

**«Я слышу – я забываю, я вижу  
– я запоминаю, я делаю – я  
усваиваю»**

Китайская мудрость

# Национальный исследовательский Белгородский государственный университет



# Первый корпус БелГУ





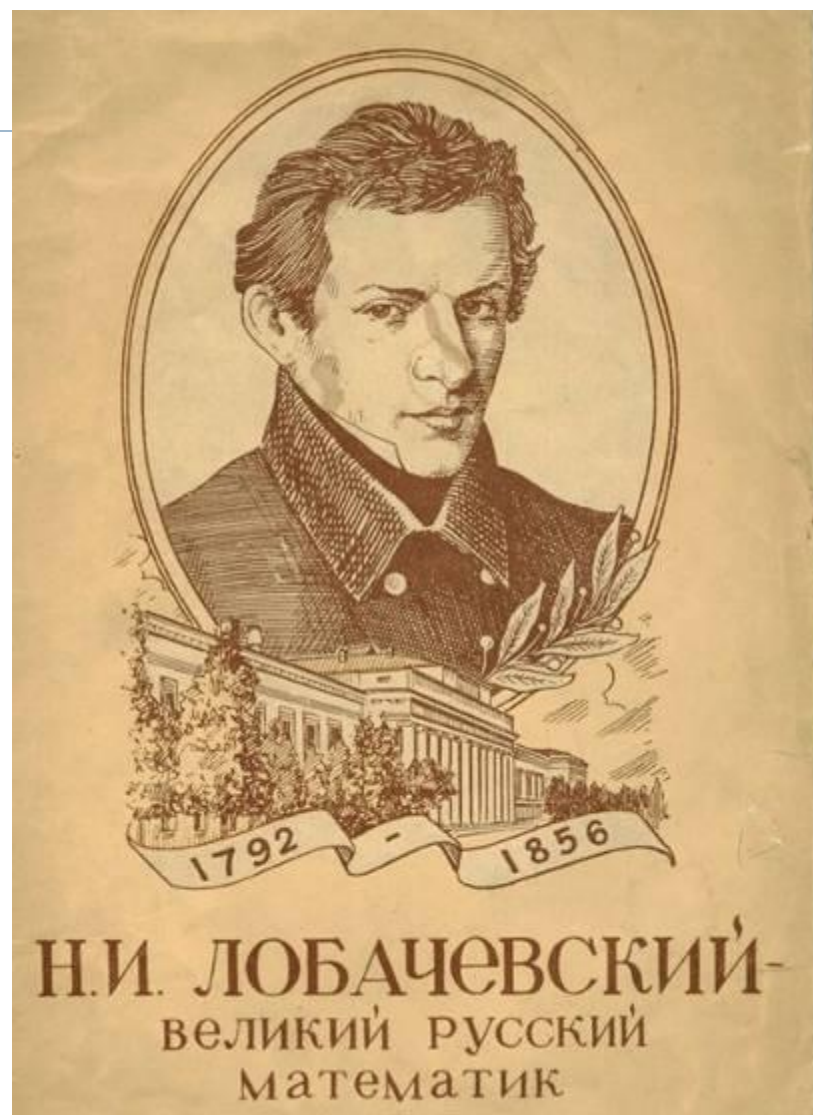
Урок – деловая  
игра по теме:

*«Применение  
производной в  
различных  
областях науки»*

Корнева Г.Н., учитель математики, МБОУ  
«Ливенская СОШ №1»

**с. Ливенка 2012год**

**«...нет ни одной  
области в  
математике,  
которая когда-либо  
не окажется  
применимой к  
явлениям  
действительного  
мира...»**





# Правила нахождения производных

$$\begin{aligned}(u \pm v)' &= u' \pm v' \\(u \cdot v)' &= u'v + v'u \\(u/v)' &= (u'v - v'u)/v^2 \\(c \cdot f(x))' &= c \cdot f'(x) \\(f(g(x)))' &= f'(g(x)) \cdot g'(x)\end{aligned}$$



# Производные элементарных функций

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ x' &= 1 \\ (x^2)' &= 2x \\ (x^3)' &= 3x^2 \\ (kx)' &= k \\ (kx+b)' &= k \\ ((kx+b)^n)' &= nk(kx+b)^{n-1} \\ (\sqrt{x})' &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ (e^x)' &= e^x \\ (a^x)' &= a^x \ln a\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}nx^{n-1} \\ 1 \\ 2x \\ 3x^2 \\ k \\ k \\ nk(kx+b)^{n-1} \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ e^x \\ a^x \ln a \\ a > 0, a \neq 1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}(\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} \\ (\sin x)' &= \cos x \\ (\cos)' &= -\sin x \\ (\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x} \\ (\operatorname{ctg} x)'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{x \ln a} \\ \cos x \\ -\sin x \\ \frac{1}{\cos^2 x} \\ -\frac{1}{\sin^2 x}\end{aligned}$$

## Язык стихотворения

В данной функции от *икс*,  
Нареченной *игреком*,  
Вы фиксируете *икс*,  
Отмечая индексом.  
Придаете вы ему  
Тотчас приращение.  
Тем *у* функции самой  
Вызвав изменение.  
Приращений тех теперь,  
Взявши отношение,  
Пробуждаете к нулю  
У дельта *икс* стремление.  
*Предел такого  
отношения вычисляется.  
Он производною в науке  
называется.*

## Язык математики

$$y=f(x)$$

$$x_0$$

$$\Delta X=x-x_0$$

$$\Delta f=f(x)-f(x_0)$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta X}$$

$$\Delta X \rightarrow 0$$

$$\lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta X}$$

$$y' = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta X}$$

**Б. Кордемский**





1) Область  
определения

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$x^2 \neq 1$$

$$x_1 \neq 1$$

$$x_2 \neq -1$$

$$D_{(x)} (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup$$

$$\cup (1; +\infty)$$



$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

**2) Четность/нечетность**

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 1} = -\frac{x}{x^2 - 1} = -f(x)$$

**Функция  $f(x)$  нечетная,**

**т. к.  $f(-x) = -f(x)$ , значит, график симметричен относительно начала координат.**



### 3) Нахождение асимптот

Т.к.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ,

то  $f(x)$  имеет  
горизонтальную асимптоту  
 $y = 0$ .

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

Т.к.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$  и

$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = +\infty$ ,

то  $f(x)$  имеет вертикальную  
асимптоту  $x = 1$ .



**4) Нахождение промежутков убывания и возрастания функции; точек локального экстремума.**

$$f'(x) = \left( \frac{x}{x^2 - 1} \right)' = - \frac{x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$$

$f'(x) < 0$  при любом  $x$ , значит,  $f(x)$  убывает на всей  $D_{(x)}$  и не имеет точек локального экстремума.

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$



## 5) Нахождение точек перегиба графика.

$$f''(x) = \left( -\frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$$

$$f''(x) = 0, \text{ при } x = 0$$

$x$	$(-\infty; -1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$
$f'''(x)$	-	+	-	+

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$x=0$  – точка перегиба графика, т.к.  $f'''(x)$  меняет знак с «+» на «-». На интервалах  $(-\infty; -1)$  и  $(0; 1)$  – выпуклость вверх;  $(-1; 0)$  и  $(1; +\infty)$  – выпуклость вниз.



## 6) Вычисление координат нескольких точек графика

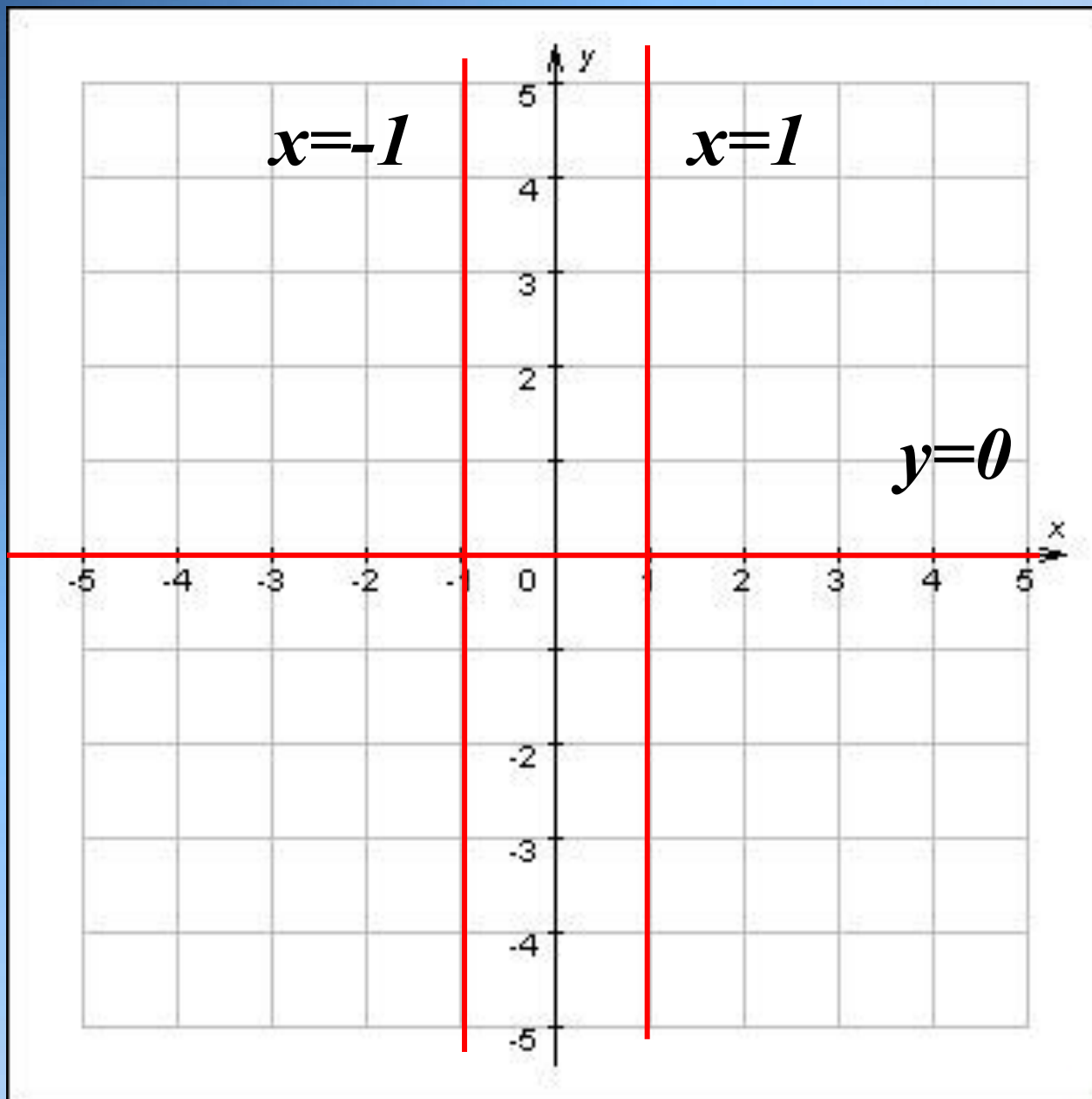
$x$	0	$\frac{1}{2}$	2	3
$f(x)$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$

Построение графика функции:

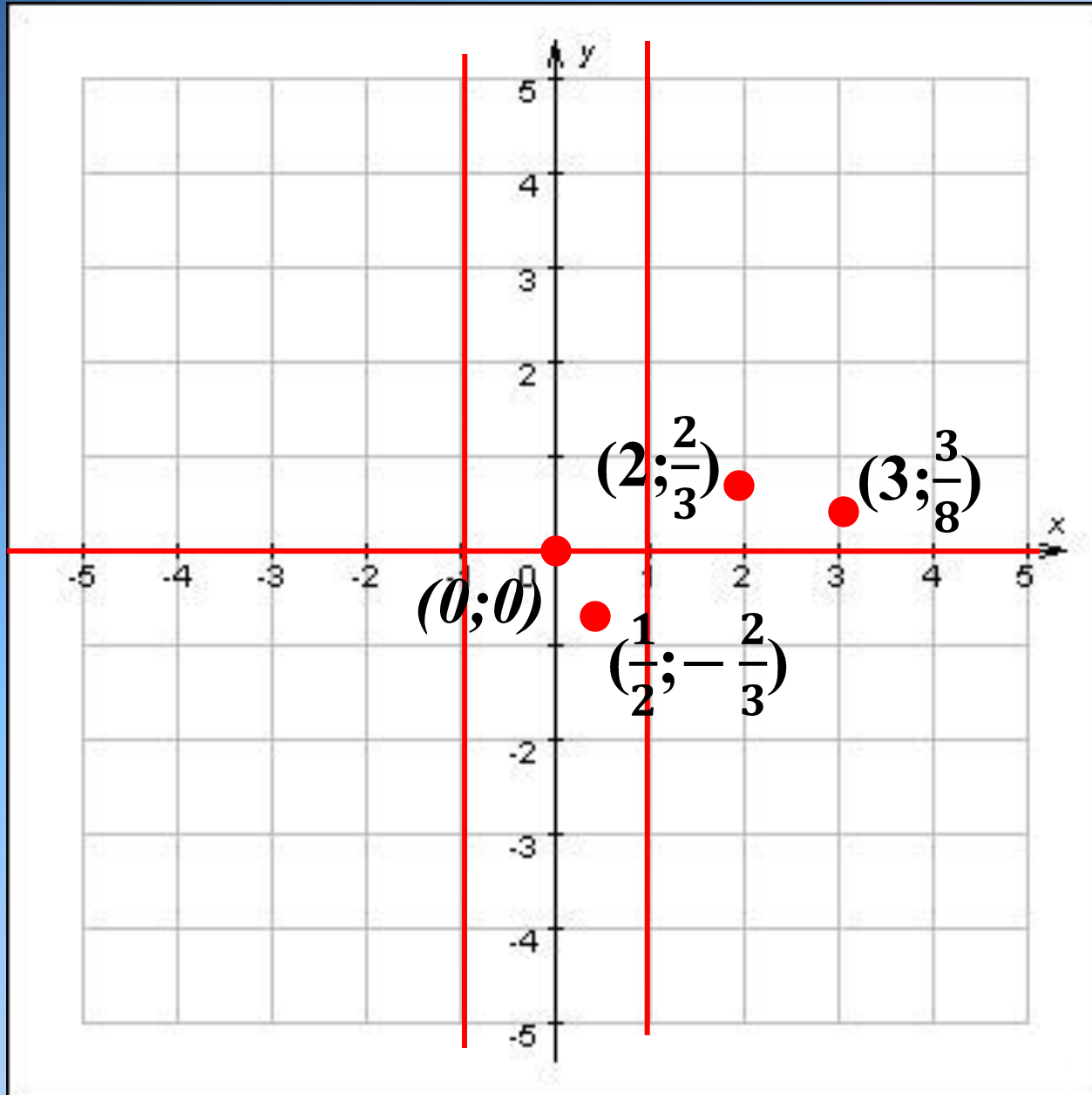
$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$



# - построение асимптот



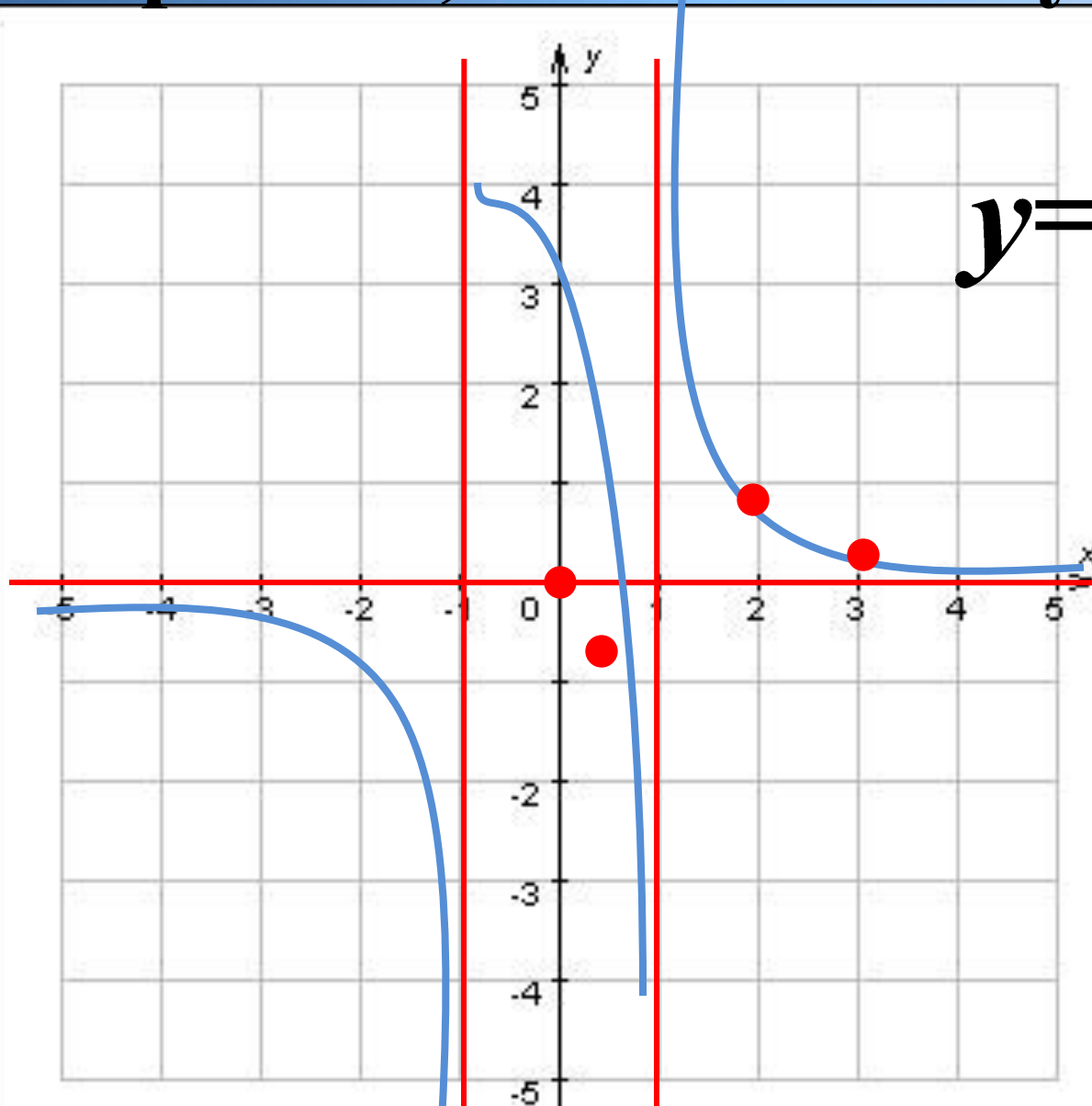
# - построение точек графика

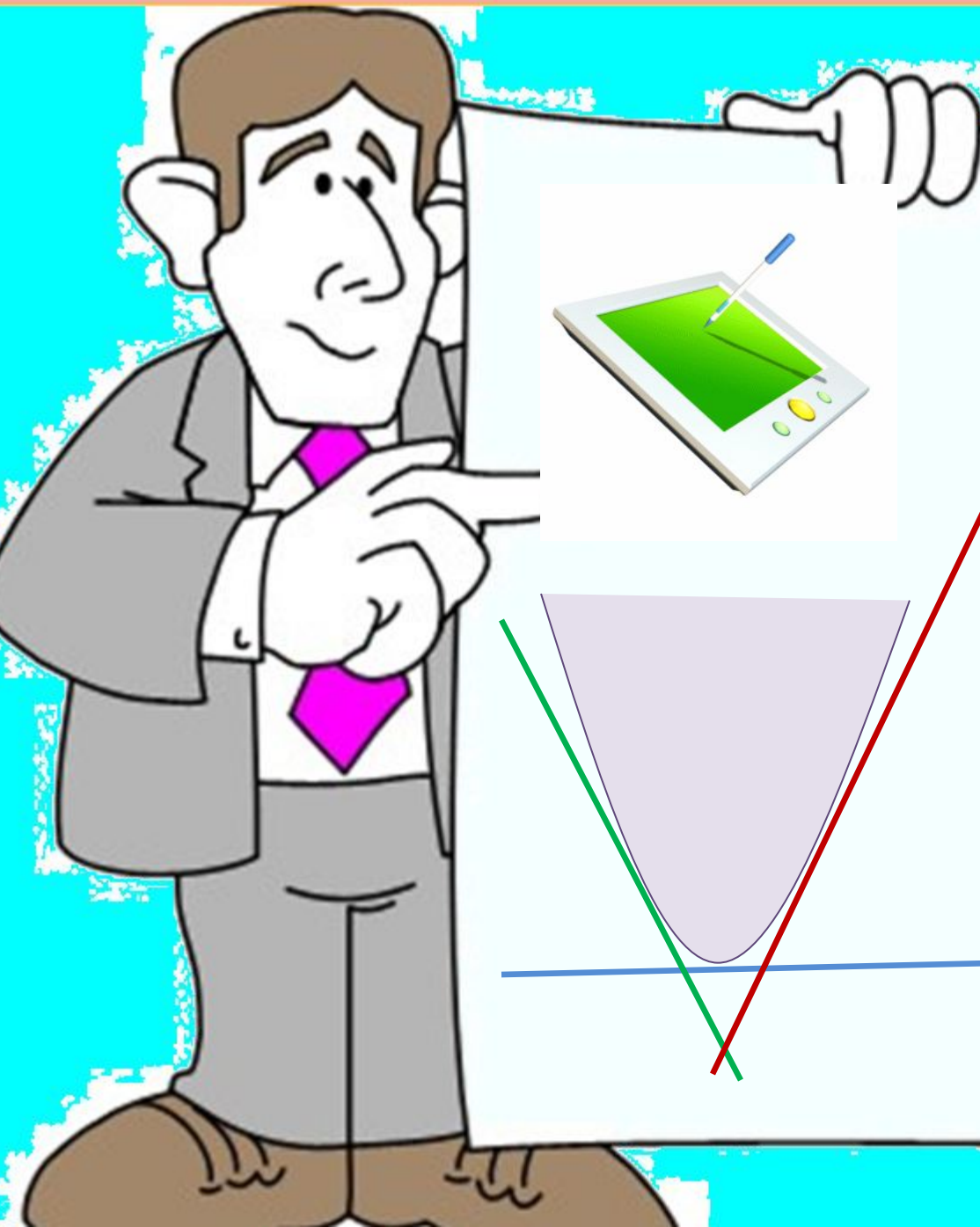




- построение графика с учетом точки перегиба, а также выпуклостей

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$





## Задача:

Дана функция  
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ .  
Написать  
уравнение  
касательной к  
графику функции,  
параллельной  
прямой  $y = 2x - 11$ .



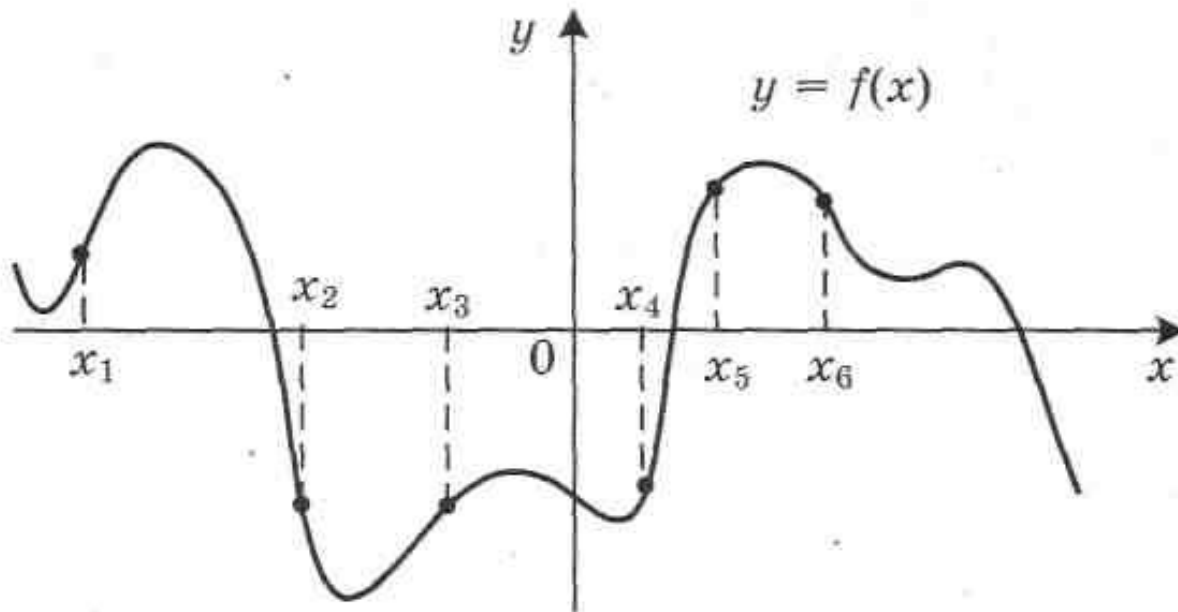
# Производная на ЕГЭ по математике





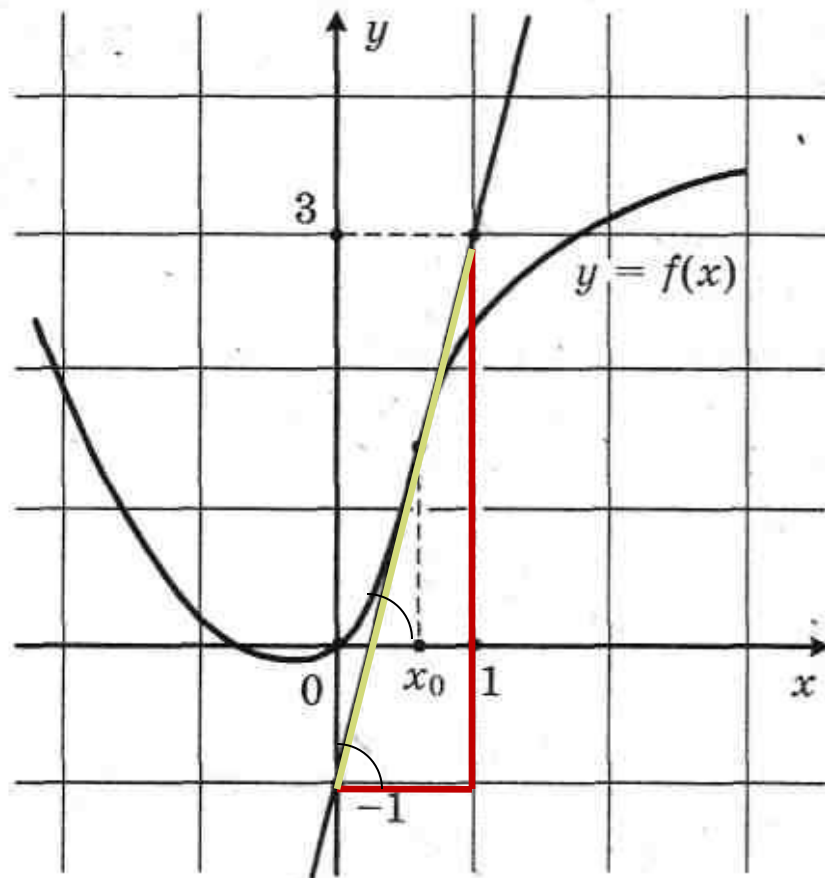
# Производная на ЕГЭ по математике

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

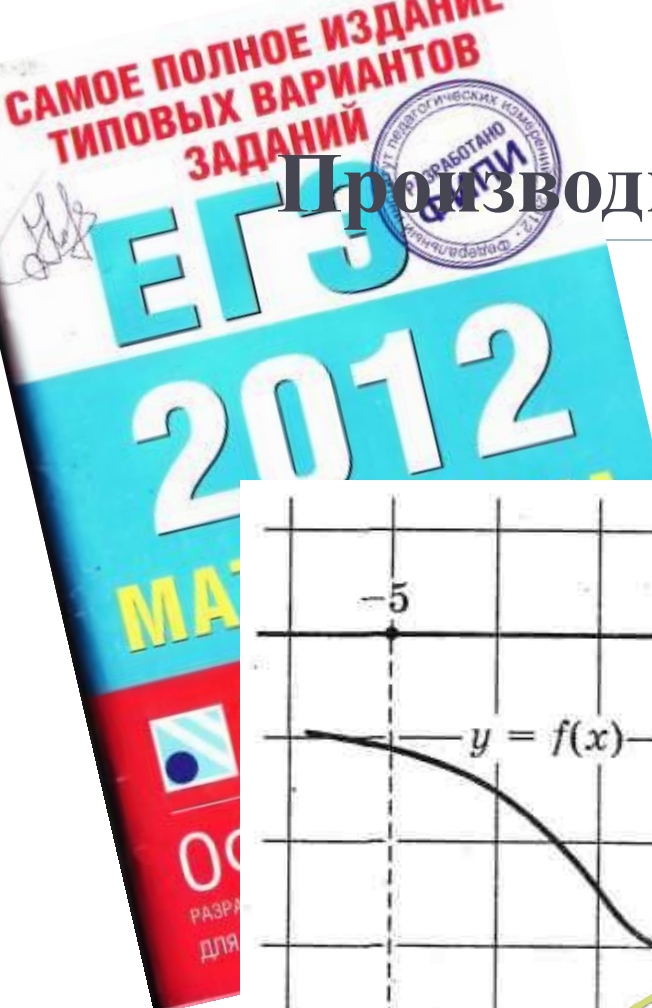




## Производная на ЕГЭ по математике

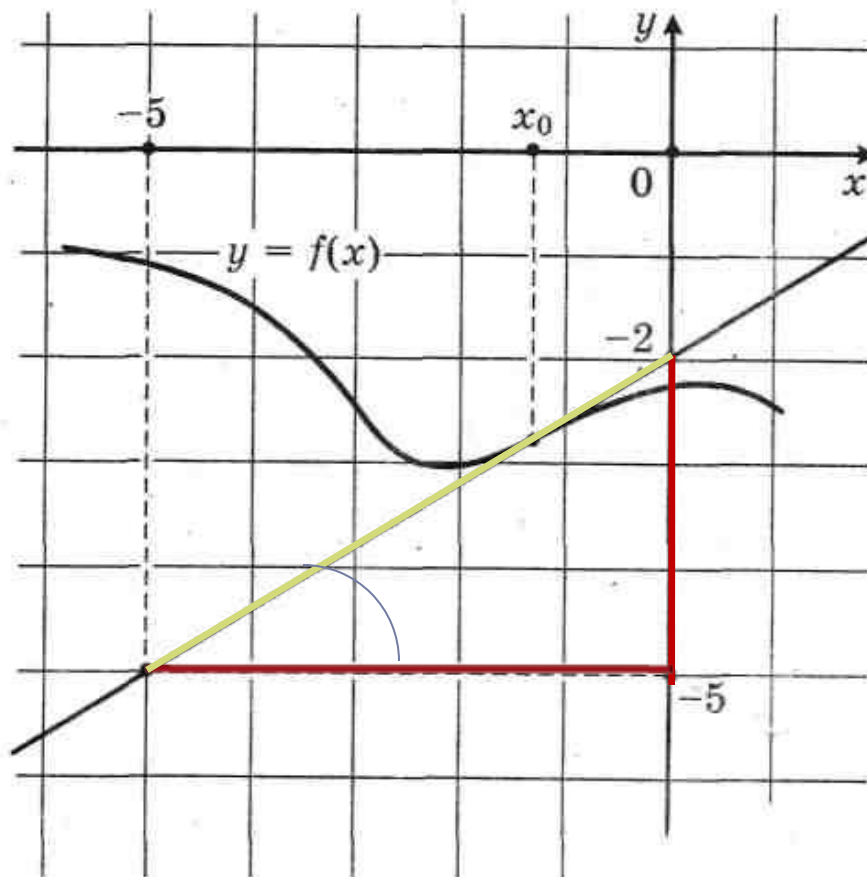


**В8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$**



# Производная на ЕГЭ по математике

- В8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



# Производная в физике

---



## Задача №1:

Точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -t^3/6 + 3t^2 - 5$  (время измеряется в секундах, координата в метрах). Найдите:

- а) момент времени  $t$ , когда ускорение точки равно 0;
- б) скорость движения точки в этот момент.



# Производная в физике

## Задача №2:

Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 + t + 1$ . Координата  $x$  измеряется в сантиметрах, время  $t$  – в секундах.

Найдите:

а) действующую силу;

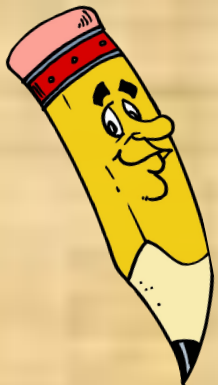
б) кинетическую энергию ( $E$ ) тела через 2 с после начала движения.





Чтобы это  
значило?????

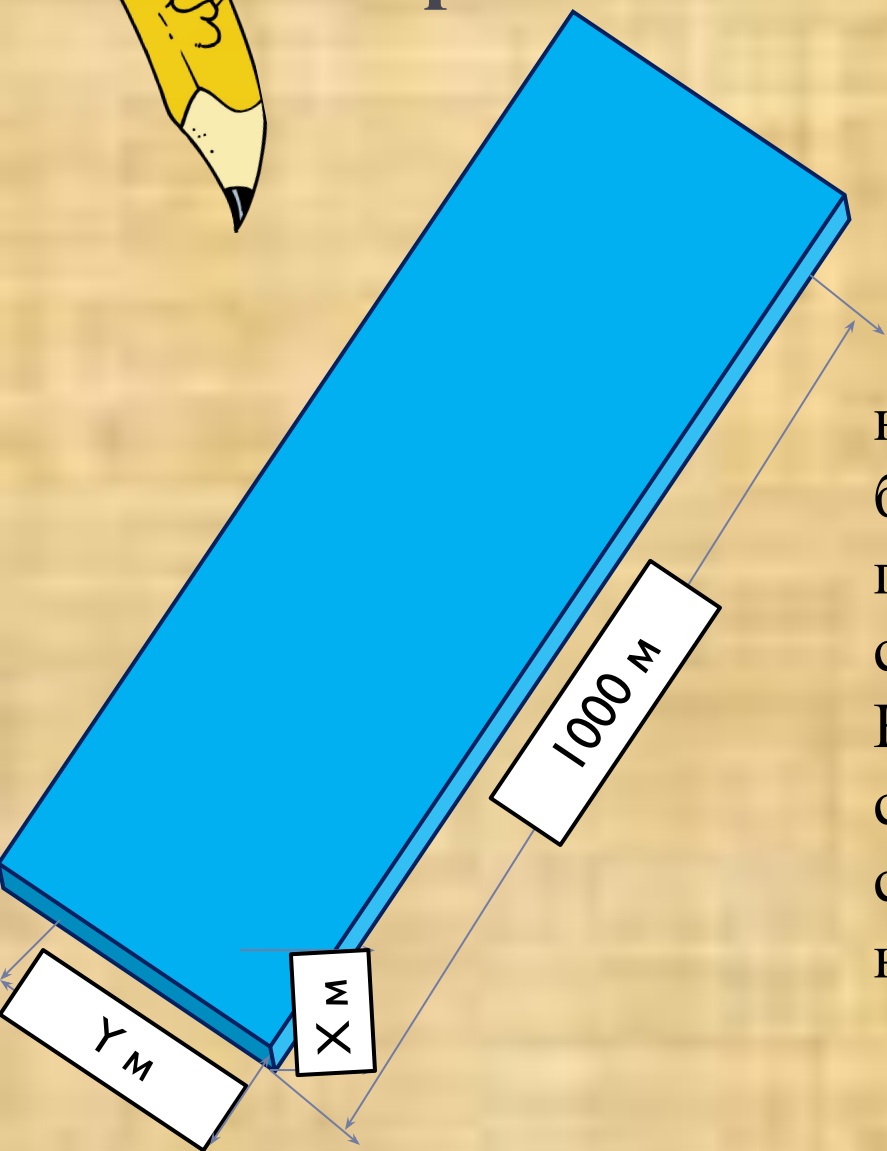


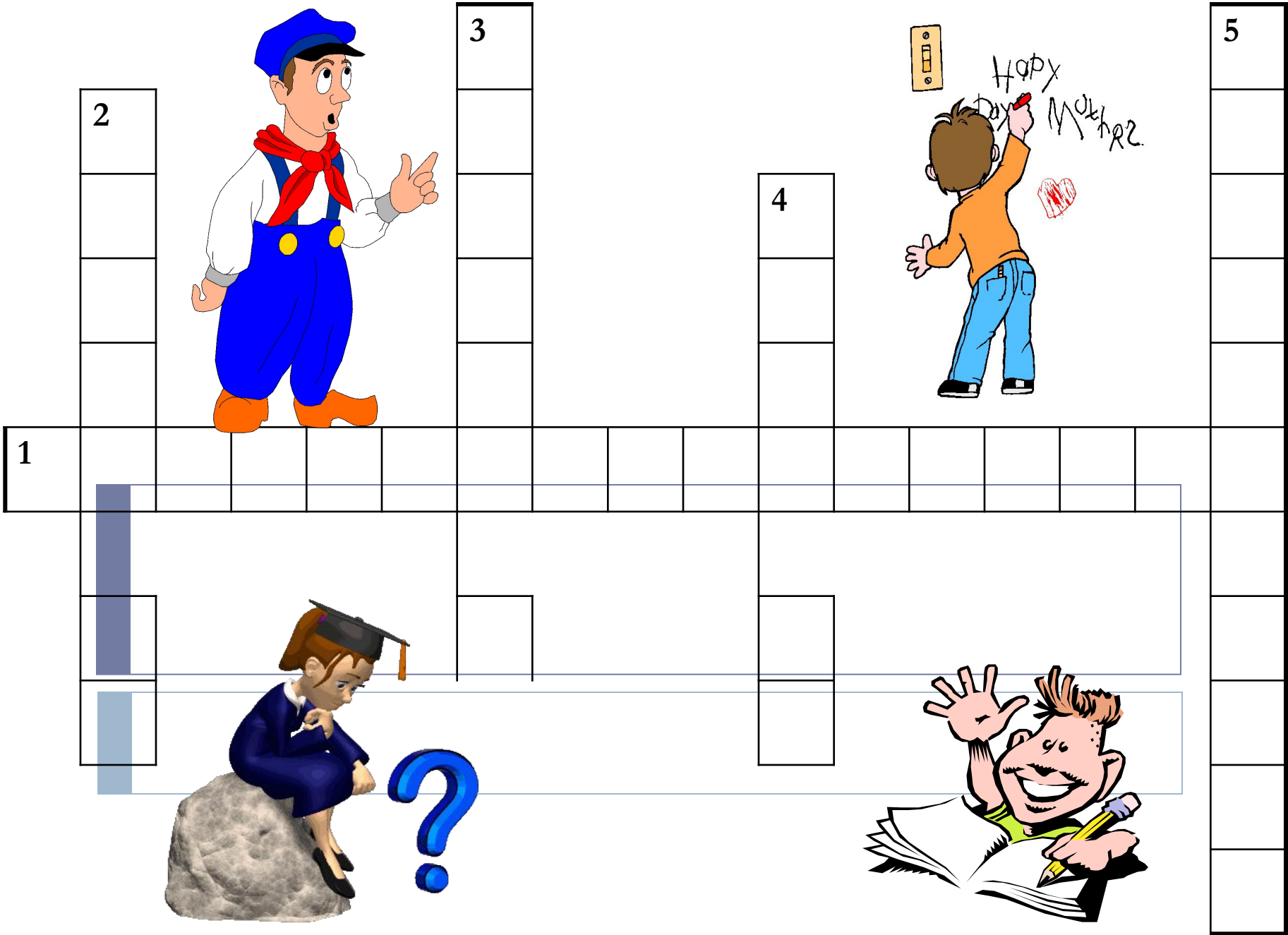


# Строительство и конструирование

## «Облицовка»

Заготовленной плиткой  
нужно облицевать **6000** кв. м  
боковых стенок и дна желоба  
прямоугольного поперечного  
сечения длиной **1000** м.  
Каковы должны быть размеры  
сечения, чтобы пропускная  
способность желоба была  
наибольшей?





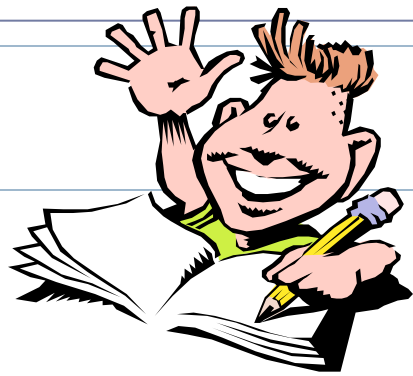
2

3

5

4

1



1) Как называется нахождение производной данной функции  $f$  ?

2) Как называется точка, в которой производная меняет знак с «+» на «-» ?

3) Переменная  $x$  в задании функции  
 $y = - 3x + 4$ ?

4) Какой ученый ввел термин «производная»?

5) Как называется прямая, проходящая через  $t.(x_0; f(x_0))$  и имеющая угловой коэффициент  $f' (x_0)$ ?



Д/з:

На « 5 » – любые 3 задания -  
карточки **розового** цвета

На « 4 » – карточки **зелёного**  
цвета

На « 3 » – карточки **жёлтого**  
цвета

□ б) творческое задание:  
составить кроссворд по теме:  
«Производная и ее  
применение»



В 9 – решить из **любо**ых двух  
задач 7-8





## Итоги:

*Дифференциальное исчисление - это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники.*

*Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества и многое, многое другое*

*Мы убедились в важности изучения темы "Производная", ее роли в исследовании процессов науки и техники, в возможности конструирования по реальным событиям математические модели, и решать важные задачи.*