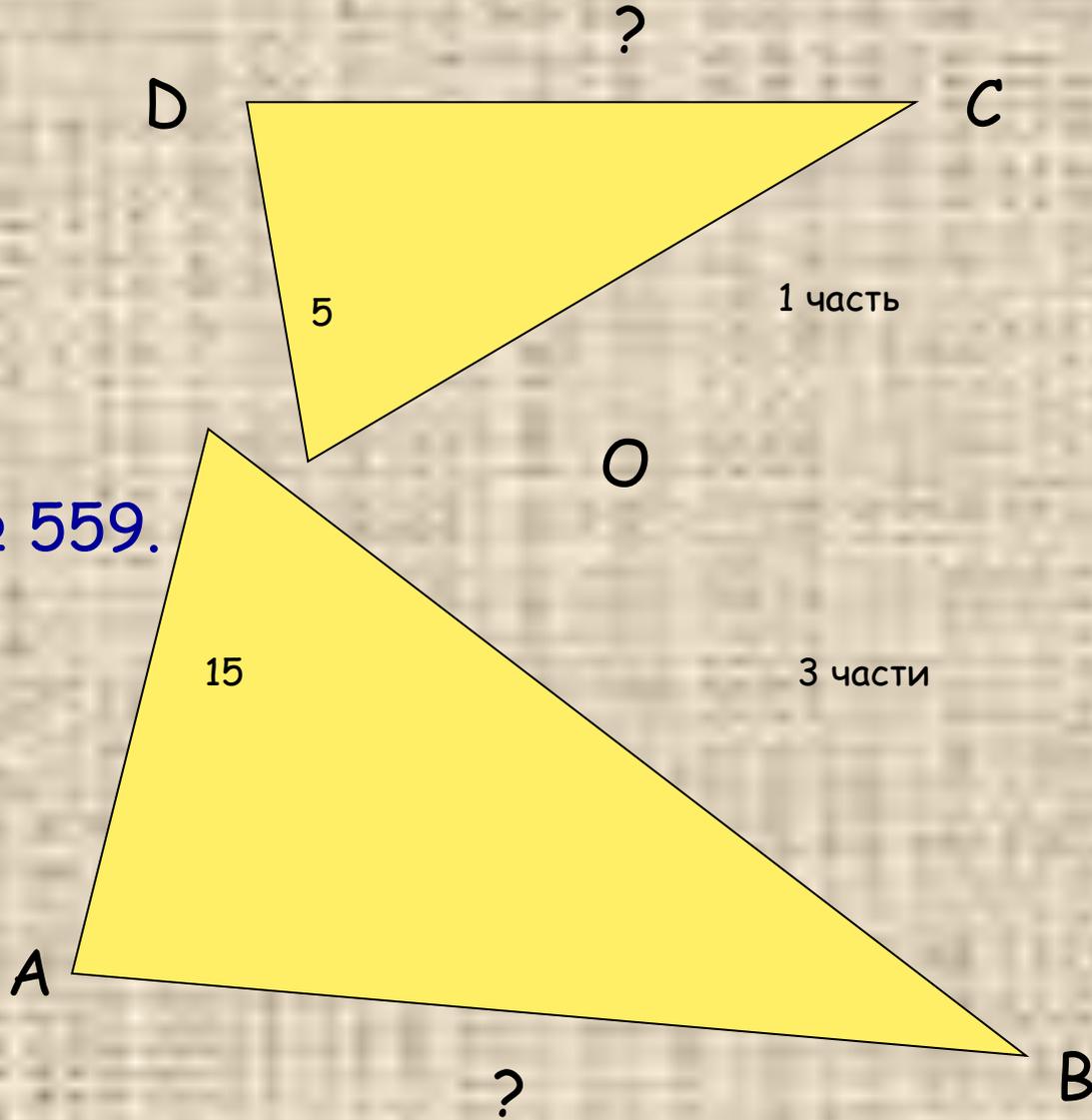
# Задача 1.



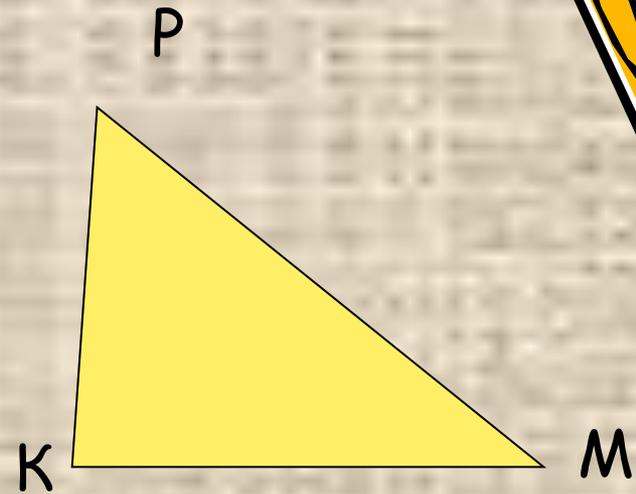
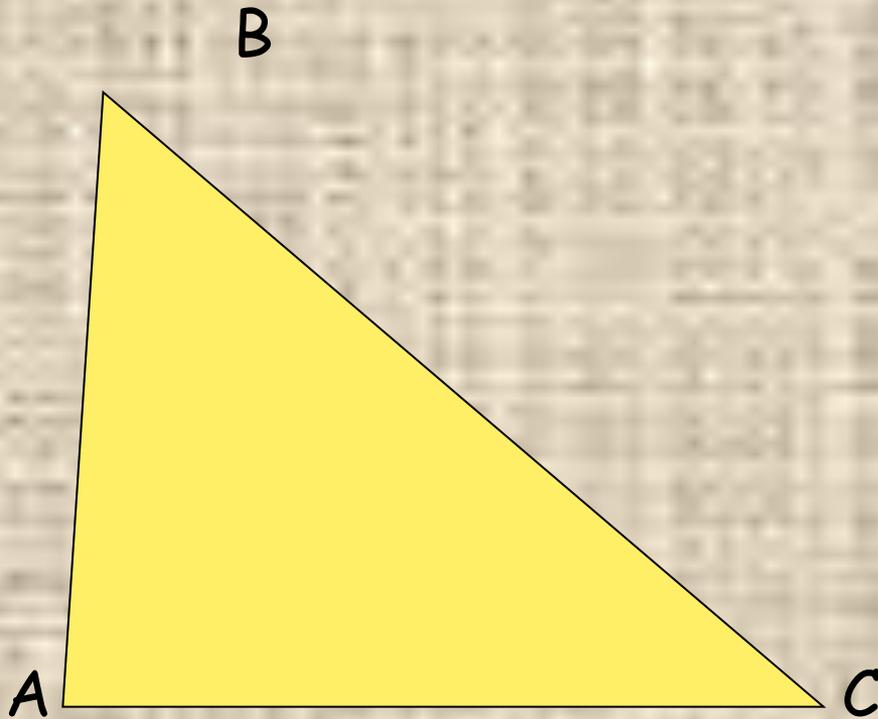
## Задача 2.

Домашнее задание:

п. 59, 60, № 559.



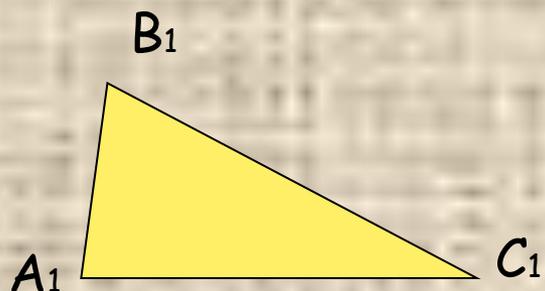
# Задача.



Стороны треугольника  $ABC$  в 2,5 раза больше сторон треугольника  $KPM$ , углы  $B = P$ ,  $AC + KM = 4,2$ . Найти  $AC$  и  $KM$ .



## Урок 38. Третий признак подобия треугольников.



**ТЕОРЕМА.** Если 3 стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Доказательство:

Достаточно доказать, что углы  $A = A_1$ .  
Рассмотрим  $\triangle AB_2C$ , у которого углы  $1 = A_1$ ,  $2 = C_1$ .  
 $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle AB_2C$  по 2 углам, следовательно

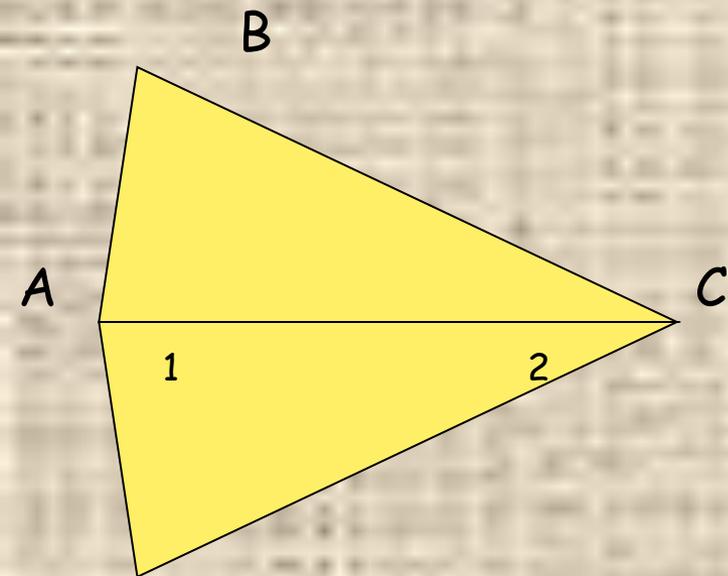
$$\frac{AB_2}{A_1B_1} = \frac{B_2C}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

Но мы знаем, что

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

Значит  $AB_2 = AB$ ,  $CB_2 = CB$  и  $\triangle AB_2C = \triangle ABC$  по 2 сторонам и углу между ними  $\Rightarrow$  угол  $A = 1$ , но

$1 = A_1 \Rightarrow$  угол  $C_1 = C \Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$  по 2 признаку



$B_2$



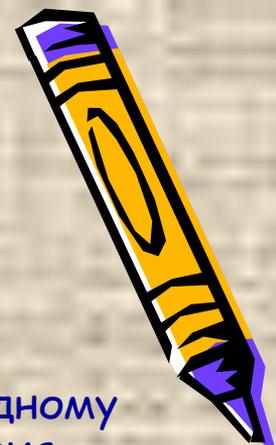
## Задачи.

1. Подобны ли  $\triangle ABC$  и  $\triangle KPM$ , если  $AB = 1\text{ м}$ ,  $AC = 2\text{ м}$ ,  $BC = 1,5\text{ м}$ ,  $KP = 8\text{ дм}$ ,  $KM = 16\text{ дм}$ ,  $PM = 12\text{ дм}$ .
2. Стороны треугольника равны  $0,8\text{ м}$ ,  $1,6\text{ м}$ ,  $2\text{ м}$ . Найти стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен  $5,5\text{ м}$ .

Домашнее задание: п. 59-61, № 560.



# Математический диктант.



1. Третий признак подобия треугольников.
2. Второй признак подобия треугольников.
3. У двух треугольников по одному равному углу. Какого условия недостает, чтобы треугольники были подобны по 1 признаку?
4. Стороны одного треугольника равны 3 см, 6 см и 7 см, а 2 стороны подобного ему треугольника равны 15 см и 35 см. Найти третью сторону.
5. Соответствующие катеты двух подобных треугольников 6 дм и 18 дм. Найти гипотенузу меньшего треугольника, если гипотенуза большего 27 дм.

1. Первый признак подобия треугольников.
2. Третий признак подобия треугольников.
3. У двух треугольников по одному равному углу. Какого условия недостает, чтобы треугольники были подобны по 2 признаку?
4. Соответствующие катеты двух подобных треугольников 5 дм и 10 дм. Найти гипотенузу большего треугольника, если гипотенуза меньшего 7 дм.
5. Стороны одного треугольника равны 15 см, 35 см и 30 см, а 2 стороны подобного ему треугольника равны 6 см и 7 см. Найти третью сторону.



# ОТВЕТЫ.

1. По 3 пропорциональным сторонам.
2. По 2 пропорциональным сторонам и углу между ними.
3. Пара равных углов.
4. 30 см.
5. 9 дм.

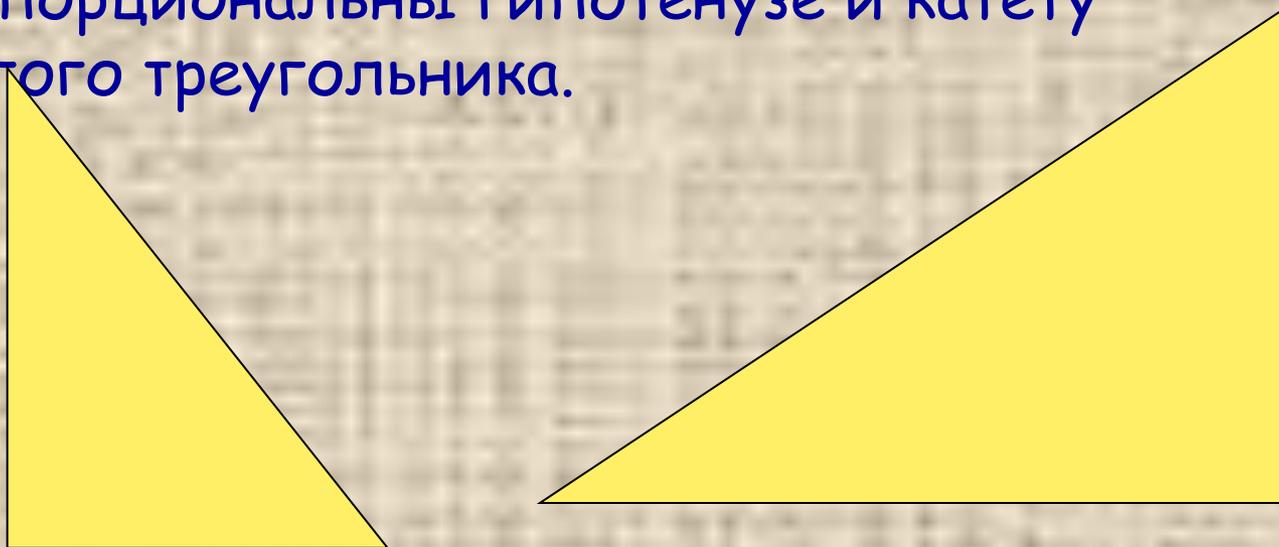
1. По 2 равным углам.
2. По 3 пропорциональным сторонам.
3. Пропорциональность сторон угла.
4. 14 дм.
5. 3 м.



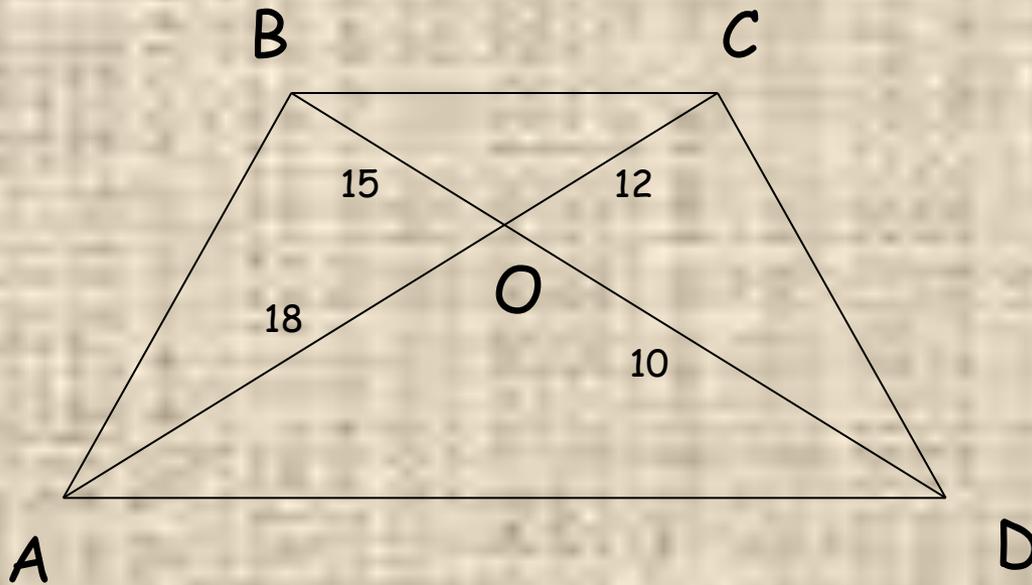
# Подобие прямоугольных треугольников.



- Два прямоугольных треугольника подобны, если:
  1. У них есть по равному острому углу.
  2. Катеты одного треугольника пропорциональны катетам другого треугольника.
  3. Гипотенуза и катет одного треугольника пропорциональны гипотенузе и катету другого треугольника.



# Задача.



Доказать, что  $ABCD$  - трапеция.

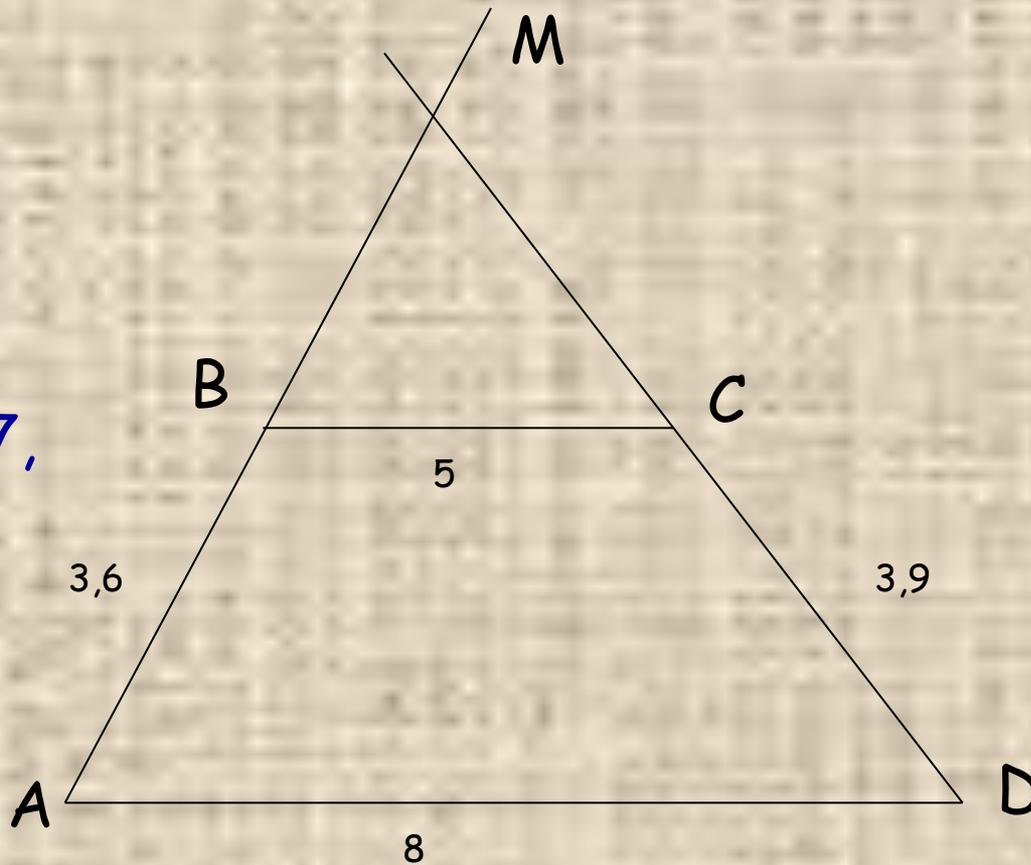


# № 554.

Домашнее  
задание:

п. 59-61,

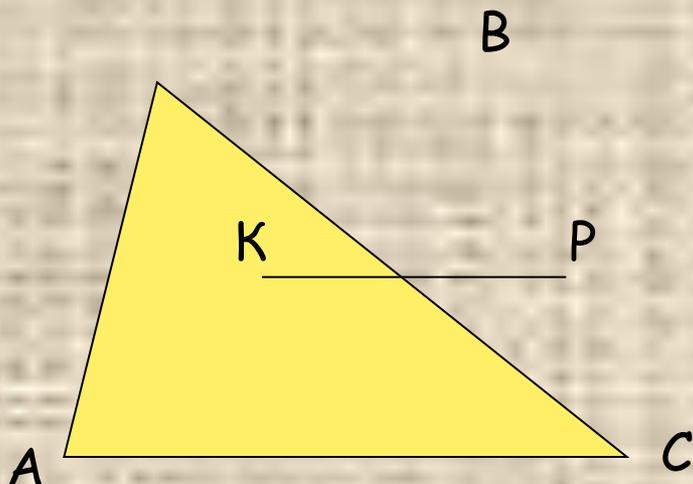
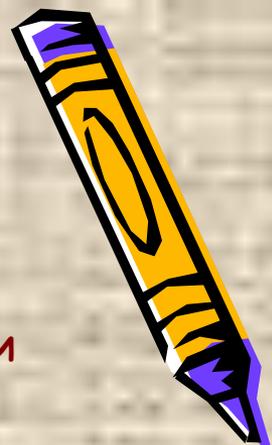
Стр. 160,  
вопросы 1-7,  
задача



Задача. Продолжение боковых сторон AB и CD трапеции ABCD пересекаются в точке E. Найти стороны  $\triangle AED$ , если  $AB = 5$  см,  $BC = 10$  см,  $AD = 15$  см,  $CD = 8$  см.



# Урок 39. Средняя линия треугольника.



Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.



**ТЕОРЕМА.**

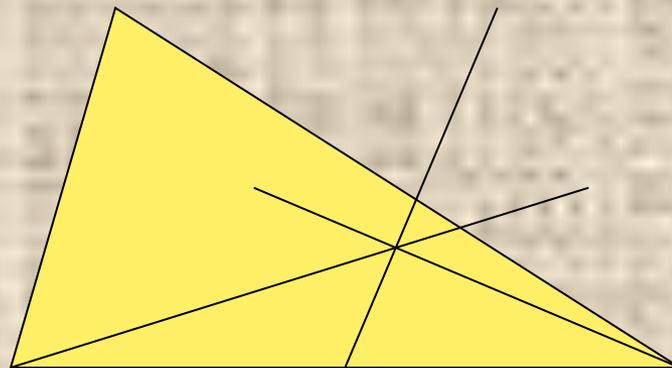
Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

Доказательство:

$\triangle ABC \sim \triangle KBP$ , так как угол В-общий, а стороны АВ и КВ, СВ и РВ пропорциональны  $\Rightarrow$  угол А=ВКР, но это соответственные углы  $\Rightarrow$   $KP \parallel AC$ .

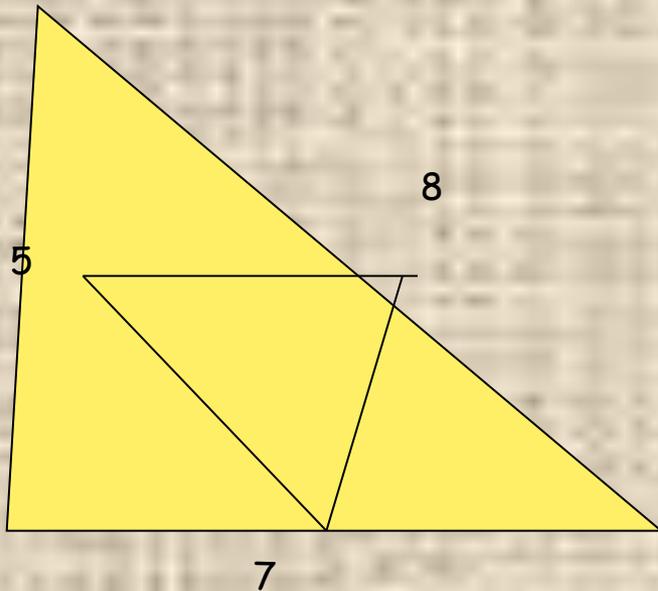
$$\frac{KB}{AB} = \frac{KB}{2KB} = \frac{1}{2}; \frac{BP}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{KP}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow KP = \frac{1}{2} AC$$

**ТЕОРЕМА.** Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.

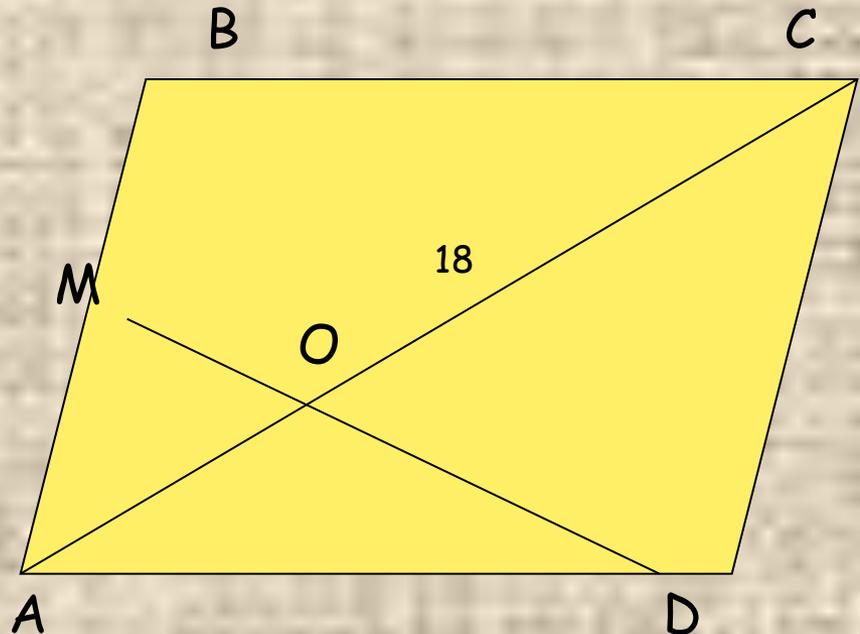


# Решение задач.

№ 564.



№ 570.



Домашнее задание: п. 62, № 566.



# Математический диктант.



1. Две стороны треугольника соединили отрезком, непараллельным третьей стороне. Является ли этот отрезок средней линией треугольника?
2. Сторона  $AB$   $\triangle ABC$  равна 6 см. Чему равна средняя линия треугольника, параллельная этой стороне?
3. Точки  $M$ ,  $P$  и  $O$  - середины сторон  $\triangle ABC$ . Найти стороны  $\triangle ABC$ , если стороны  $\triangle MPO$  равны 3 см, 4 см и 5 см.
4. Концы отрезка  $AB$  лежат на двух сторонах треугольника, а длина этого отрезка равна половине третьей стороны. Обязательно ли этот отрезок является средней линией треугольника?

1. Точки  $A$  и  $B$  являются серединами двух сторон треугольника. Как называется отрезок  $AB$ ?
2. Средней линией  $\triangle ABC$ , параллельная стороне  $BC$ , равна 4 см. Найти сторону  $BC$ .
3. Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  - середины сторон  $\triangle MPO$ . Найти периметр  $\triangle ABC$ , если отрезки  $MP$ ,  $PO$  и  $MO$  равны 3 дм, 4 дм и 5 дм.
4. Концы отрезка  $KP$  лежат на двух сторонах треугольника, он параллелен третьей стороне треугольника и равен ее половине. Является ли  $KP$  средней линией?



# ОТВЕТЫ.

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1. Нет           | 1. Средняя линия |
| 2. Средняя линия | 2. 8 см          |
| 3. 24 см         | 3. 6 дм          |
| 4. Нет           | 4. Нет           |

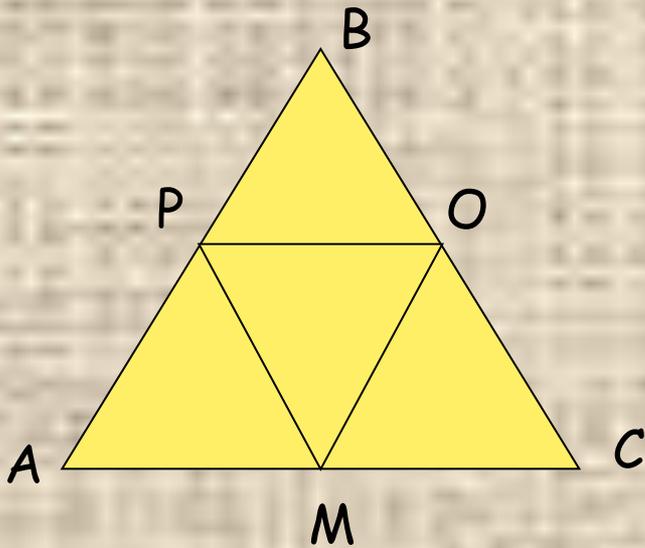


# Задачи.

1. Дано:

$$P_{ABC} = 12 \text{ см}$$

Найти:  $P_{MPO}$

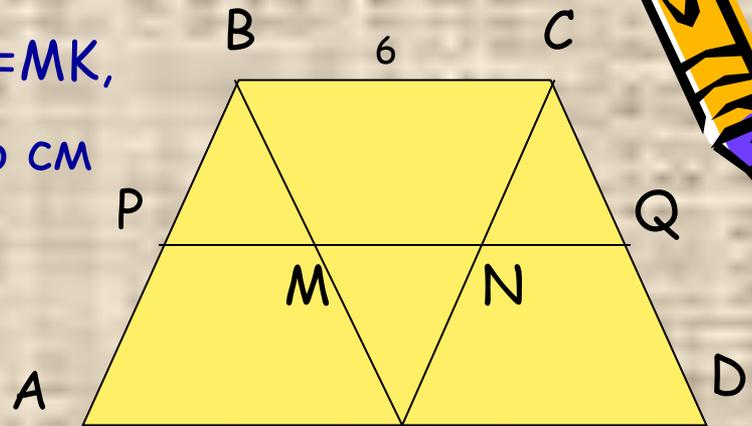


2. Дано:

$$AD = 2BC, MB = MK,$$

$$NC = NK, BC = 6 \text{ см}$$

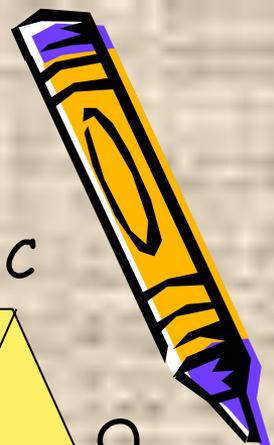
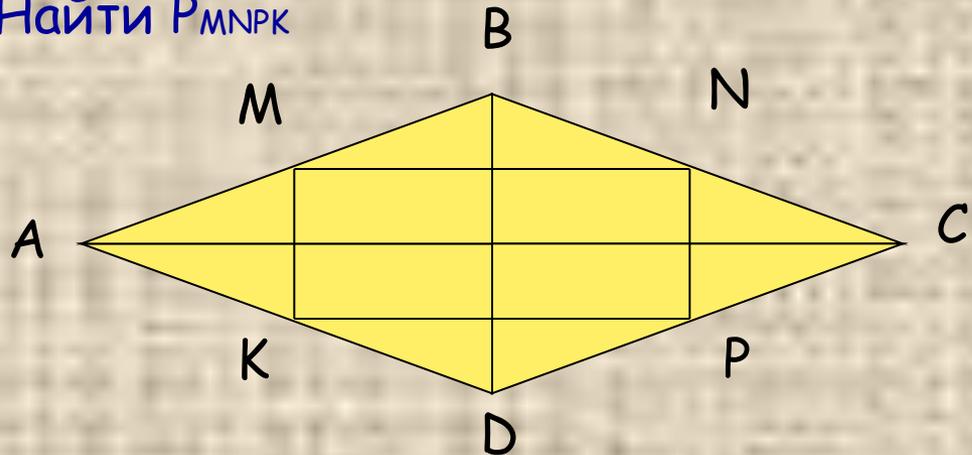
Найти PQ



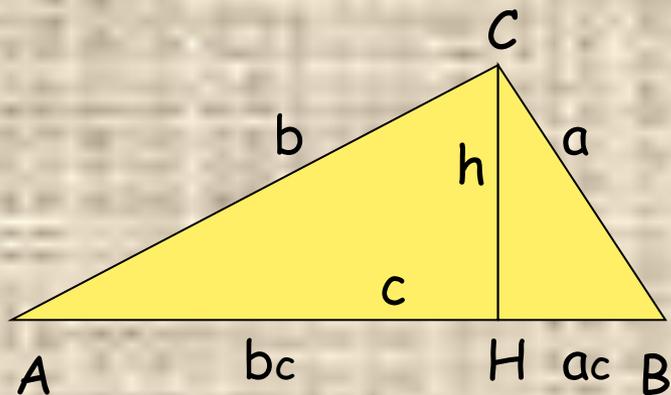
3. Дано:

$$AC = 10 \text{ см}, BD = 8 \text{ см}$$

Найти  $P_{MNPK}$



# Урок 40. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.



Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит треугольник на 2 подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.



- Признак подобия прямоугольных треугольников. Два прямоугольных треугольника подобны, если у них есть по равному острому углу.
- Отрезок  $CH$  называется средним пропорциональным (средним геометрическим) для отрезков  $AH$  и  $HB$ , если  $CH = \sqrt{AH \cdot HB}$ .
- Свойство 1. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.

$$CH = \sqrt{AH \cdot HB}$$

- Свойство 2. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.

$$AC = \sqrt{AB \cdot AH};$$

$$BC = \sqrt{AB \cdot HB}$$

- Решение задач: № 572, 575, 577.

- Домашнее задание:

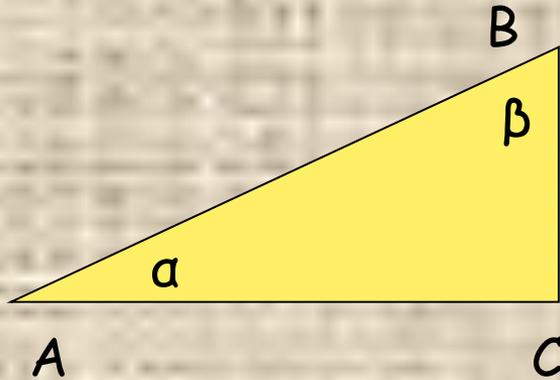
- стр.160, вопросы 8-11, принести циркуль,  
№ 576, 578-в общую тетрадь.

- Проверочная работа.

- стр. 124, вариант А1, А2,  
задачи 1, 2.



# Урок 42. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.



$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC}$$

- Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
- Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.
- Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.
- Тангенс угла равен отношению синуса к косинусу этого угла.

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \frac{BC}{AC} = \operatorname{tg} A$$



# Основное тригонометрическое тождество.

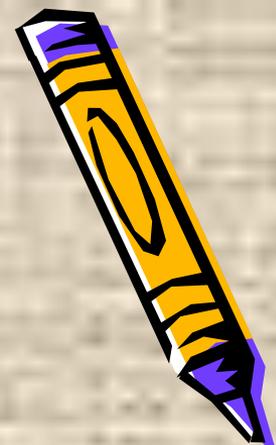
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = ?$$

$$\frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

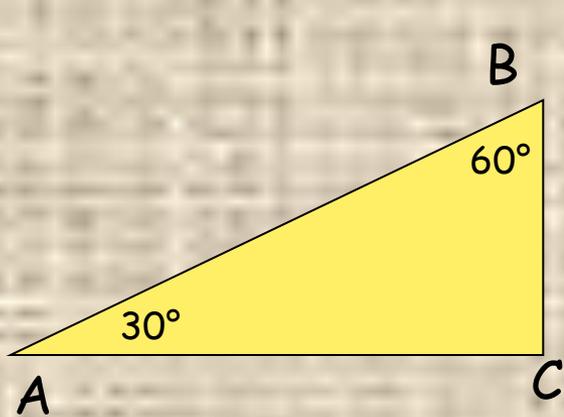
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Решение задач: № 591(а,б), 592(а,в,д), 593(а,в).

Домашнее задание: п.66, № 593(б,г), 592(б,г,е), 591(в, г).



# Урок 43. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ .



$$BC = \frac{1}{2} AB,$$

$$\sin A = \sin 30 = \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{1}{2} AB}{AB} = \frac{1}{2};$$

$$\cos A = \cos 30 = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\operatorname{tg} 30 = \frac{\sin 30}{\cos 30} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

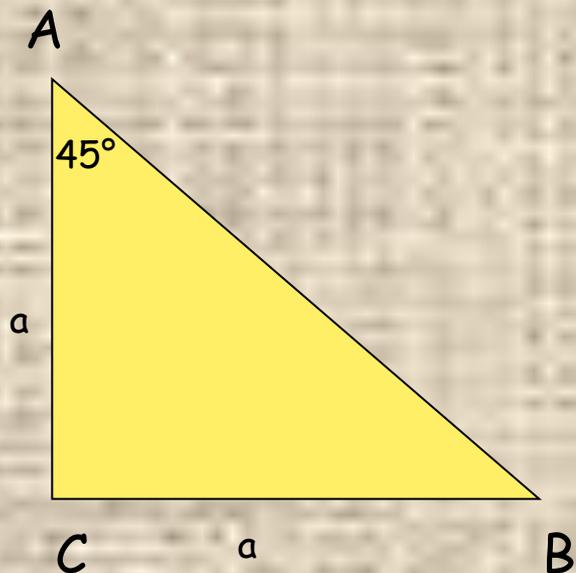
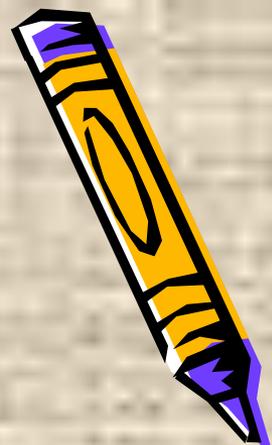
$$\cos B = \cos 60 = \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{1}{2} AB}{AB} = \frac{1}{2};$$

$$\sin 60 = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\operatorname{tg} 60 = \frac{\sin 60}{\cos 60} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3};$$



# Урок 43. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ .



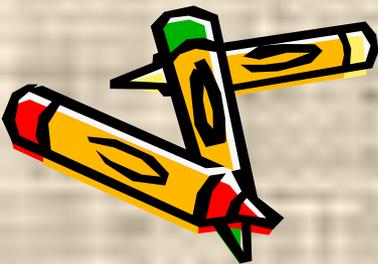
Пусть  $AC = BC = a$ , тогда

$$AB = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2};$$

$$\sin 45 = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\cos 45 = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\operatorname{tg} 45 = \frac{\sin 45}{\cos 45} = 1.$$



## Решение задач.

1. Найти площадь равнобедренного прямоугольного треугольника с основанием 10 см и углом при основании  $45^\circ$ .
2. Найти катеты прямоугольного треугольника, гипотенуза которого 2 см, один из острых углов  $30^\circ$ .
3. В треугольнике ABC угол  $A=45^\circ$ , угол  $C=60^\circ$ ,  $BC=2$  см. Найти AC.
4. № 600.

Домашнее задание: п. 66, 67, № 602.



## Контрольная работа № 4.



1. Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная боковой стороне, равна 13 см, а медиана, проведенная к основанию - 24 см. Найти среднюю линию, параллельную основанию треугольника.
2. Найти  $\sin \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = 8/17$ .
3. Найти синус, косинус тангенс большего острого угла прямоугольного треугольника с катетами 7 см и 24 см.

1. Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная основанию, равна 16 см, а биссектриса, проведенная к основанию - 30 см. Найти среднюю линию, параллельную боковой стороне треугольника.
2. Найти  $\cos \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = 5/12$ .
3. Найти синус, косинус тангенс меньшего острого угла прямоугольного треугольника с катетом 40 см и гипотенузой 41 см.



