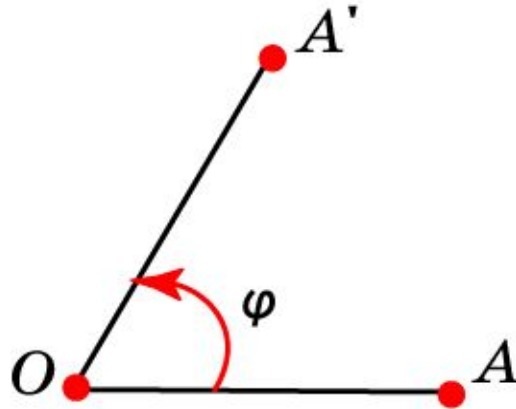


Поворот

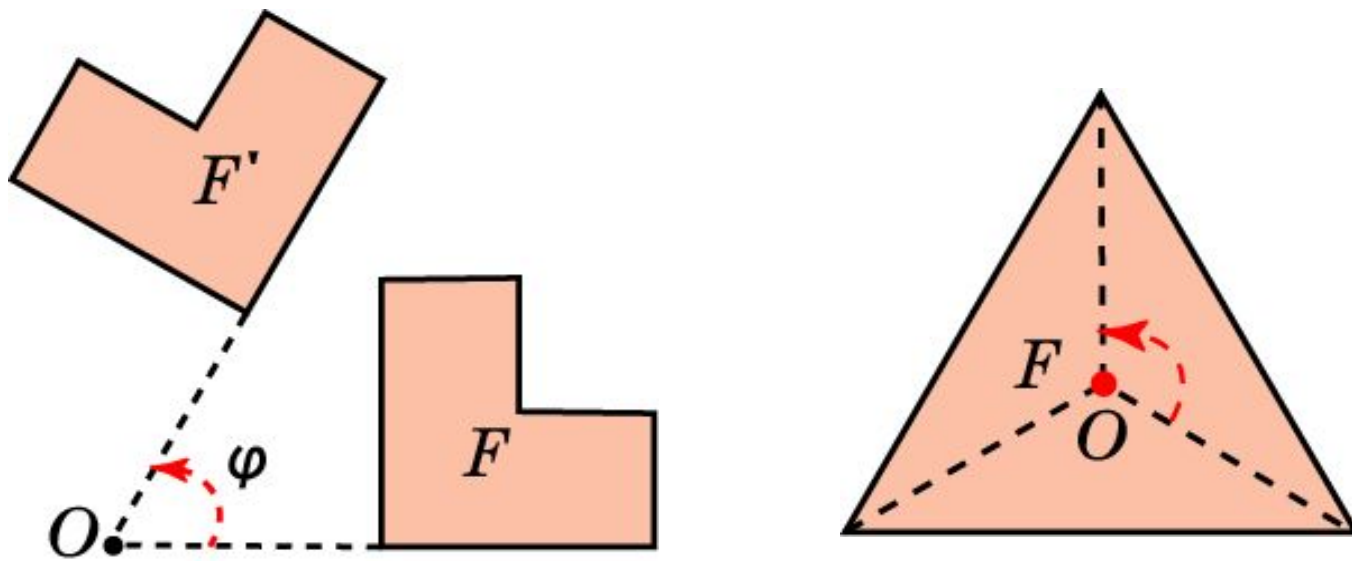
Говорят, что точка A' плоскости получается из точки A **поворотом** вокруг точки O на угол φ , если $OA' = OA$ и $\sphericalangle AOA' = \varphi$.



Преобразование плоскости, при котором данная точка O остается на месте, а все остальные точки поворачиваются вокруг точки O в одном и том же направлении (против часовой стрелки или по часовой стрелке) на заданный угол φ , называется **поворотом** вокруг точки O на угол φ .

Симметрия n -го порядка

Говорят, что фигура F' получается **поворотом** фигуры F вокруг точки O на угол φ , если все точки фигуры F' получаются всевозможными поворотами точек фигуры F вокруг точки O на угол φ .

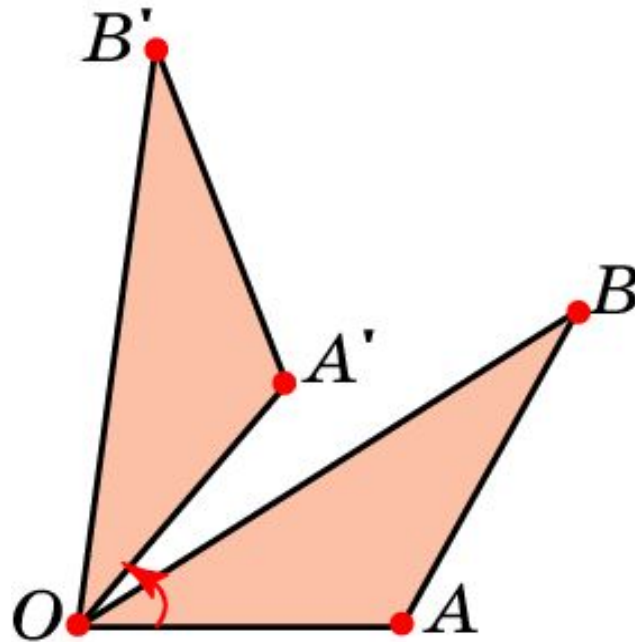


Точка O называется **центром симметрии n -го порядка** фигуры F , если при повороте фигуры F вокруг точки O на угол $\frac{360^\circ}{n}$ фигура F совмещается сама с собой.

Свойства

Свойство 1. Поворот сохраняет расстояния между точками.

Свойство 2. Поворот переводит отрезки в отрезки, лучи в лучи и прямые в прямые.



Вопрос 1

Что называется поворотом вокруг точки?

Ответ: Преобразование плоскости, при котором данная точка O остается на месте, а все остальные точки поворачиваются вокруг точки O в одном и том же направлении (против часовой стрелки или по часовой стрелке) на заданный угол φ , называется поворотом вокруг точки O на угол φ .

Вопрос 2

Какая точка называется центром симметрии n -го порядка?

Ответ: Точка O называется центром симметрии n - го порядка фигуры F , если при повороте фигуры F вокруг точки O на угол $\frac{360^\circ}{n}$ фигура F совмещается сама с собой.

Вопрос 3

Сформулируйте свойства поворота.

Ответ: 1. Поворот сохраняет расстояния между точками.

2. Поворот переводит отрезки в отрезки, лучи в лучи и прямые в прямые.

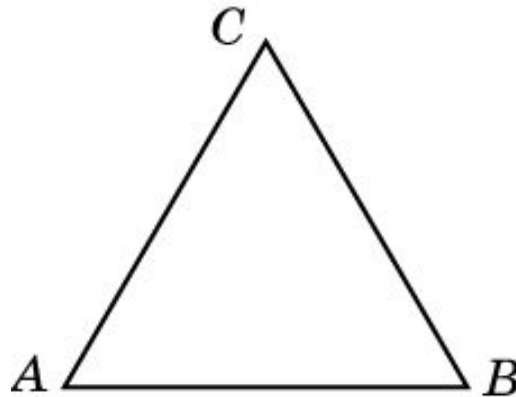
Упражнение 1

На какой угол нужно повернуть прямую, чтобы полученная прямая была: а) перпендикулярна исходной; б) параллельна исходной.

Ответ: а) 90° ; б) 180° .

Упражнение 2

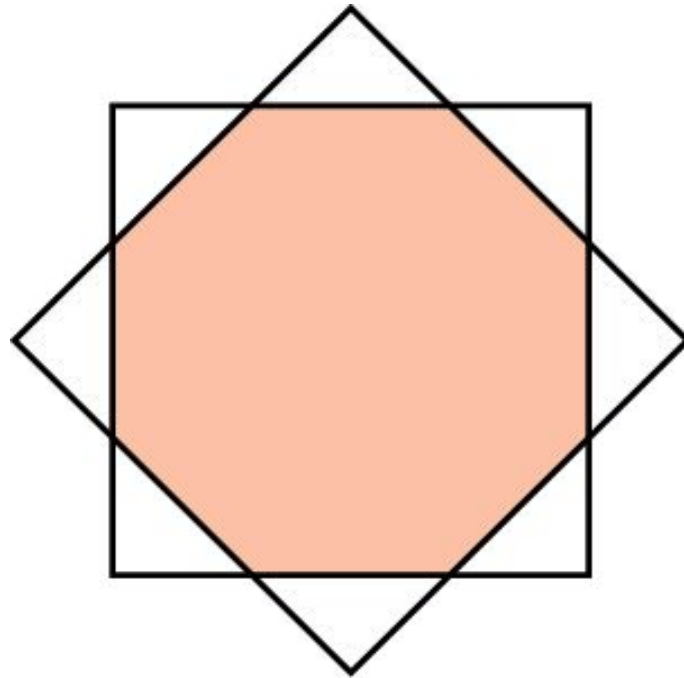
Правильный треугольник повернули на 60° вокруг центра описанной окружности. Какая фигура является общей частью полученного и исходного треугольников?



Ответ: Правильный шестиугольник.

Упражнение 3

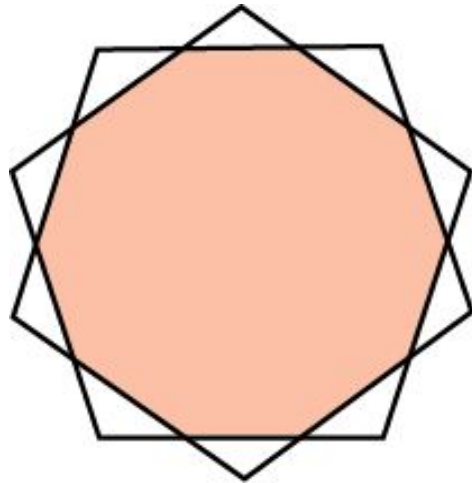
Квадрат повернули вокруг точки пересечения диагоналей на угол 45° . Какая фигура является общей частью полученного и исходного квадратов?



Ответ: Правильный восьмиугольник

Упражнение 4

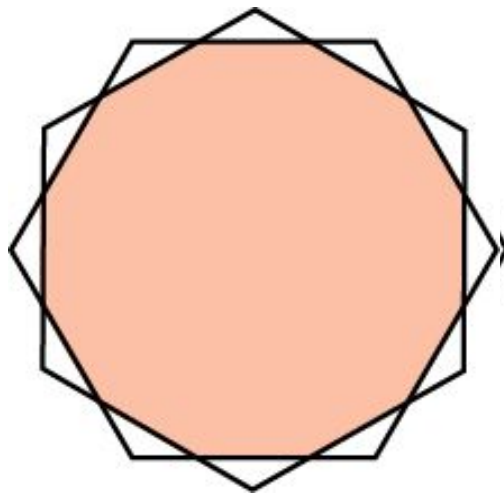
Правильный пятиугольник повернули вокруг центра описанной окружности на угол 36° . Какая фигура является общей частью полученного и исходного пятиугольников?



Ответ: Правильный десятиугольник

Упражнение 5

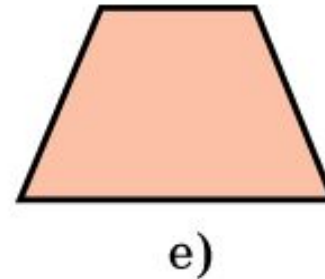
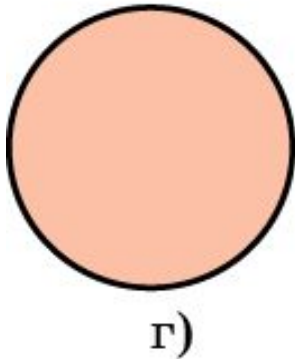
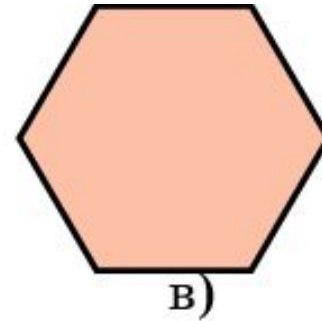
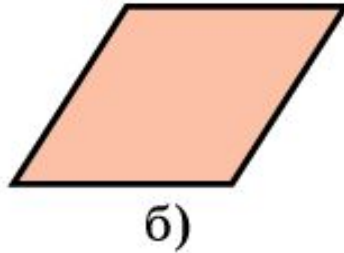
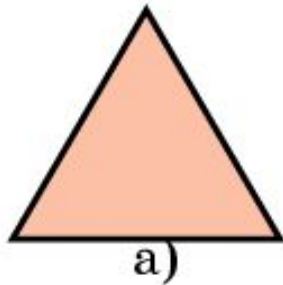
Правильный шестиугольник повернули вокруг центра описанной окружности на угол 30° . Какая фигура является общей частью полученного и исходного шестиугольников?



Ответ: Правильный двенадцатиугольник

Упражнение 6

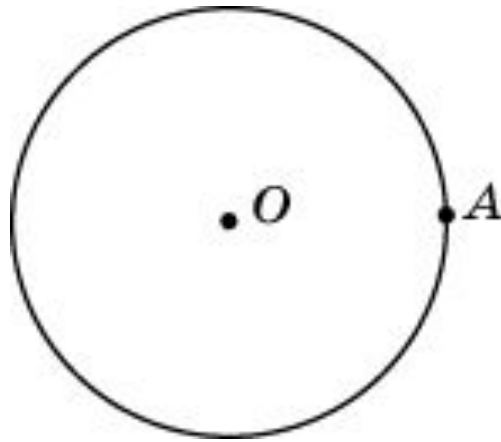
Какие фигуры, изображенные на рисунке, при повороте переходят сами в себя? Укажите центры и углы поворота.



- Ответ:** а) Центр описанной окружности, 120° ;
б) точка пересечения диагоналей, 180° ;
в) центр описанной окружности, 60° ;
г) центр окружности, произвольный угол;
д) центр описанной окружности, 72° .

Упражнение 7

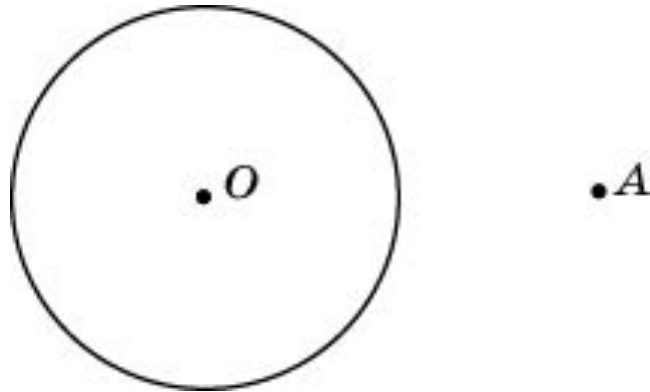
На какой наименьший угол нужно повернуть окружность вокруг точки A , ей принадлежащей, чтобы повернутая окружность касалась исходной?



Ответ: 180° .

Упражнение 8

Точка A удалена от центра окружности радиуса 2 на расстояние 4. На какой наименьший угол нужно повернуть окружность вокруг точки A , чтобы повернутая окружность касалась исходной?



Ответ: 60° .

Упражнение 9

На рисунке укажите буквы латинского алфавита, имеющие центр симметрии 2-го порядка.

A B C D E F G H I J K L M
N O P Q R S T U V W X Y Z

Ответ: H, I, N, O, S, X, Z.

Упражнение 10

Центром симметрии какого порядка является точка пересечения диагоналей: а) параллелограмма; б) ромба; в) прямоугольника; г) квадрата; д) правильного пятиугольника?

Ответ: а) 2-го порядка;
б) 2-го порядка.
в) 2-го порядка.
г) 4-го порядка.
д) 5-го порядка.

Упражнение 11

Симметрией какого порядка обладают снежинки?



Ответ: 6-го порядка.

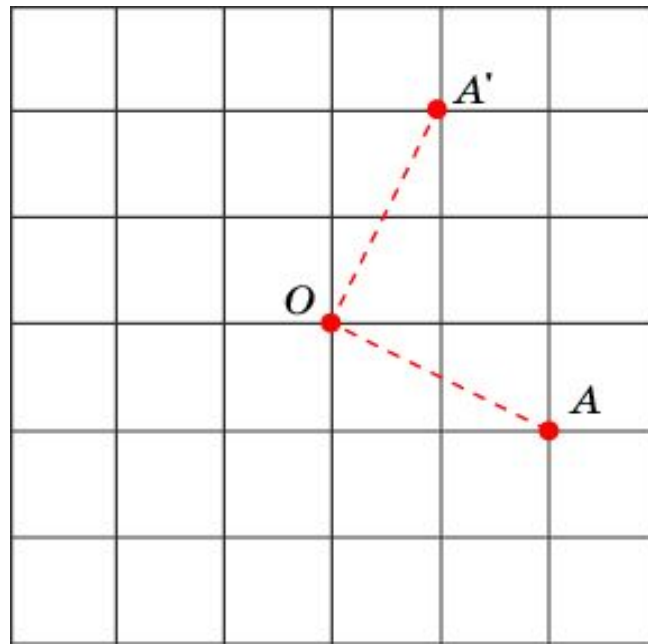
Упражнение 12

Может ли центр симметрии n -го порядка фигуры не принадлежать ей?

Ответ: Да.

Упражнение 13

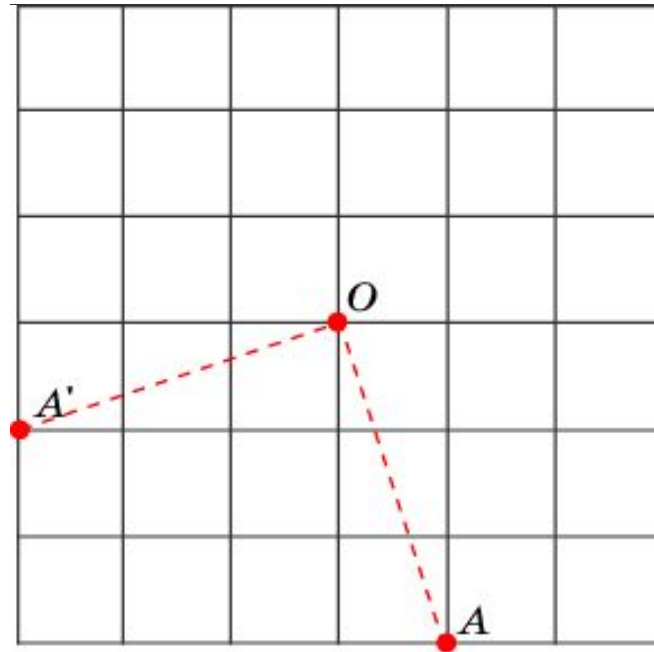
Изобразите точку A' , полученную из точки A поворотом вокруг точки O на угол 90° против часовой стрелки.



Ответ:

Упражнение 14

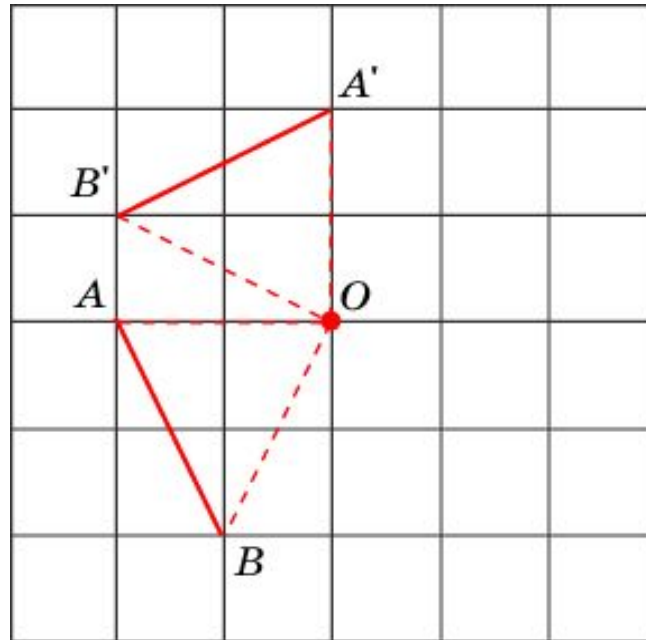
Изобразите точку A' , полученную из точки A поворотом вокруг точки O на угол 270° против часовой стрелки.



Ответ:

Упражнение 15

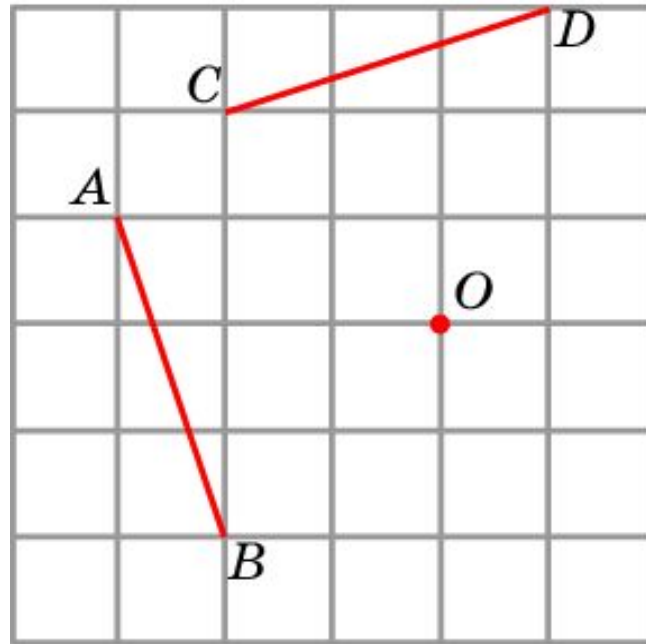
Изобразите отрезок $A'B'$, полученный из отрезка AB поворотом вокруг точки O на угол 90° по часовой стрелке.



Ответ:

Упражнение 16

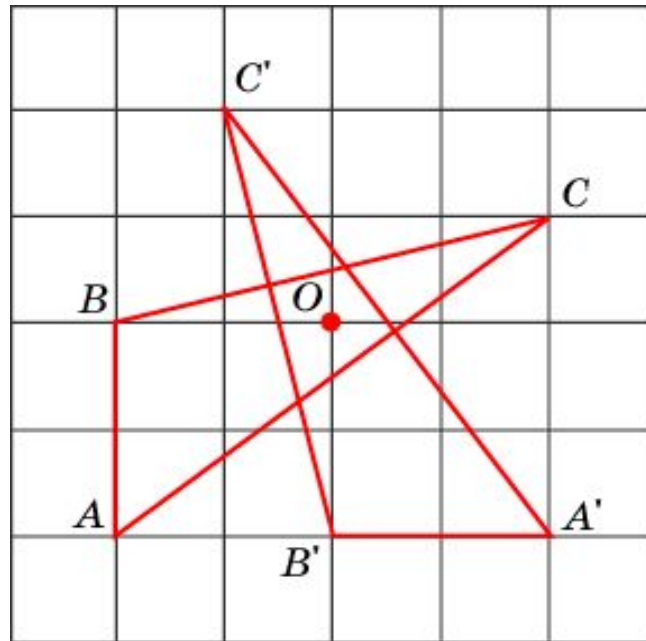
Отрезок CD получен поворотом отрезка AB на угол 90° по часовой стрелке. Укажите центр поворота.



Ответ:

Упражнение 17

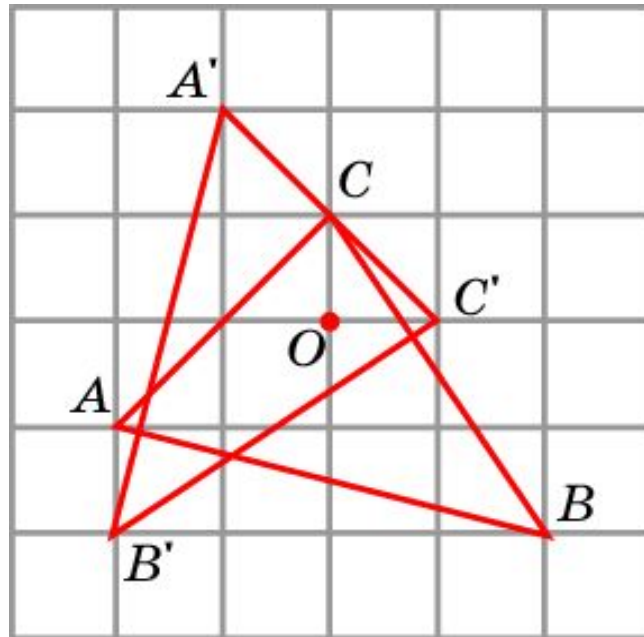
Изобразите треугольник $A'B'C'$, полученный из треугольника ABC поворотом вокруг точки O на угол 90° против часовой стрелки.



Ответ:

Упражнение 18

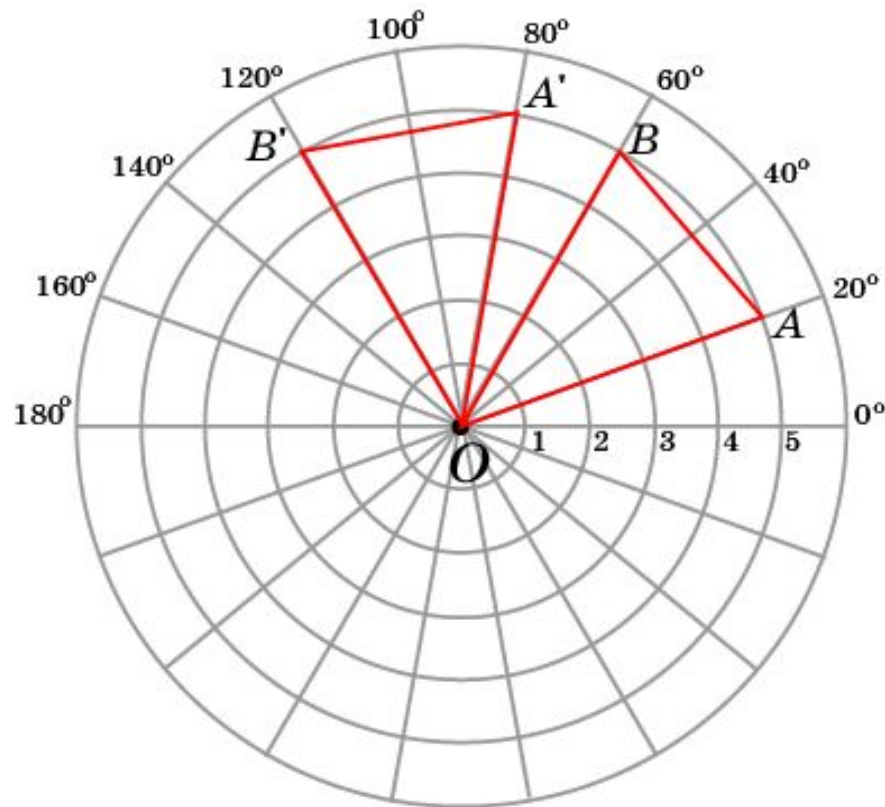
Изобразите треугольник, полученный поворотом треугольника ABC вокруг точки O на угол 90° по часовой стрелке.



Ответ:

Упражнение 19

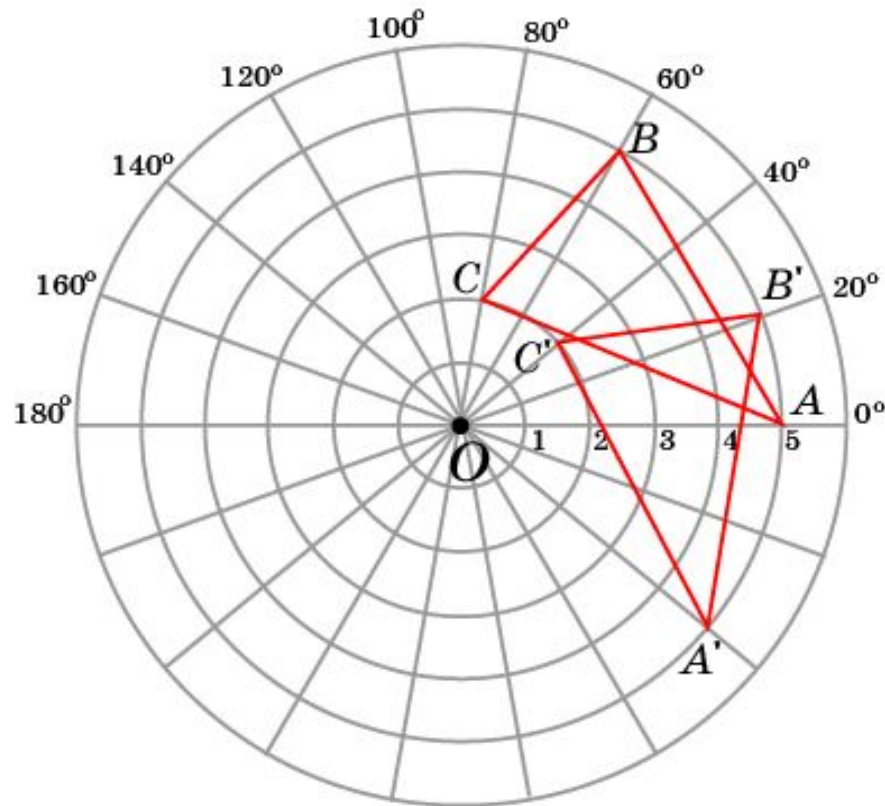
Изобразите треугольник, полученный из треугольника OAB поворотом вокруг точки O на угол 60° против часовой стрелки.



Ответ:

Упражнение 20

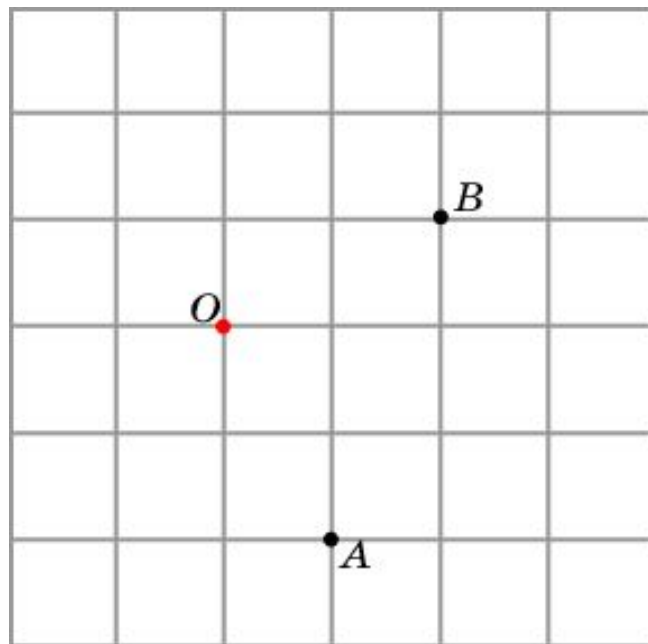
Изобразите треугольник, полученный из треугольника ABC поворотом вокруг точки O на угол 40° по часовой стрелке.



Ответ:

Упражнение 21

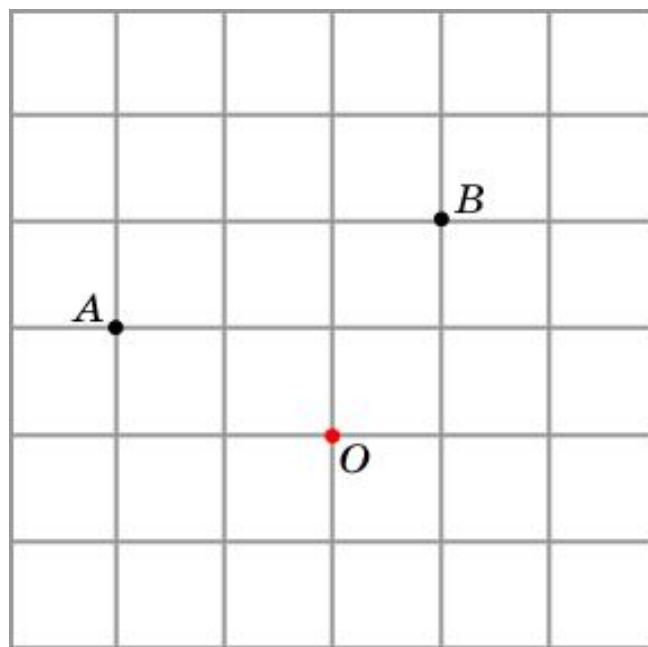
Точка B получена поворотом точки A на угол 90° против часовой стрелки. Укажите центр поворота.



Ответ:

Упражнение 22

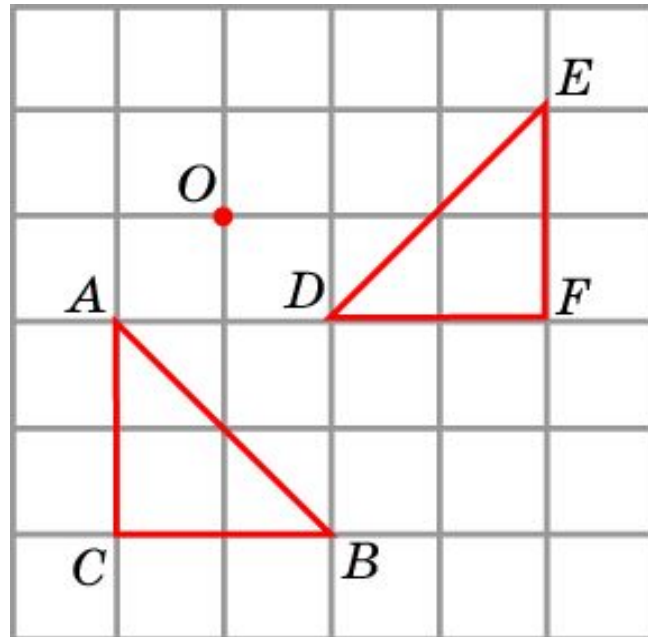
Точка B получена поворотом точки A на угол 90° по часовой стрелке. Укажите центр поворота.



Ответ:

Упражнение 23

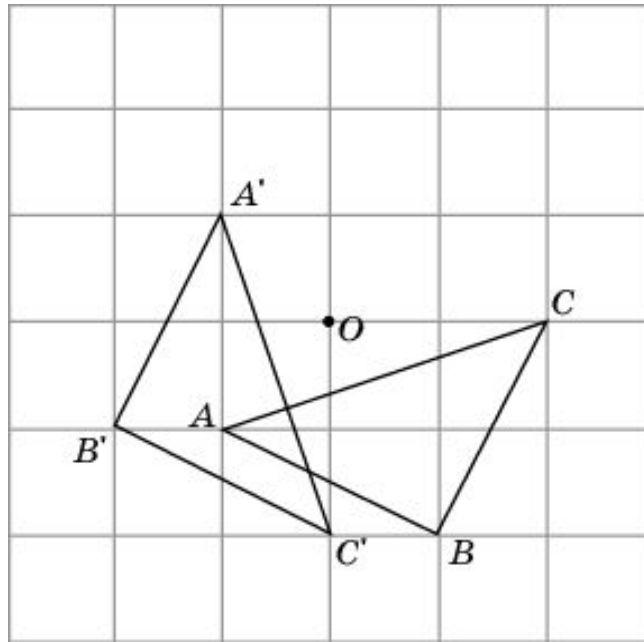
Треугольник DEF получен поворотом треугольника ABC на угол 90° против часовой стрелки. Укажите центр поворота.



Ответ:

Упражнение 24

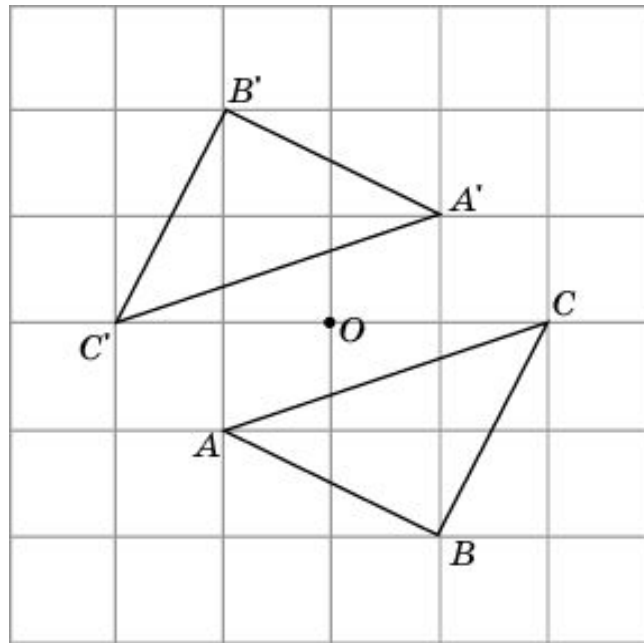
Треугольник $A'B'C'$ получен поворотом треугольника ABC по часовой стрелке вокруг точки O . Найдите угол поворота.



Ответ: 90° .

Упражнение 25

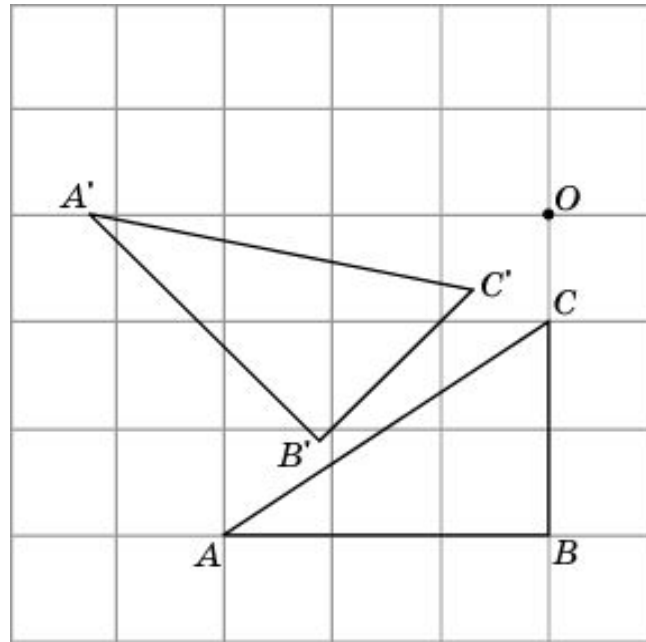
Треугольник $A'B'C'$ получен поворотом треугольника ABC по часовой стрелке вокруг точки O . Найдите угол поворота.



Ответ: 180° .

Упражнение 26

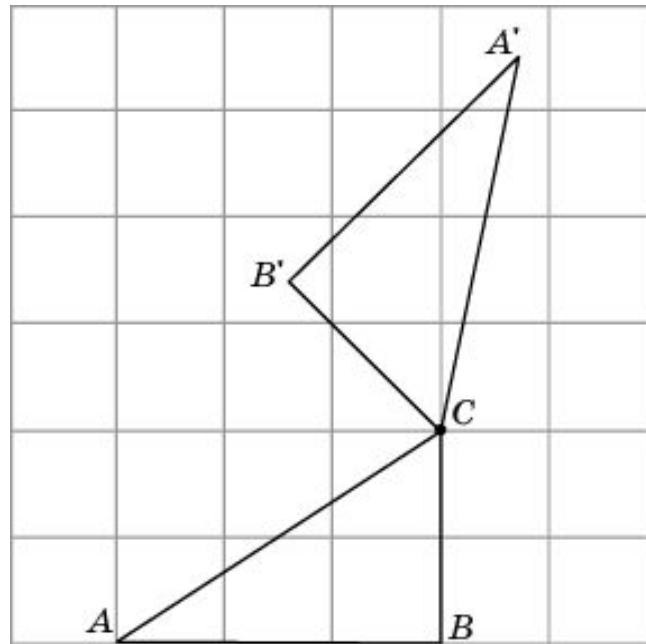
Треугольник $A'B'C'$ получен поворотом треугольника ABC по часовой стрелке вокруг точки O . Найдите угол поворота.



Ответ: 45° .

Упражнение 27

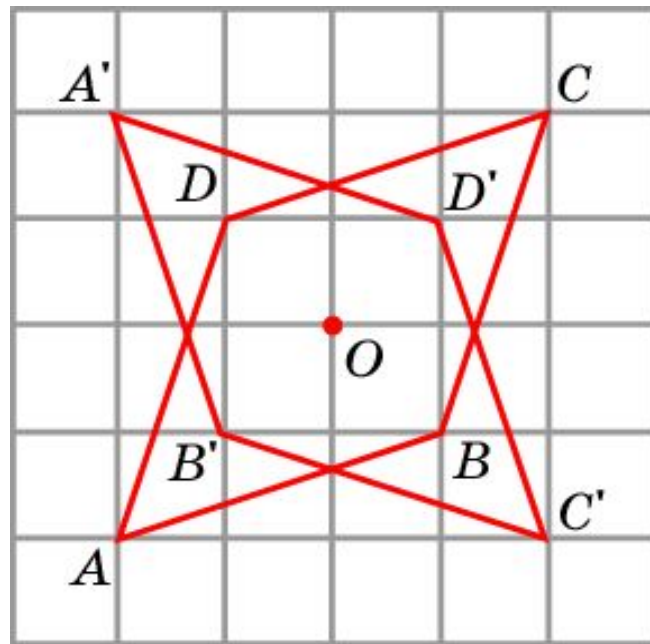
Треугольник $A'B'C$ получен поворотом треугольника ABC против часовой стрелки вокруг точки C . Найдите угол поворота.



Ответ: 135° .

Упражнение 28

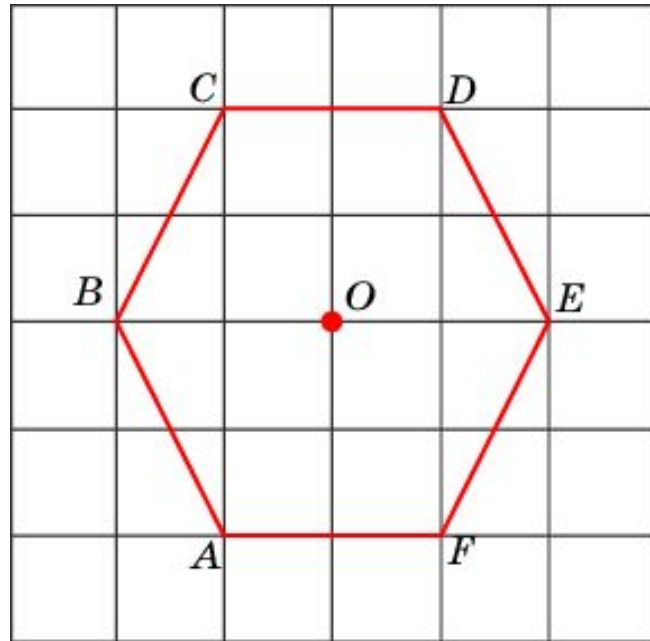
Изобразите четырехугольник, полученный поворотом четырехугольника $ABCD$ вокруг точки O на угол 270° против часовой стрелки.



Ответ:

Упражнение 29

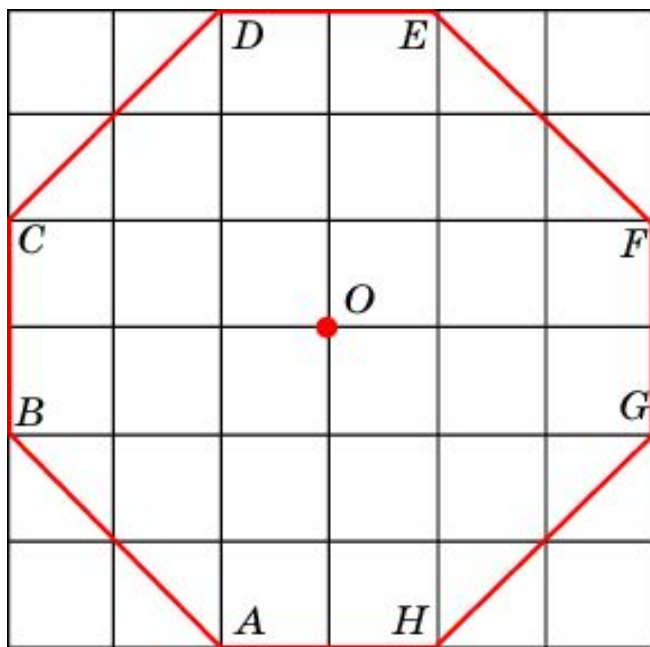
Центром симметрии какого порядка является точка O для шестиугольника, изображенного на рисунке?



Ответ: Второго.

Упражнение 30

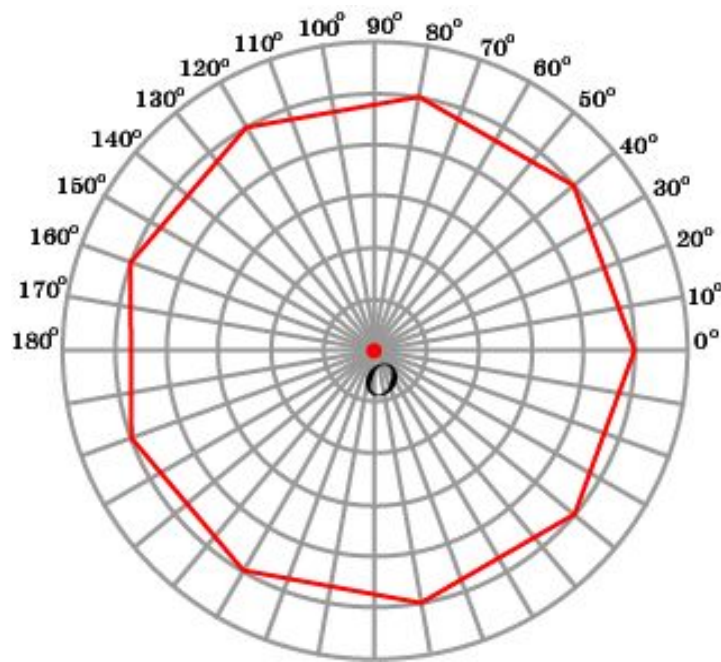
Центром симметрии какого порядка является точка O для восьмиугольника, изображенного на рисунке?



Ответ: Четвертого.

Упражнение 31

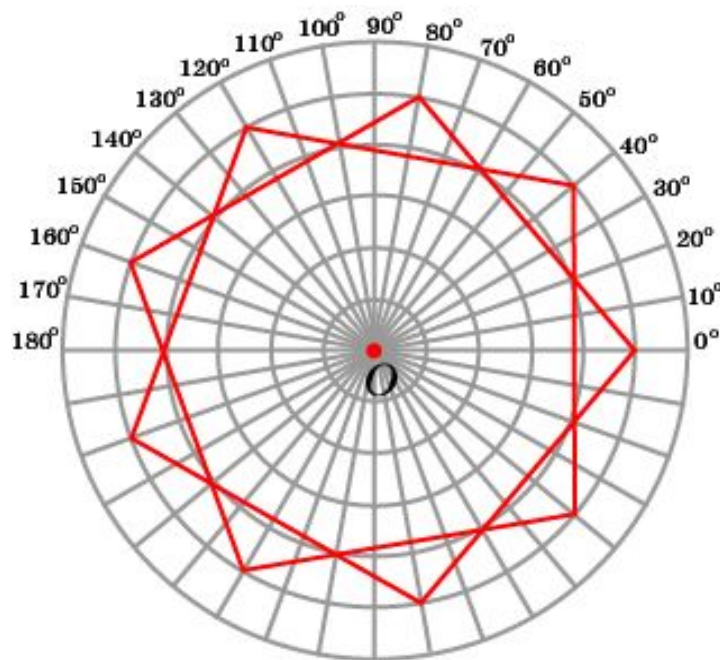
Центром симметрии какого порядка является точка O для многоугольника, изображенного на рисунке?



Ответ: Девятого.

Упражнение 32

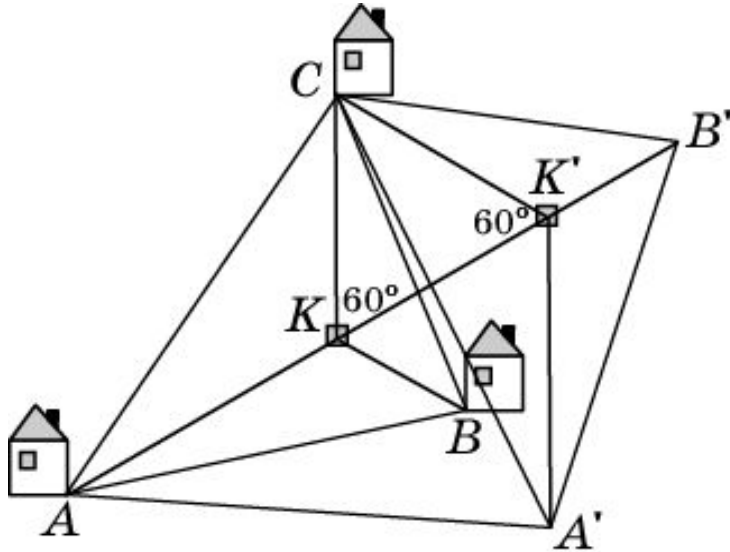
Центром симметрии какого порядка является точка O для звездчатого многоугольника, изображенного на рисунке?



Ответ: Девятого.

Упражнение 33*

Три соседа по дачным участкам решили вырыть общий колодец и проложить от него дорожки к своим домикам. Где нужно расположить колодец, чтобы суммарная длина дорожек была наименьшей?



Решение: Повернём треугольник ABC вокруг вершины C на угол 60° . При этом точка A перейдёт в точку A' , точка B – в точку B' , точка K – в точку K' . Треугольник CKK' – равносторонний, следовательно $CK = KK'$.

Сумма расстояний $AK + BK + CK$ равна длине ломаной $AKK'B'$, длина которой будет наименьшей, если точки A, K, K', B' принадлежат одной прямой. Это будет, если углы AKC и BKC равны 120° , т. е. если колодец K расположен в точке Торричелли.