Подобные треугольники.

Выполнили: Карташов Алексей
Пучков Евгений

Пропорциональные отрезки

- Отношение отрезков АВ и CD называется отношение их длин, т.е. $\frac{AB}{CD}$
- Говорят, что **отрезки АВ и CD пропорциональны отрезкам** A_1B_1 **и** C_1D_1, если $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$.
- Например, отрезки АВ и CD, длины которых равны 2см и 1см, пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1, длины которых равны 3см и 1,5см. В самом деле, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{2}{3}$.
- Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков. Так, например 3 отрезка АВ, CD и EF **пропорциональны** трем отрезкам A_1B_1, C_1D_1 и E_1F_1, если справедливо равенство, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{EF}{E_1F_1}$.

Что хотим узнать???

Подобные треугольники

Определение подобных треугольников

Признаки подобия

Отношение площадей подобных треугольников

1-ый признак

2-ой признак

3-ий признак

конец

Определение подобных треугольников

- Пусть в двух треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны: $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. В этом случае стороны AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, CA и C_1A_1 называются сходственными.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

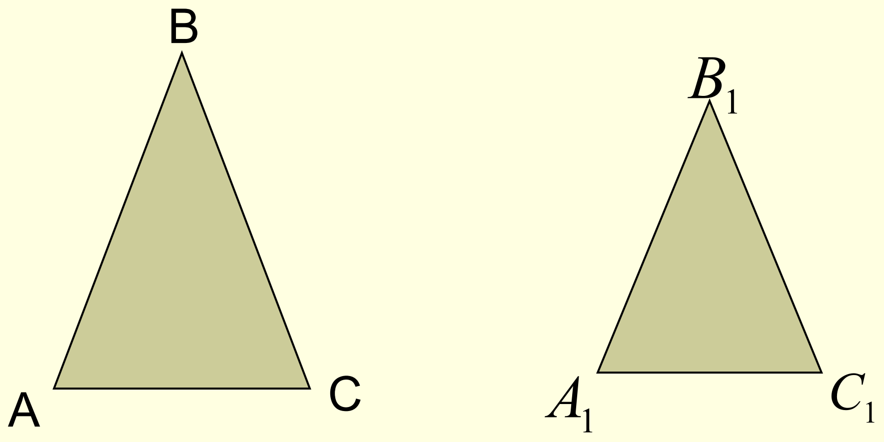
Другими словами 2 треугольника называются подобными если:

1) $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$

2) $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{CA}{C_1A_1} = k$, где k коэффициент подобия

Отношение площадей подобных треугольников

ТЕОРЕМА
Отношение двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

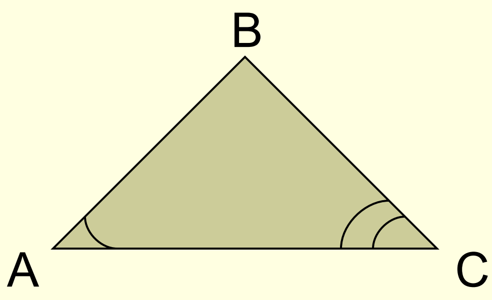


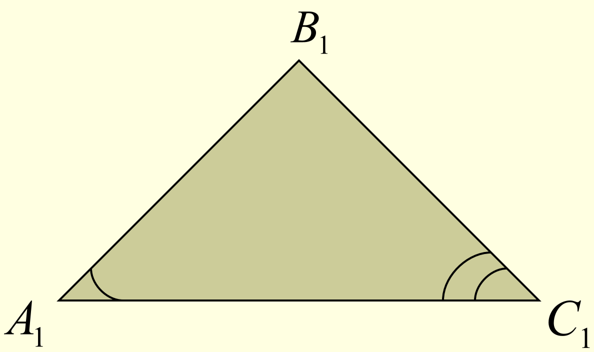
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

1-ый признак

ТЕОРЕМА

Если 2 угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого ,то такие треугольники подобны

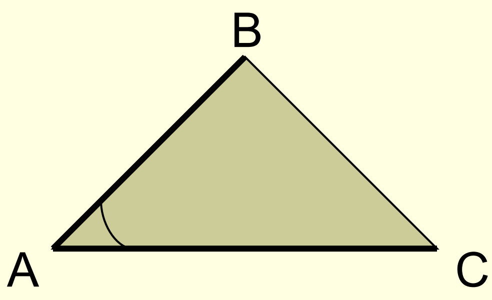


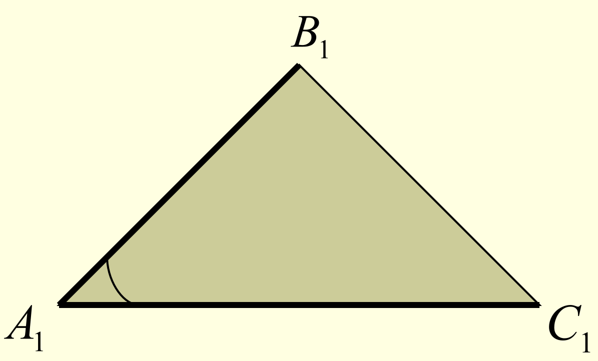


Доказательство

2-ой признак

- ТЕОРЕМА
- Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны



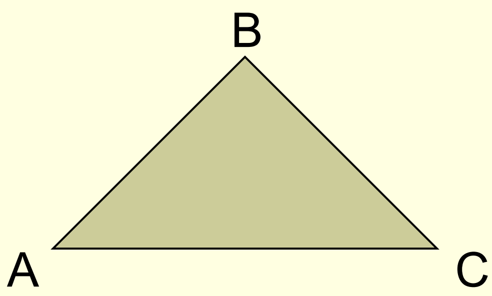


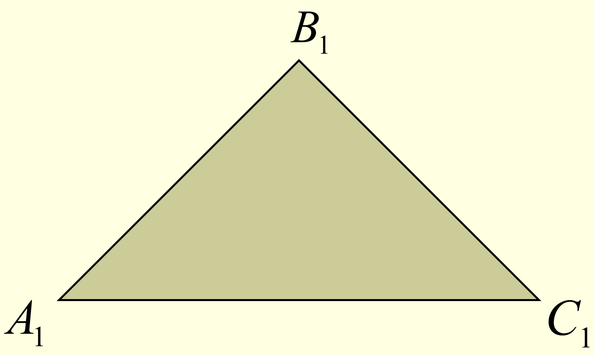
$\angle A = \angle A_1$ и $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{CA}{C_1A_1}$

Доказательство

3-ий признак

- Теорема
- Если три стороны треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны





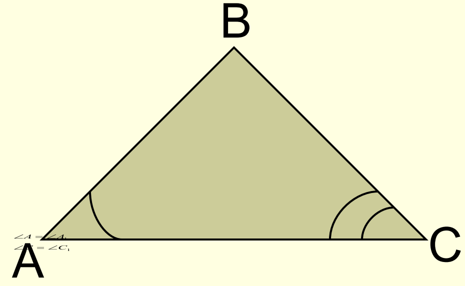
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Доказательство

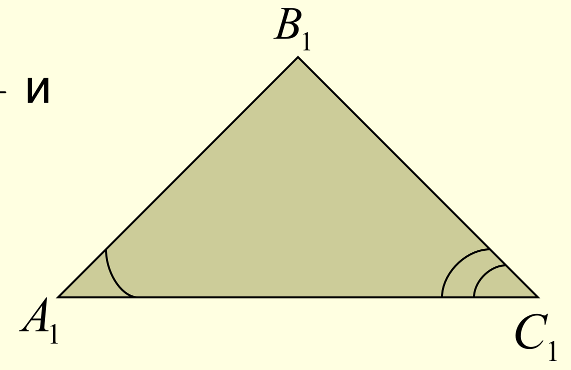
Доказательство 1

$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$

$\angle B_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle C_1$ Следовательно $\angle B = \angle B_1$



Углы треугольника АВС соответственно равны углам треугольника $A_1B_1C_1$.



Т.к. $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$ то $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \dfrac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$ и

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AC \cdot BC}{A_1C_1 \cdot B_1C_1} \Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Аналогично для $\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$

Получим $\dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{CA}{C_1A_1}$

Доказательство 2

1) $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$ 2) $\angle A = \angle A_1$

Учитывая первый признак подобия можно доказать, что $\angle B = \angle B_1$

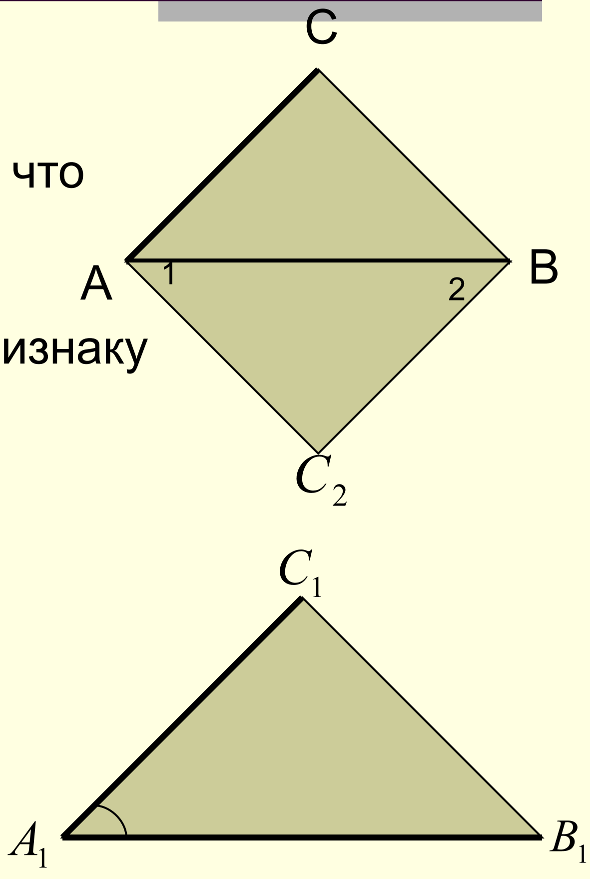
Рассмотрим ABC_2 у которого $\angle 1 = \angle A_1$ и $\angle 2 = \angle B_1$

Треугольники ABC_2 и $A_1B_1C_1$ подобны по первому признаку

$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$ и $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1} \Rightarrow AC = AC_2$

Треугольники ABC и ABC_2 равны (СУС)

$\Rightarrow \angle B = \angle 2$ и $\angle 2 = \angle B_1 \Rightarrow \angle B = \angle B_1$

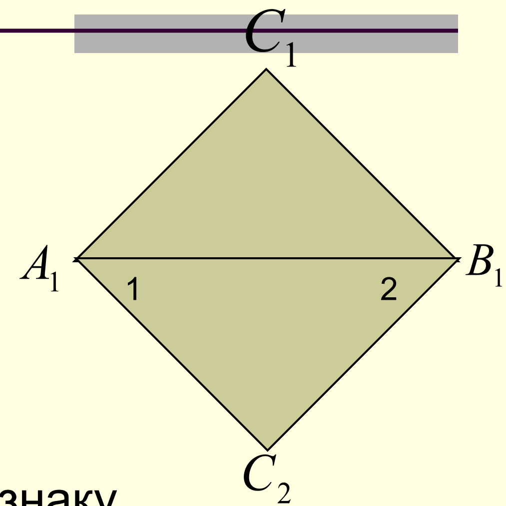


Доказательство 3

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Учитывая второй признак подобия можно доказать что $\angle A = \angle A_1$

2)



Рассмотрим ABC_2 у которого $\angle 1 = \angle A_1$ и $\angle 2 = \angle B_1$

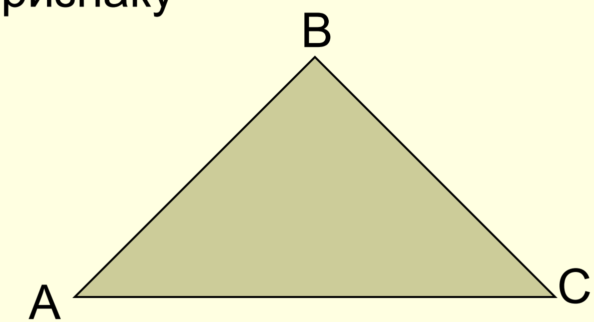
Треугольники ABC и ABC_2 Подобны по первому признаку

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{C_2A}{C_1A_1} \Rightarrow BC = BC_2$$ и $$CA = C_2A$$

Треугольник ABC= ABC_2 (3 стороны) $\Rightarrow \angle A = \angle 1$

Т.к. $\angle 1 = \angle A_1$ и $\angle A = \angle 1 \Rightarrow \angle A = \angle A_1$

1)



$\Rightarrow$ ABC подобен $A_1B_1C_1$

Спасибо за внимание!!!!!

ВЫХОД