

Тема: «Правильные многогранники»



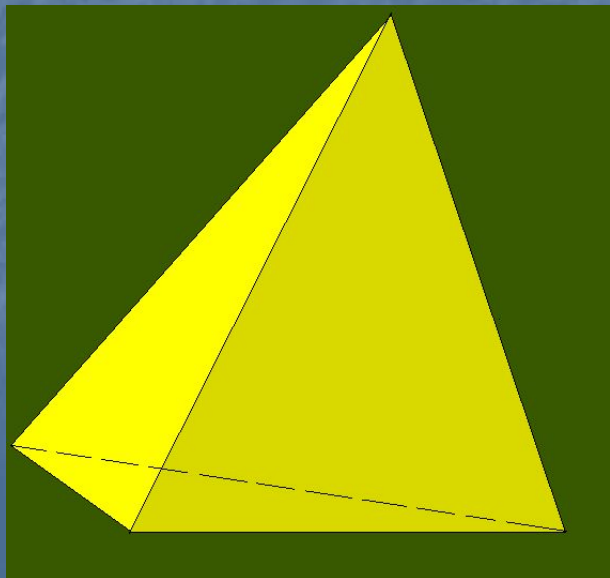
Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук.

Л. Кэрролл

Многогранник называется

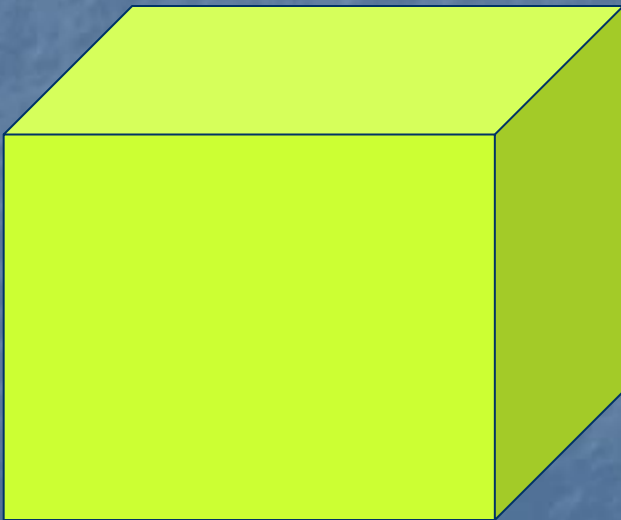
тригранником

если:

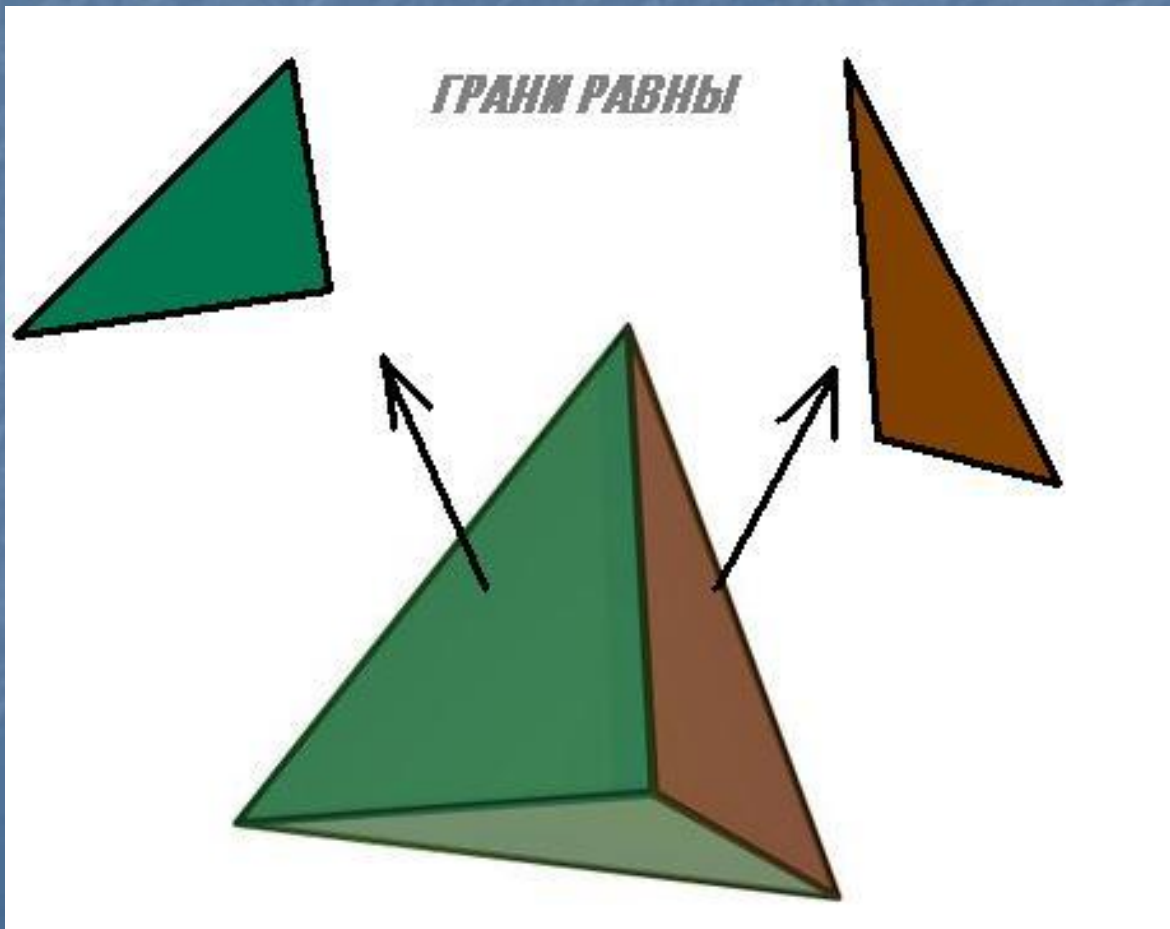


1) ОН ВЫПУКЛЫЙ

(Т.Е. ЛЕЖИТ ПО ОДНУ СТОРОНУ ОТ
ПЛОСКОСТИ КАЖДОЙ ГРАНИ)

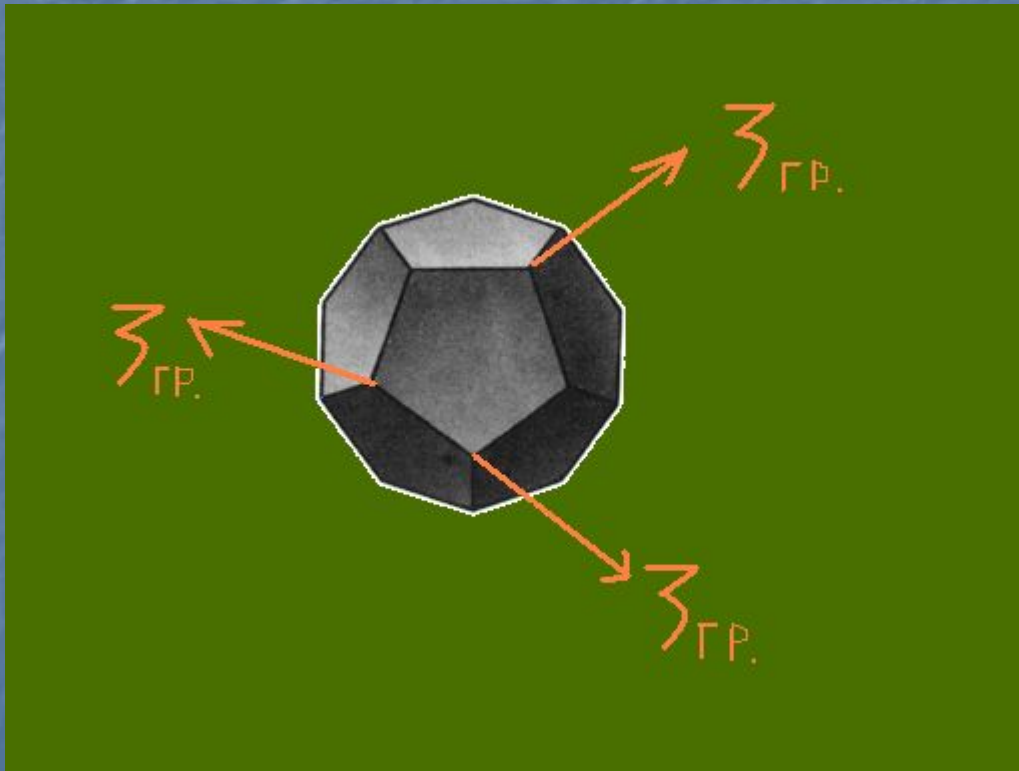


2) ВСЕ ЕГО ГРАНИ – РАВНЫЕ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

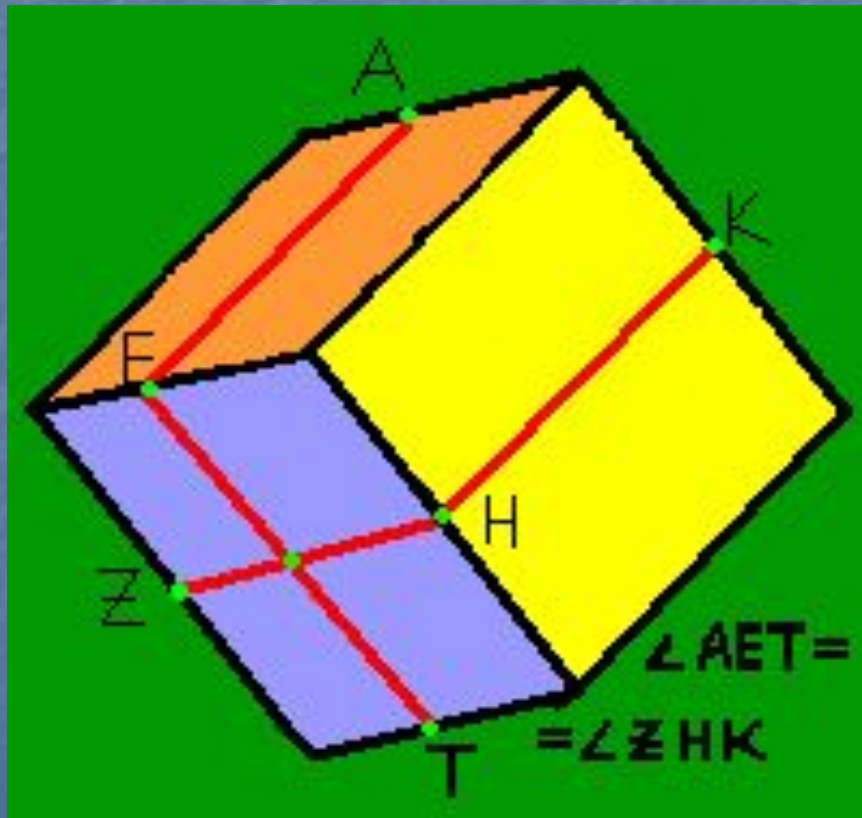


3) В КАЖДОЙ ЕГО ВЕРШИНЕ
СХОДИТСЯ
ОДИНАКОВОЕ

ЧИСЛО
ГРАНЕЙ



4) Все двугранные углы равны



Сколько же существует видов правильных многогранников?

Грань - правильный треугольник

α_n – внутренний угол правильного n – угольника

$$\alpha_n = 60^\circ$$

n – число граней многогранного угла

$$n = 3 \quad 60^\circ \cdot 3 = 180^\circ < 360^\circ$$

$$n = 4 \quad 60^\circ \cdot 4 = 240^\circ < 360^\circ$$

$$n = 5 \quad 60^\circ \cdot 5 = 300^\circ < 360^\circ$$

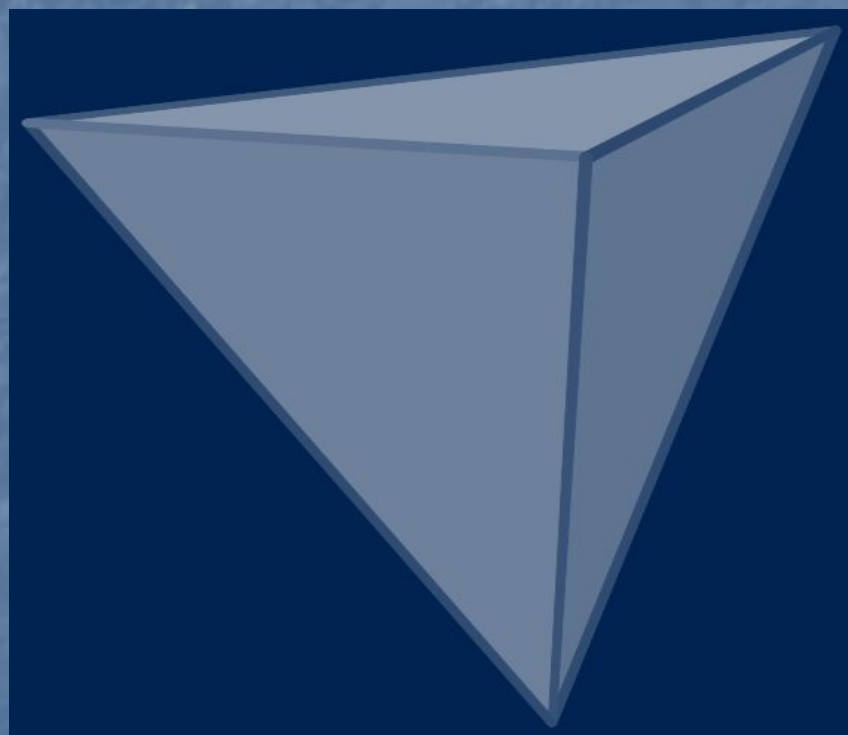
$$n = 6 \quad 60^\circ \cdot 6 = 360^\circ$$

(многогранный угол совпадает с плоскостью)

- Существует три вида правильных многогранников, гранями которых являются правильные треугольники

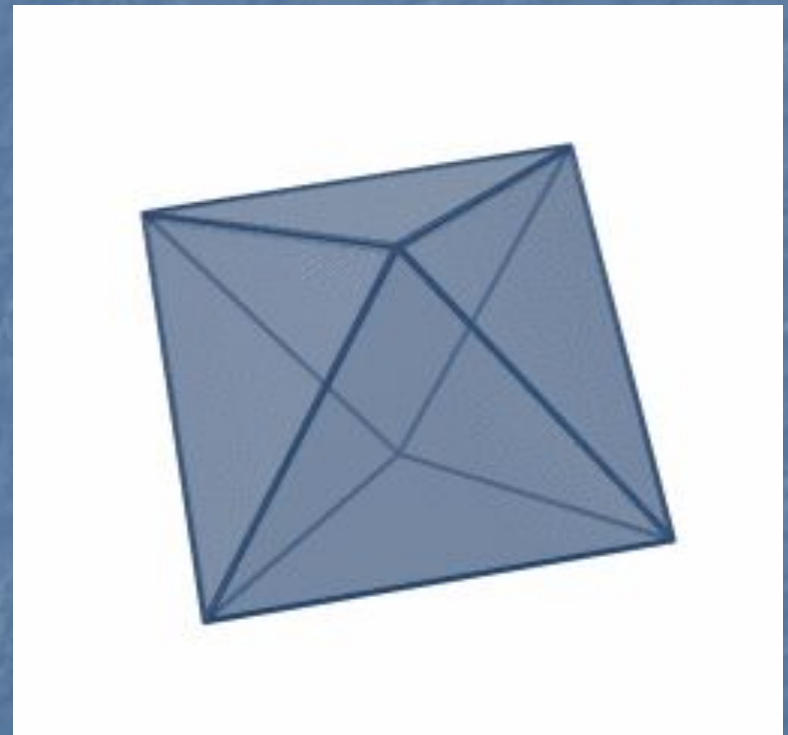
Правильный тетраэдр

Составлен из четырёх равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трёх треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 180° .

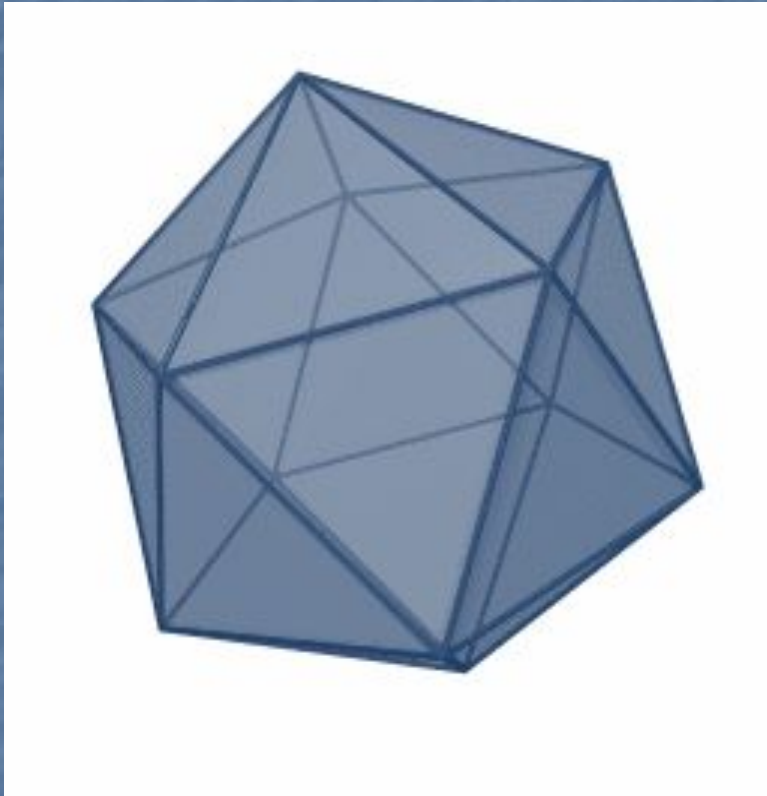


Правильный октаэдр

Составлен из
восьми
равносторонних
треугольников.
Каждая вершина
октаэдра является
вершиной четырёх
треугольников.
Следовательно,
сумма плоских
углов при каждой
вершине 240° .



Правильный икосаэдр



Составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 300° .

Грань – квадрат

$$\alpha = 90^\circ$$

n – число граней многогранного угла

$$n = 3 \quad 90^\circ \cdot 3 = 270^\circ < 360^\circ$$

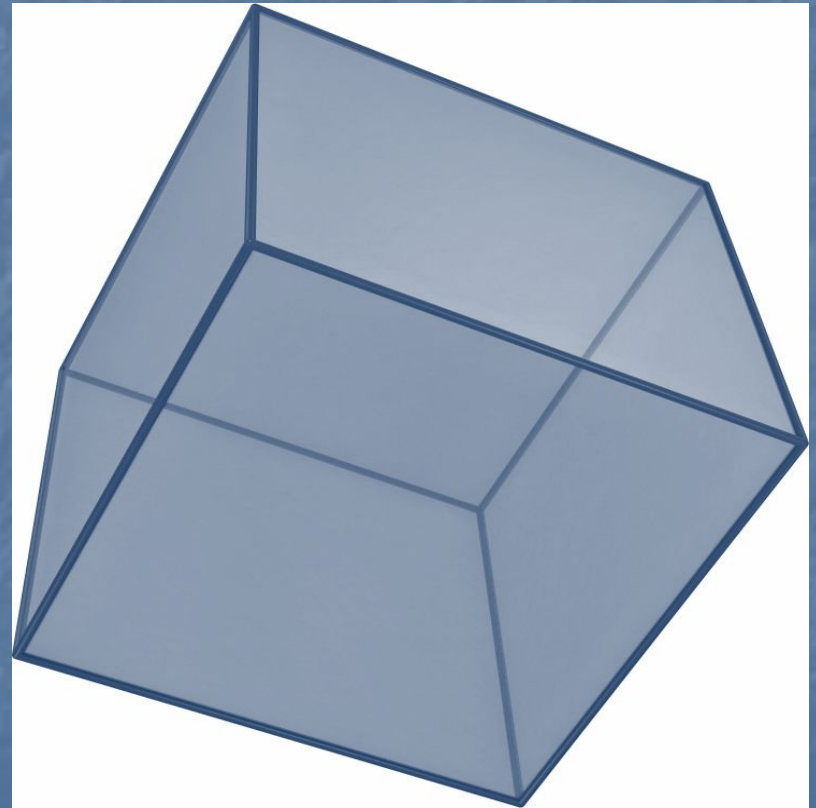
$$n = 4 \quad 90^\circ \cdot 4 = 360^\circ$$

(многогранный угол совпадает с плоскостью)

- Существует только один вид правильного многогранника, гранями которого являются квадраты

Куб (гексаэдр)

Составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трёх квадратов. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .



Грань – правильный ПЯТИУГОЛЬНИК

$$a = 108^\circ$$

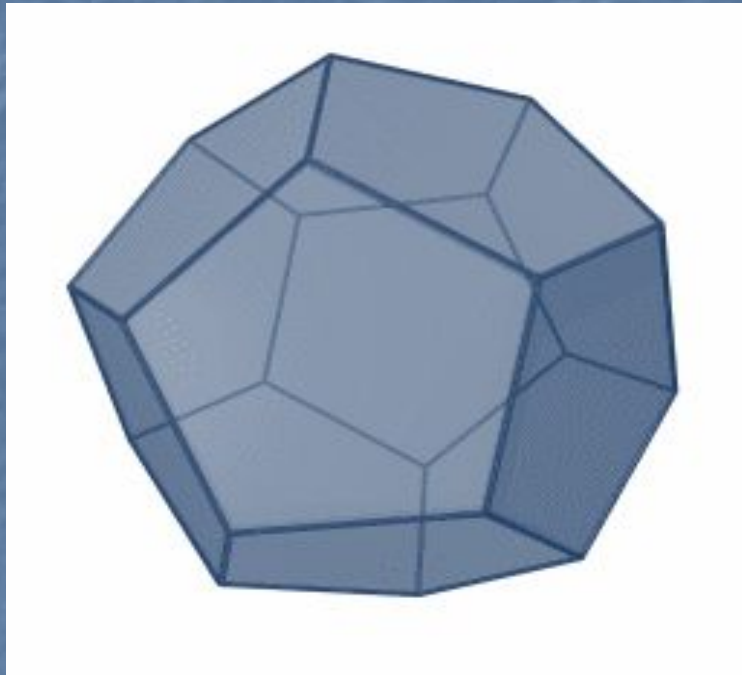
$$n = 3 \quad 108^\circ \cdot 3 = 324^\circ < 360^\circ$$

$$n = 4 \quad 108^\circ \cdot 4 = 432^\circ$$

*(многогранный угол совпадает с
плоскостью)*

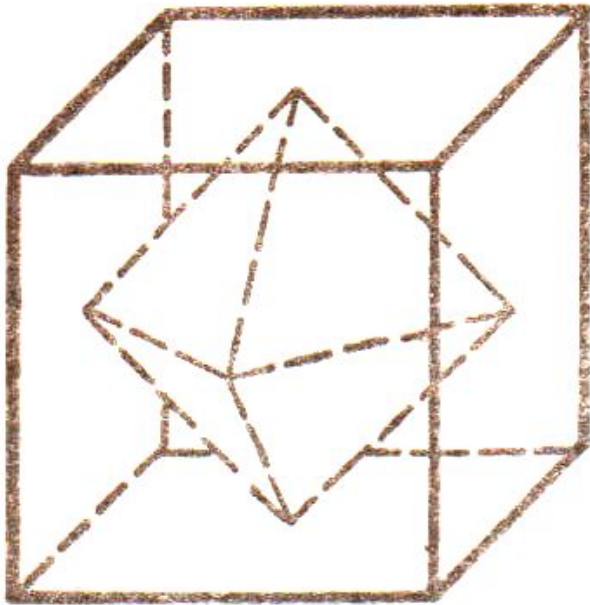
*Существует только один вид
многогранников, гранями которого
являются правильные пятиугольники*

Правильный додекаэдр



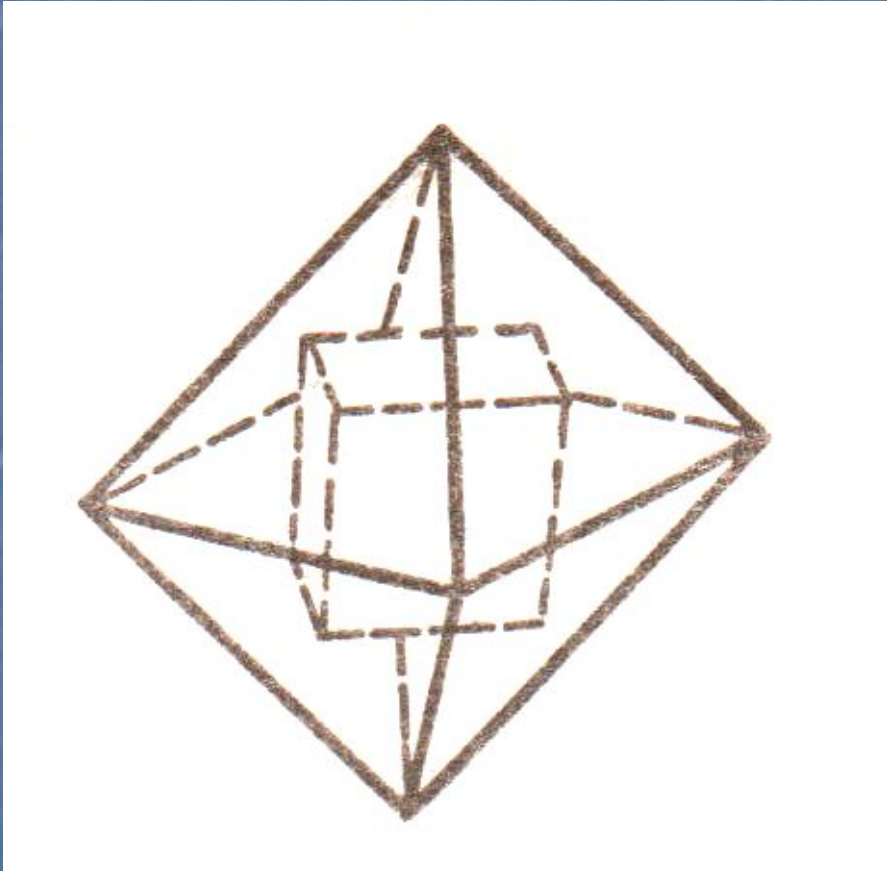
Составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324° .

Куб и октаэдр двойственны друг другу



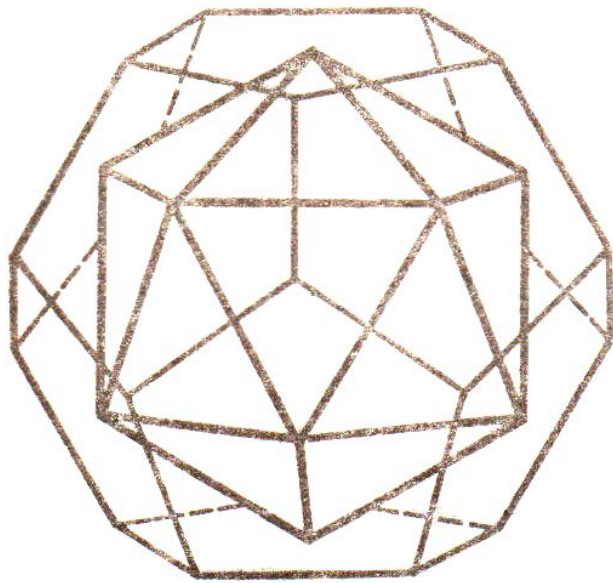
- Ребра октаэдра можно получить, соединяя центры соседних граней куба

Куб и октаэдр двойственны друг другу



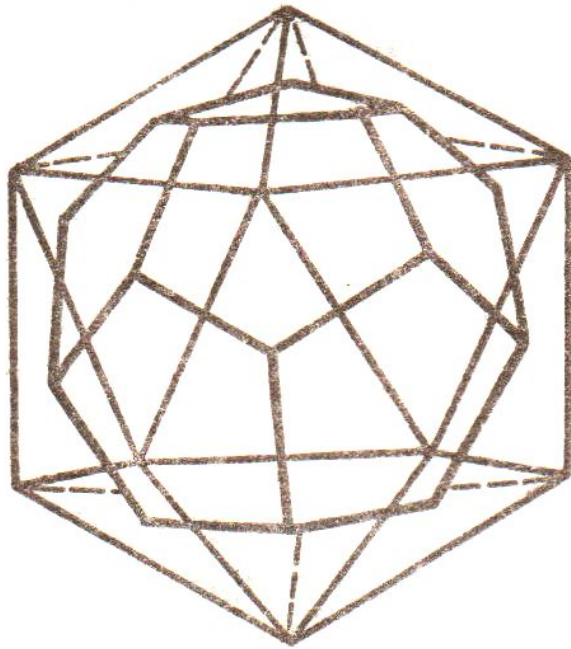
- Если соединить центры соседних граней правильного октаэдра, то получим ребра куба.

Додекаэдр и икосаэдр двойственны друг другу



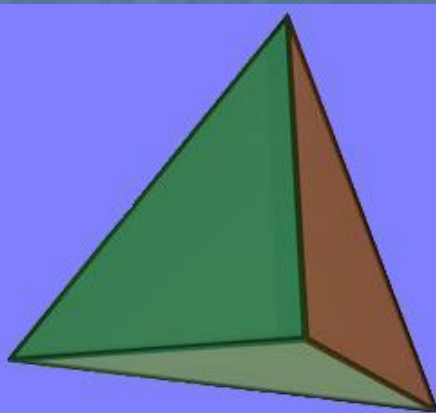
- Если соединить отрезками центры соседних граней додекаэдра, то получим ребра икосаэдра

Додекаэдр и икосаэдр двойственны друг другу

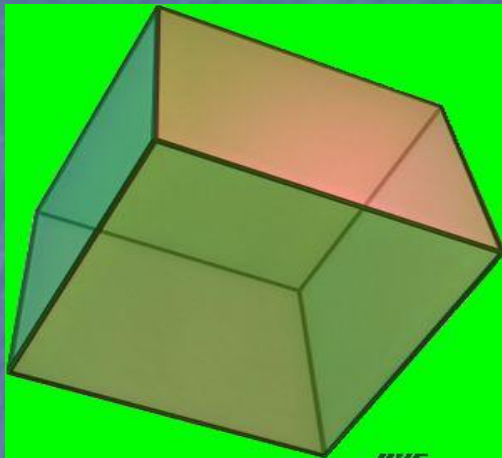


- Если соединить отрезками центры соседних граней икосаэдра, то получим ребра додекаэдра

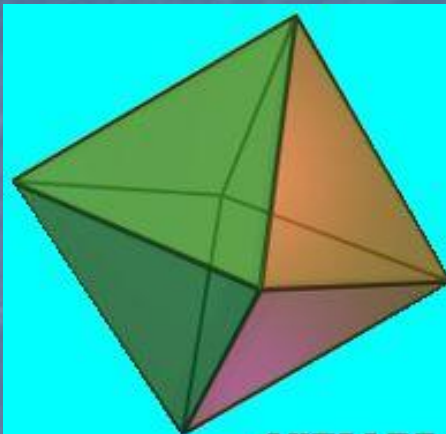
"ПЯТЬ КРАСИВЫХ ТЕЛ"



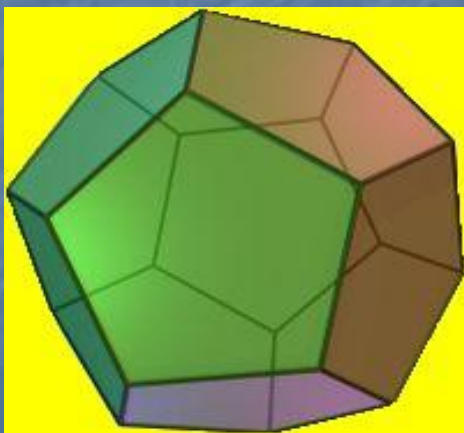
ТЕТРАЭДР



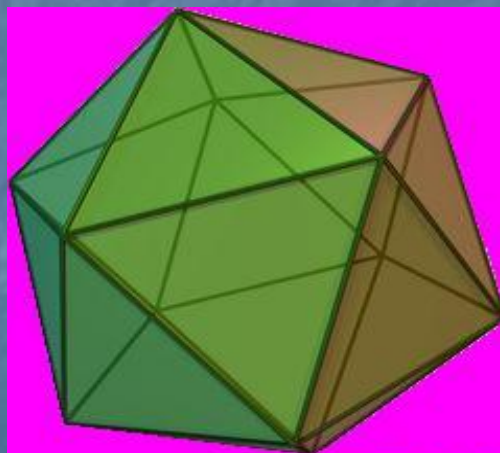
КУБ



ОКТАЭДР



ДОДЕКАЭДР



ИКОСАЭДР

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ И НАУЧНЫЕ ФАКТЫ

ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК	ЧИСЛО ГРАНЕЙ	ЧИСЛО ВЕРШИН	ЧИСЛО РЕБЕР
ТЕТРАЭДР	4	4	6
КУБ	6	8	12
ОКТАЭДР	8	6	12
ДОДЕКАЭДР	12	20	30
ИКОСАЭДР	20	12	30

ЗАКОНОМЕРНОСТИ В ВОЗРАСТАНИИ ЧИСЕЛ В КАЖДОМ СТОЛБЦЕ

ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК	ЧИСЛО ГРАНЕЙ И ВЕРШИН (Г+В)	ЧИСЛО РЕБЕР (Р)
ТЕТРАЭДР	$4+4=8$	6
КУБ	$6+8=14$	12
ОКТАЭДР	$8+6=14$	12
ДОДЕКАЭДР	$12+20=32$	30
ИКОСАЭДР	$20+12=32$	30

Рассматривая эту таблицу,
Декарт в 1640 году
подметил закономерность,
а в 1752 году Эйлер
сформулировал её в
закон.

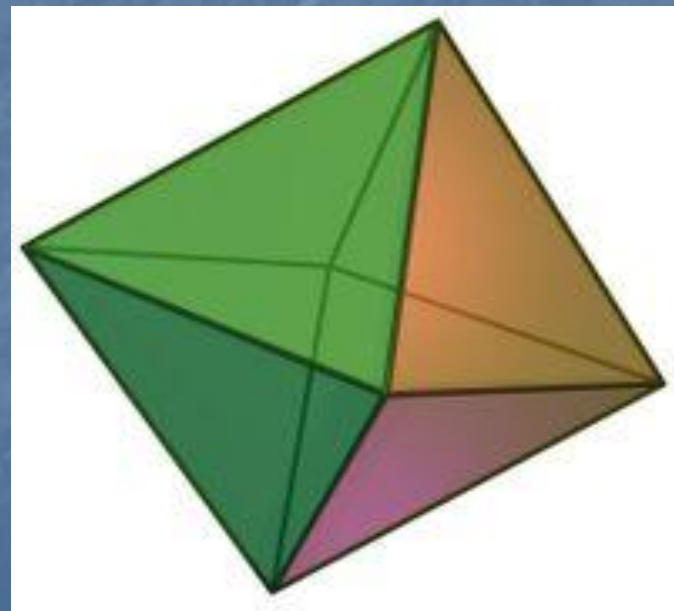
формула Эйлера:

- $\Gamma + В = Р + 2$, где
- Γ - число граней
- $В$ - число вершин
- $Р$ - число рёбер

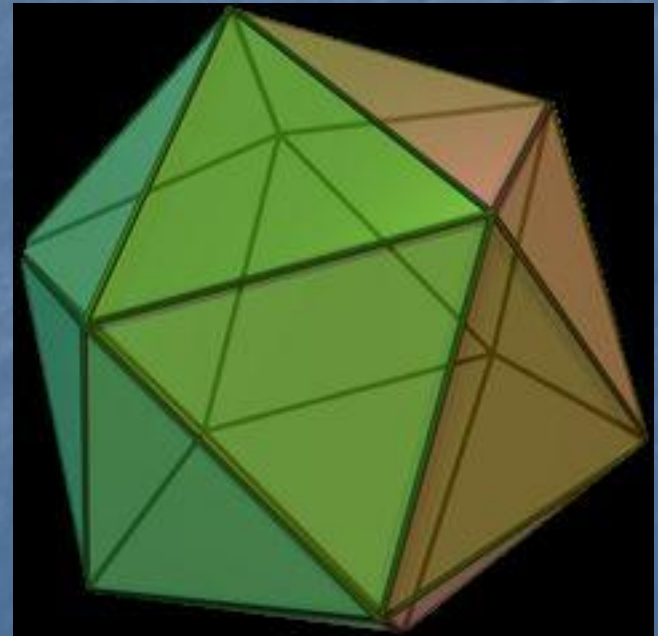
ПРАВИЛЬНЫЕ
МНОГОГРАННИКИ
В ЖИВОЙ И
НЕЖИВОЙ
ПРИРОДЕ

***ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ
НАШЛИ СВОЁ ПРИМЕНЕНИЕ В
СТРОИТЕЛЬНЫХ
КОНСТРУКЦИЯХ.***

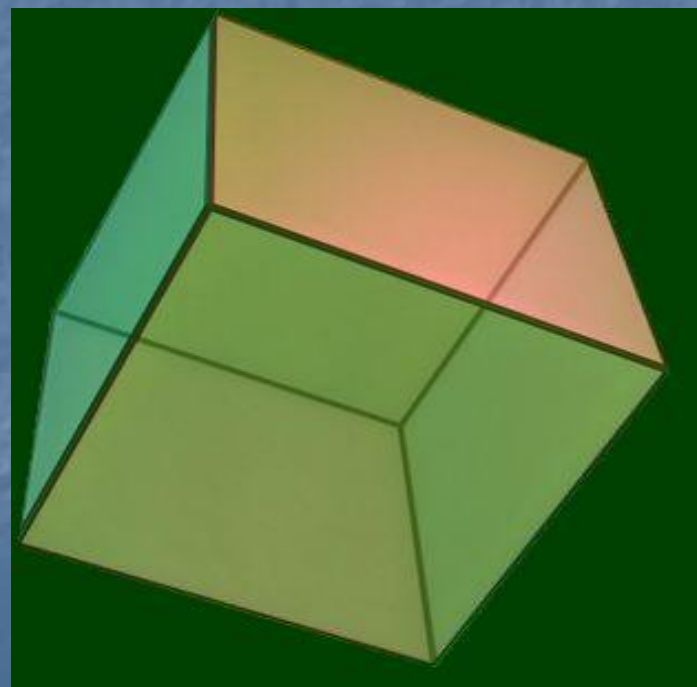
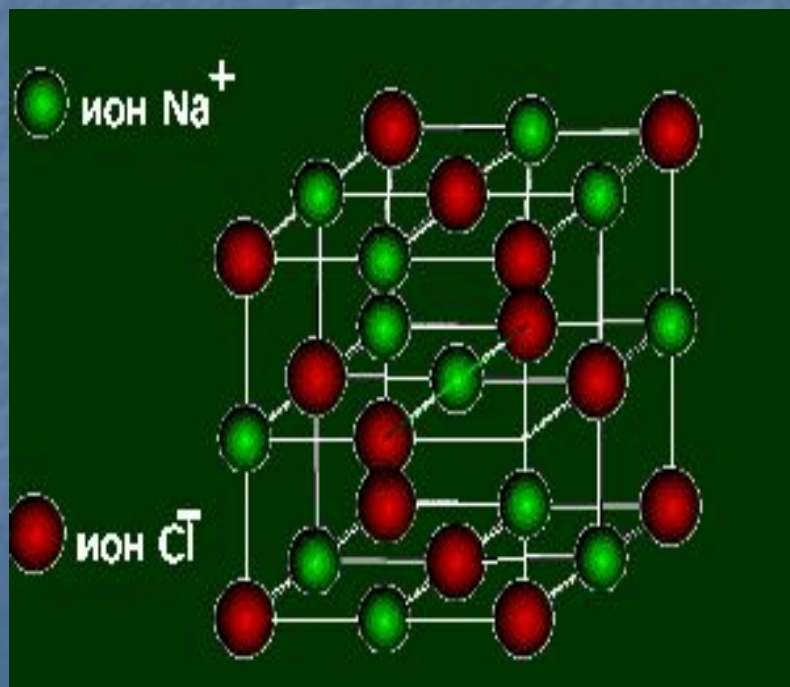
Например, система Фуллера.

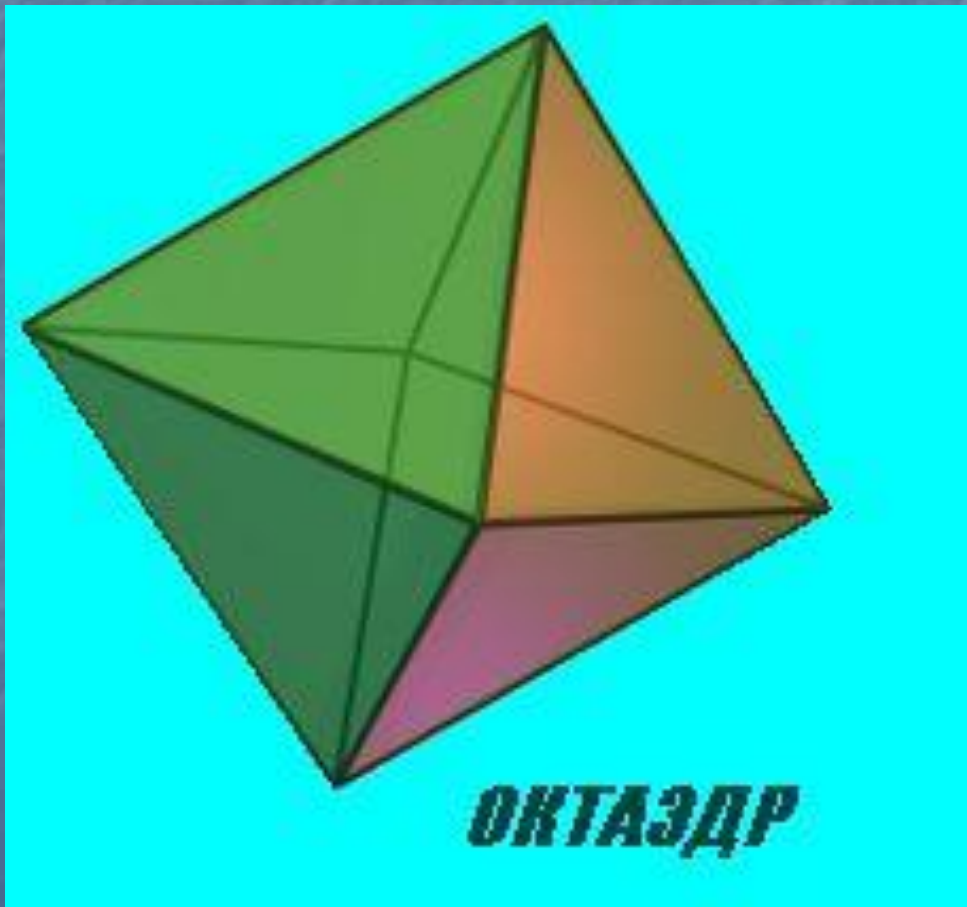
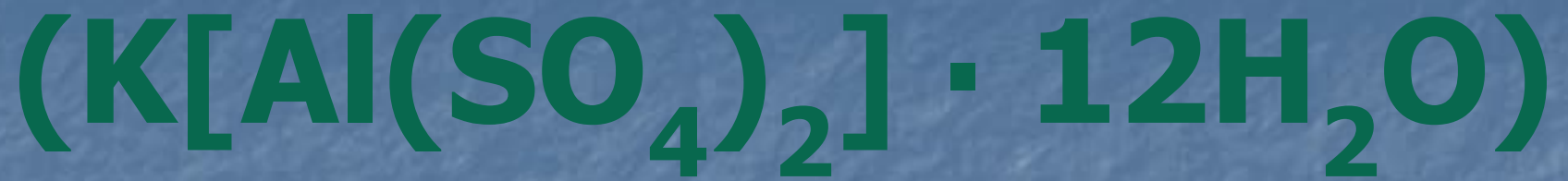


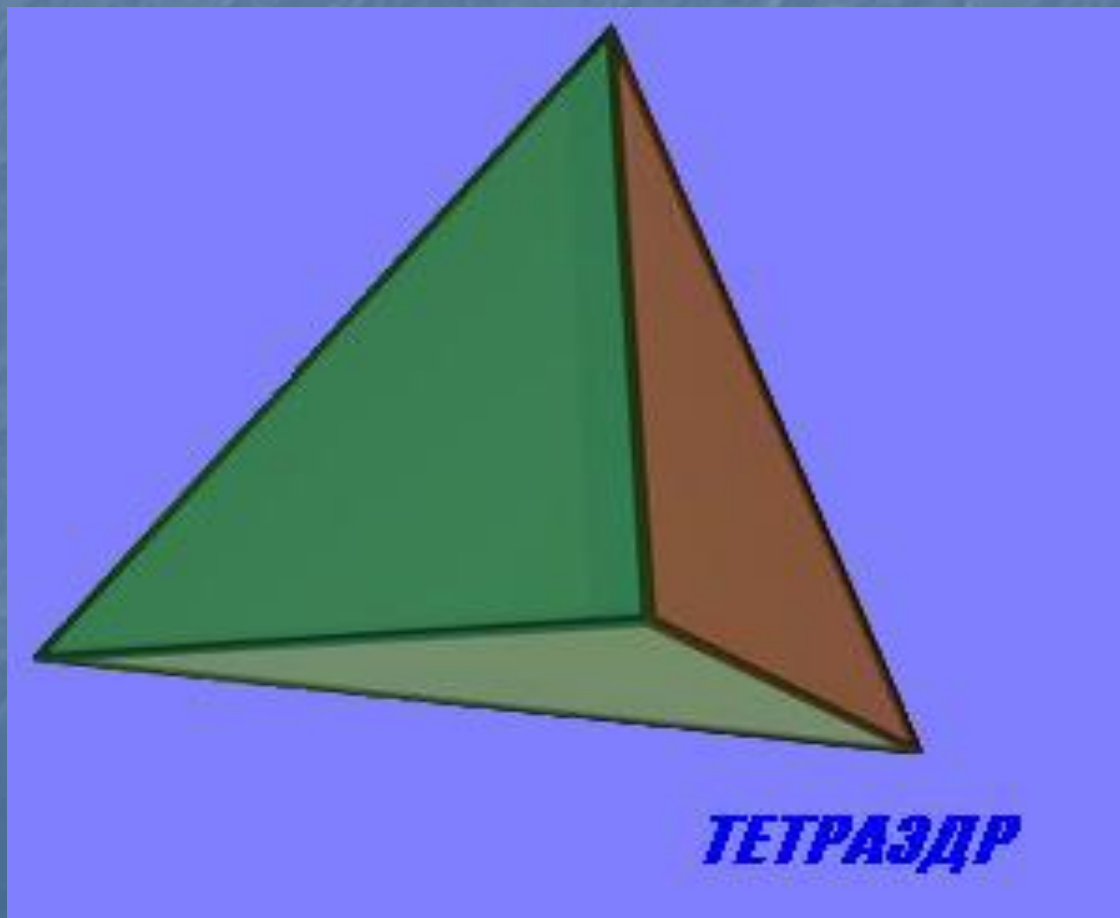
СКЕЛЕТ ОДНОКЛЕТОЧНОГО ОРГАНИЗМА ФЕОДАРИИ ПО ФОРМЕ НАПОМИНАЕТ ИКОСАЭДР



КРИСТАЛЛЫ ПОВАРЕННОЙ
СОЛИ (NaCl) ИМЕЮТ ФОРМУ
ПРАВИЛЬНОГО
МНОГОГРАННИКА – КУБА.







ВЫВОД:

БЛАГОДАРЯ ПРАВИЛЬНЫМ
МНОГОГРАННИКАМ ОТКРЫВАЮТСЯ
НЕ ТОЛЬКО СВОЙСТВА
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР, НО И
ПУТИ ПОЗНАНИЯ ПРИРОДНОЙ
ГАРМОНИИ.