

Преобразование фигур



- Преобразование фигуры F называется *преобразованием подобия*, если при этом преобразовании расстояния между точками изменяются в одно и то же число раз, т.е. для любых точек X и Y фигуры F и точек X' , Y' фигуры F' , в которые он переходит, $X'Y' = k * XY$.

Существуют следующие преобразования ПЛОСКОСТИ

- Движение
- Подобие

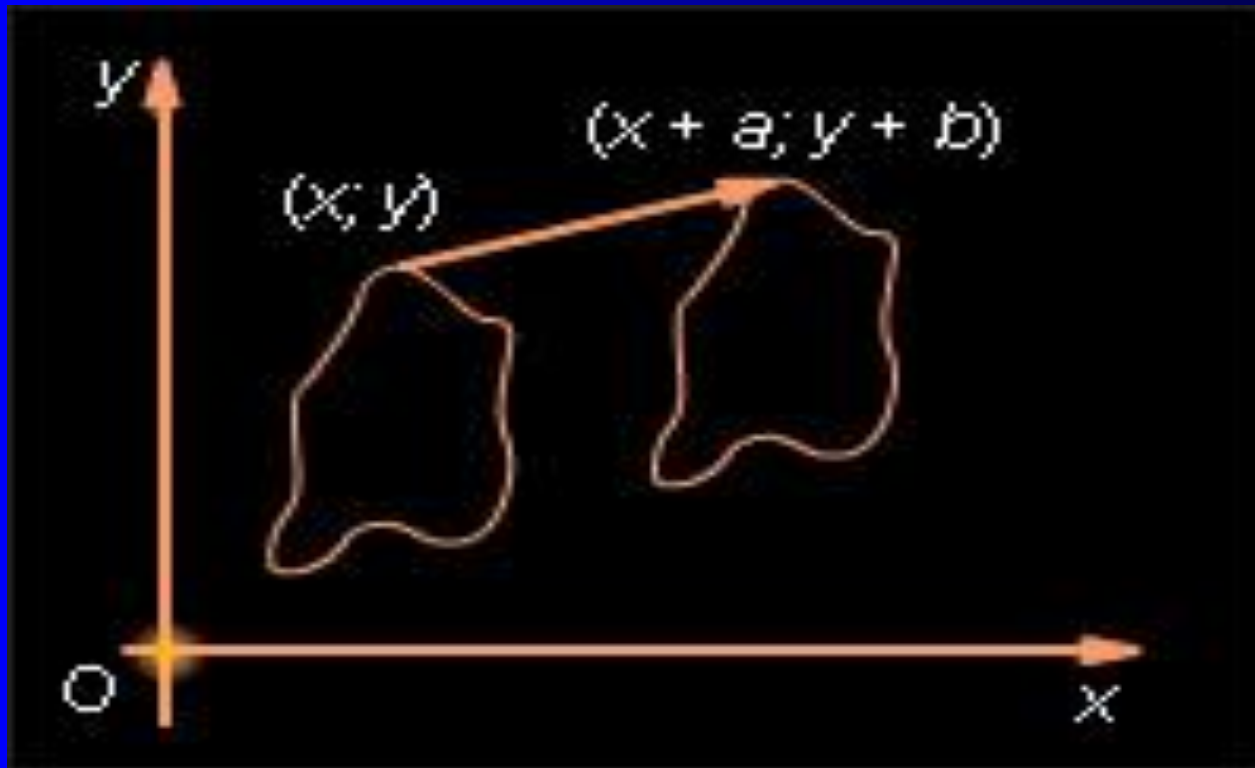
Движение

Движение это преобразование плоскости, сохраняющее расстояние между точками. Существует 4 вида движений.

- Симметрия относительно точки;
- Симметрия относительно прямой;
- Поворот;
- Параллельный перенос.

Параллельный перенос.

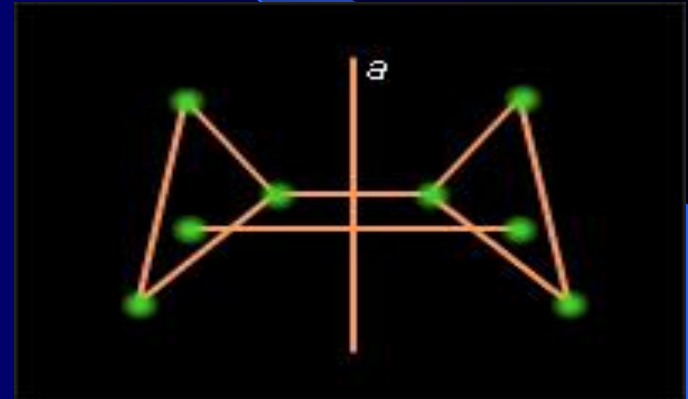
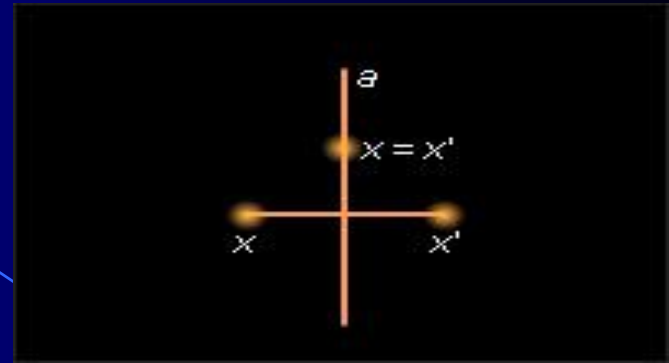
Введем на плоскости систему координат O, X, Y . Преобразование фигуры F , при котором произвольная ее точка $M(x; y)$ переходит в точку $M'(x+a; y+b)$, где a и b – одни и те же для всех точек $(x; y)$, называется **параллельным переносом**. Параллельный перенос задается формулами $x'=x+a; y'=y+b$, которые выражают координаты образа через координаты прообраза M' при параллельном переносе.



Симметрия относительно прямой.

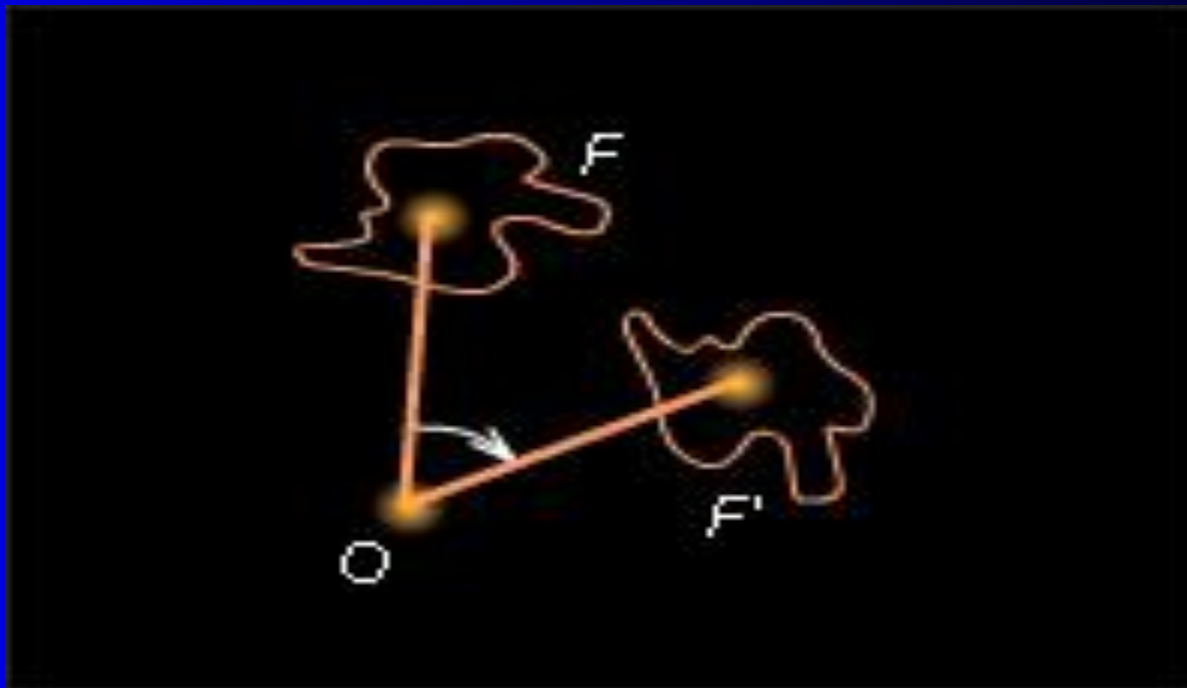
Точки X и X' называются *симметричными относительно прямой a* , и каждая из них — симметричной другой, если a является серединным перпендикуляром отрезка XX' .

Преобразование симметрии относительно прямой a (или осевой симметрией с осью a) называется такое преобразование фигуры F , при котором каждой точке X данной фигуры сопоставляется точка X' , симметричная ей относительно прямой a . Обозначим a — ее *ось симметрии*. Фигура называется *симметричной относительно прямой a* , если фигура симметрична сама себе, то есть



Поворот

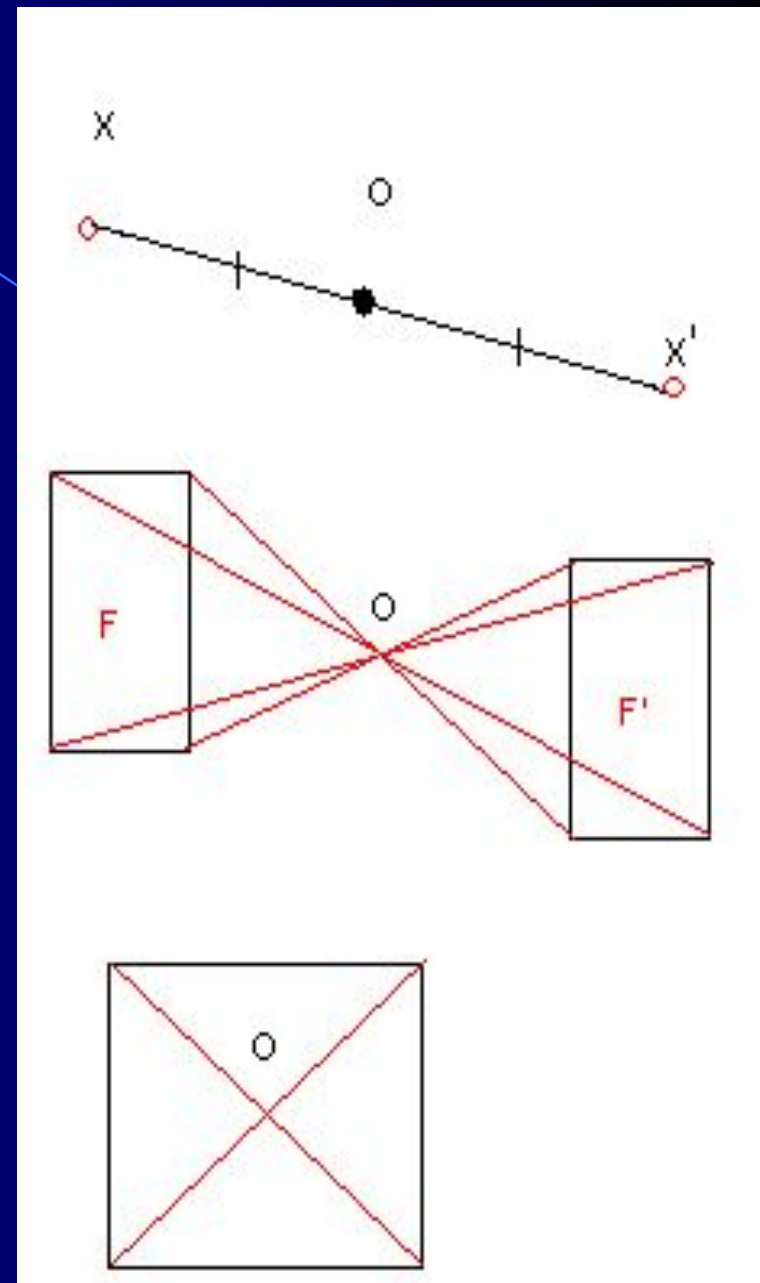
Поворотом фигуры F вокруг центра O на данный угол φ ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$) в данном направлении называется такое ее преобразование, при котором каждой точке $X \in F$ сопоставляется точка X' так, что $OX=OX'$, $\angle XOX' = \varphi$ и луч OX' откладывается от луча OX в заданном направлении. Точка O называется *центром поворота*, а угол φ – *углом поворота*. Множеством неподвижных точек преобразования поворота является центр поворота.



Симметрия относительно точки

Точки X и X' называются **симметричными относительно** заданной точки O , если $OX=OX'$, а лучи OX и OX' являются дополнительными. Точка O считается симметричной самой себе.

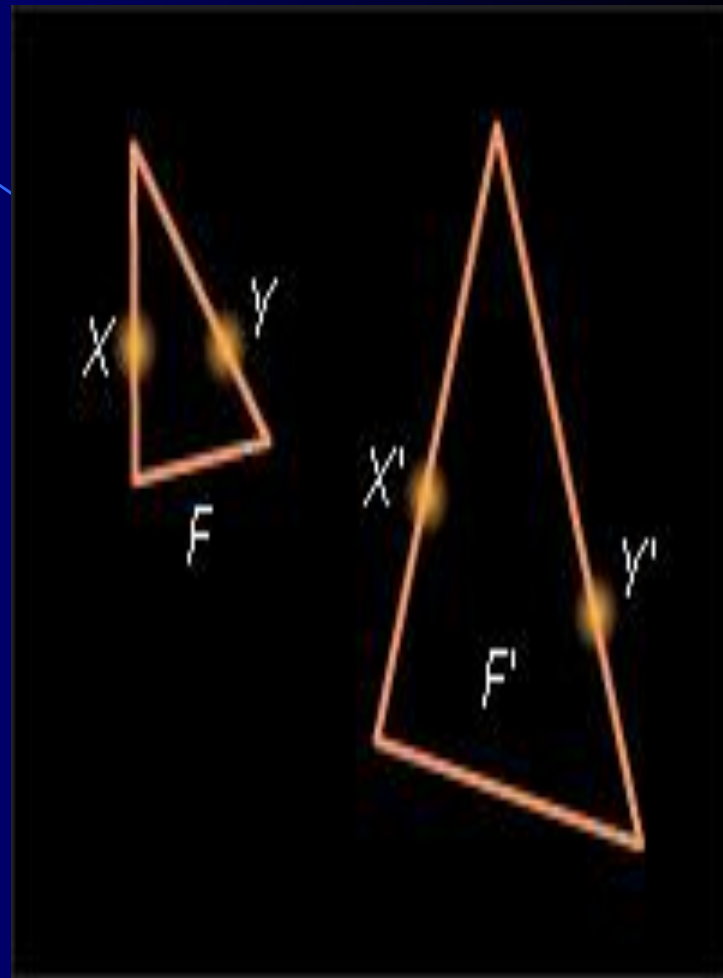
Преобразованием симметрии (или центральной симметрией) относительно точки O называется такое преобразование фигуры F , при котором каждой ее точке X сопоставляется точка X' симметричная относительно точки O . Фигура называется **симметричной относительно точки O** или **центрально-симметричной**, если она симметрична сама себе относительно точки O . Точка O называется **центром симметрии**.



Подобие.

Преобразование подобия называется преобразованием, при котором расстояние между любыми двумя точками изменяется в одно и то же число раз. Это значит, что если произвольные точки X, Y фигуры F при преобразовании подобия переходят в точки X' и Y' фигуры F' , то $X'Y' = kXY$, где $k > 0$ – постоянное число, называемое **коэффициентом подобия**.

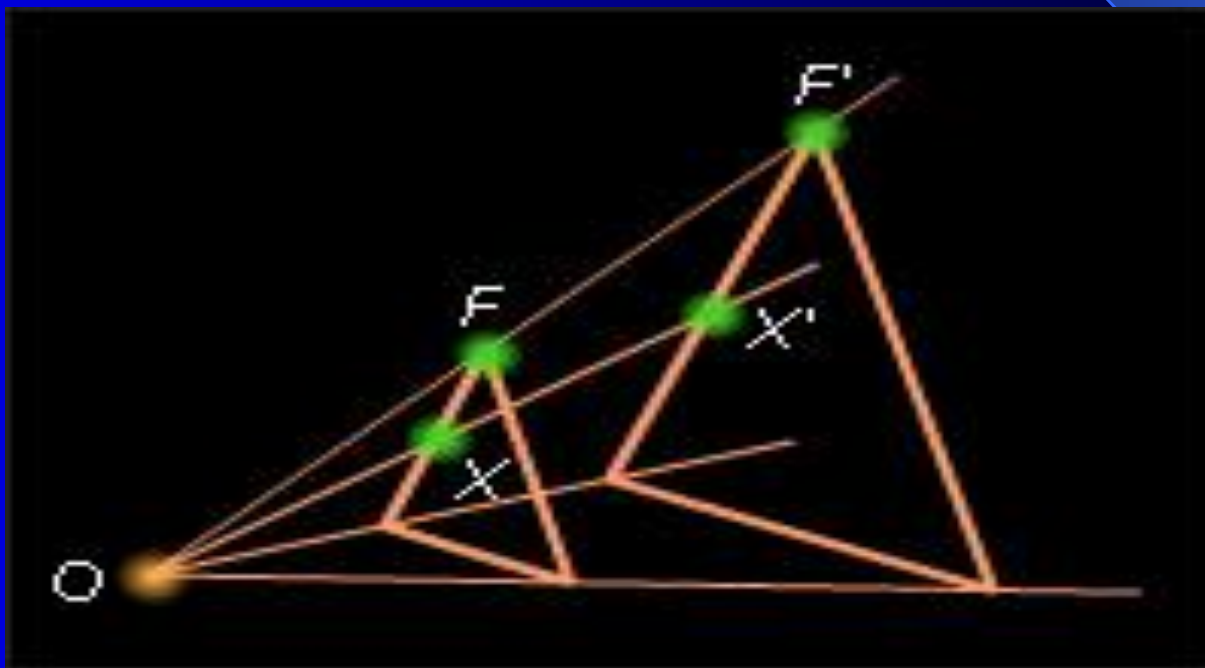
Фигура F' называется **подобной** фигуре F с коэффициентом k , если существует подобие с коэффициентом k , переводящее F в F' .



Гомотетия

Гомотетией с центром O и коэффициентом $k \neq 0$

называется преобразование, при котором каждой точке X ставится в соответствие точка X' так, что $\overrightarrow{OX'} = k \overrightarrow{OX}$



Свойства подобия:

- 1. Подобие переводит прямые в прямые, полупрямые – в полупрямые, отрезки – в отрезки.*
- *2. Подобие сохраняет углы между полупрямыми*
- *3. Подобие переводит плоскости в плоскости.*

- Две фигуры называются подобными, если они переводятся одна в другую преобразованием подобия.

Спасибо за внимание!