

**«Я слышу – я забываю, я вижу
– я запоминаю, я делаю – я
усваиваю»**

Китайская мудрость

Национальный исследовательский Белгородский государственный университет



Первый корпус БелГУ





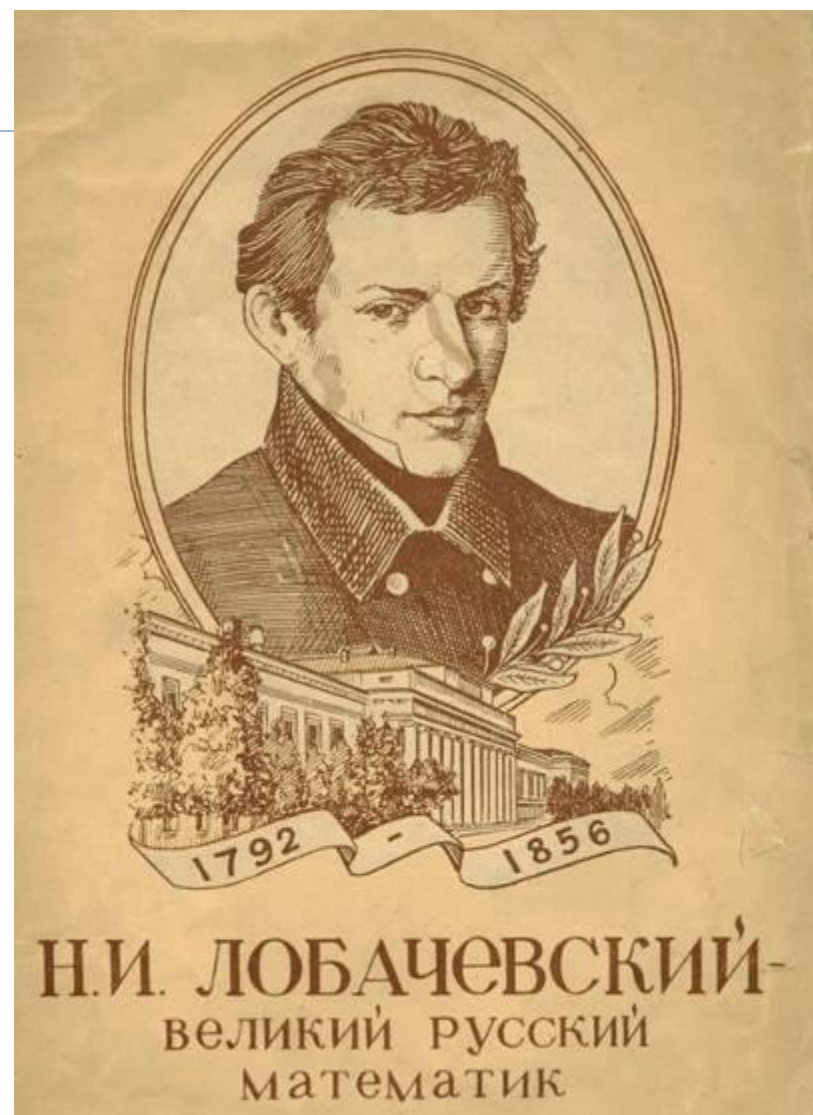
Урок – деловая
игра по теме:

*«Применение
производной в
различных
областях науки»*

Корнева Г.Н., учитель математики, МБОУ
«Ливенская СОШ №1»

с. Ливенка 2012год

**«...нет ни одной
области в
математике,
которая когда-либо
не окажется
применимой к
явлениям
действительного
мира...»**



Правила нахождения производных

$$\begin{aligned}(u \pm v)' &= u' \pm v' \\(u \cdot v)' &= u'v + v'u \\(u/v)' &= (u'v - v'u)/v^2 \\(c \cdot f(x))' &= c \cdot f'(x) \\(f(g(x)))' &= f'(g(x)) \cdot g'(x)\end{aligned}$$



Производные элементарных функций

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ x' &= 1 \\ (x^2)' &= 2x \\ (x^3)' &= 3x^2 \\ (kx)' &= k \\ (kx+b)' &= k \\ ((kx+b)^n)' &= nk(kx+b)^{n-1} \\ (\sqrt{x})' &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ (e^x)' &= e^x \\ (a^x)' &= a^x \ln a\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}nx^{n-1} \\ 1 \\ 2x \\ 3x^2 \\ k \\ k \\ nk(kx+b)^{n-1} \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ e^x \\ a^x \ln a \\ a > 0, a \neq 1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}(\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} \\ (\sin x)' &= \cos x \\ (\cos)' &= -\sin x \\ (\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x} \\ (\operatorname{ctg} x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{x \ln a} \\ \cos x \\ -\sin x \\ \frac{1}{\cos^2 x} \\ -\frac{1}{\sin^2 x}\end{aligned}$$

Язык стихотворения

В данной функции от *икс*,
Нареченной *игреком*,
Вы фиксируете *икс*,
Отмечая индексом.
Придаете вы ему
Тотчас приращение.
Тем *у* функции самой
Вызвав изменение.
Приращений тех теперь,
Взявши отношение,
Пробуждаете к нулю
У дельта *икс* стремление.
*Предел такого
отношения вычисляется.
Он производною в науке
называется.*

Язык математики

$$y=f(x)$$

$$x_0$$

$$\Delta X = x - x_0$$

$$\Delta f = f(x) - f(x_0)$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta X}$$

$$\Delta X \rightarrow 0$$

$$\lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta X}$$

$$y' = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta X}$$

Б. Кордемский



1) Область
определения

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$$x^2 \neq 1$$

$$x_1 \neq 1$$

$$x_2 \neq -1$$

$$D_{(x)} (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup$$

$$\cup (1; +\infty)$$



$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

2) Четность/нечетность

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 1} = -\frac{x}{x^2 - 1} = -f(x)$$

Функция $f(x)$ нечетная,

т. к. $f(-x) = -f(x)$, значит, график симметричен относительно начала координат.



3) Нахождение асимптот

Т.к. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$,

то $f(x)$ имеет
горизонтальную асимптоту
 $y = 0$.

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

Т.к. $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$ и

$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = +\infty$,

то $f(x)$ имеет вертикальную
асимптоту $x = 1$.



4) Нахождение промежутков убывания и возрастания функции; точек локального экстремума.

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2 - 1} \right)' = - \frac{x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$$

$f'(x) < 0$ при любом x , значит, $f(x)$ убывает на всей $D_{(x)}$ и не имеет точек локального экстремума.

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$



5) Нахождение точек перегиба графика.

$$f''(x) = \left(-\frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$$

$$f''(x) = 0, \text{ при } x = 0$$

x	$(-\infty; -1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$
$f'''(x)$	-	+	-	+

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$x=0$ – точка перегиба графика, т.к. $f'''(x)$ меняет знак с «+» на «-». На интервалах $(-\infty; -1)$ и $(0; 1)$ – выпуклость вверх; $(-1; 0)$ и $(1; +\infty)$ – выпуклость вниз.



6) Вычисление координат нескольких точек графика

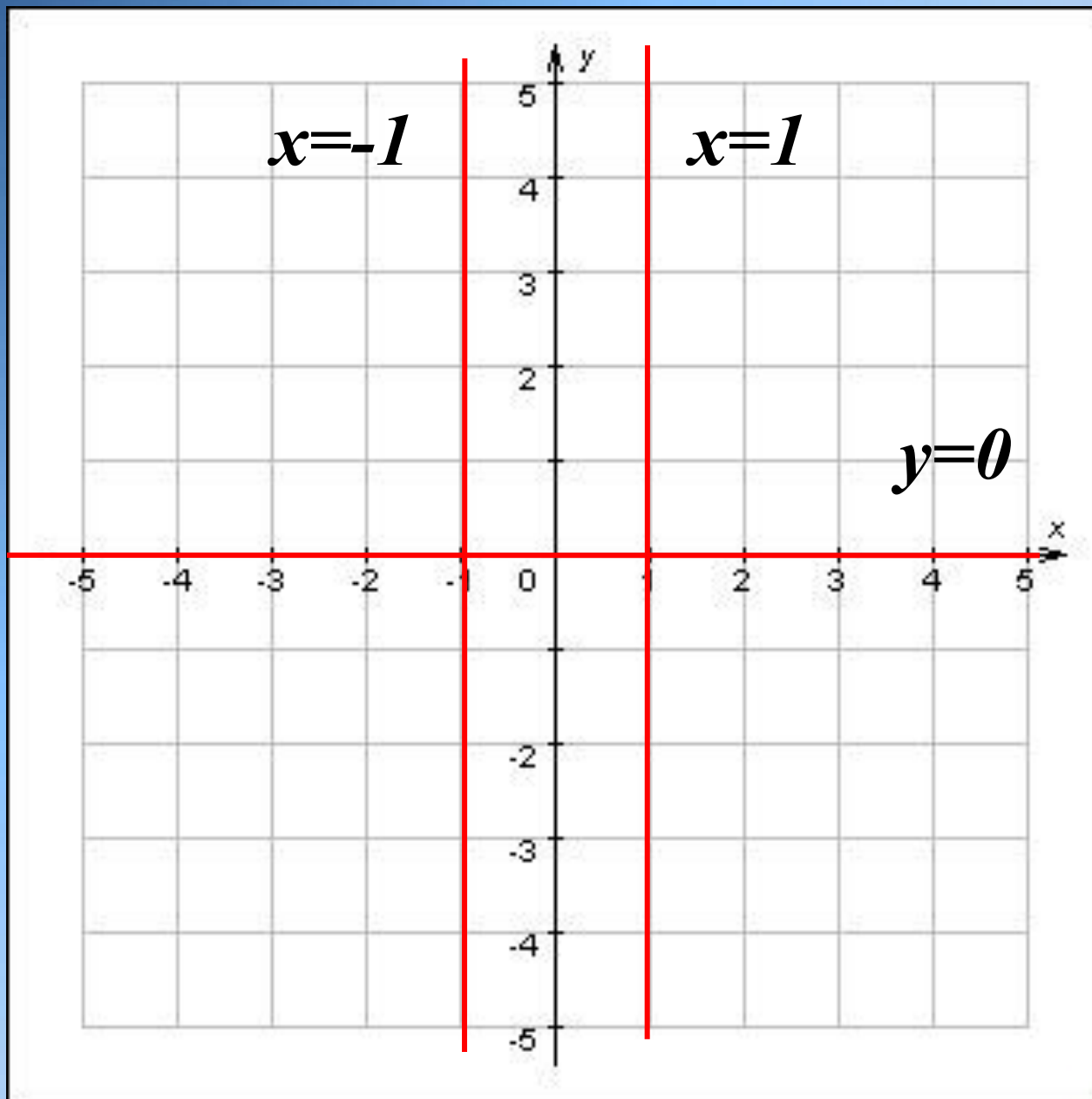
x	0	$\frac{1}{2}$	2	3
$f(x)$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$

Построение графика функции:

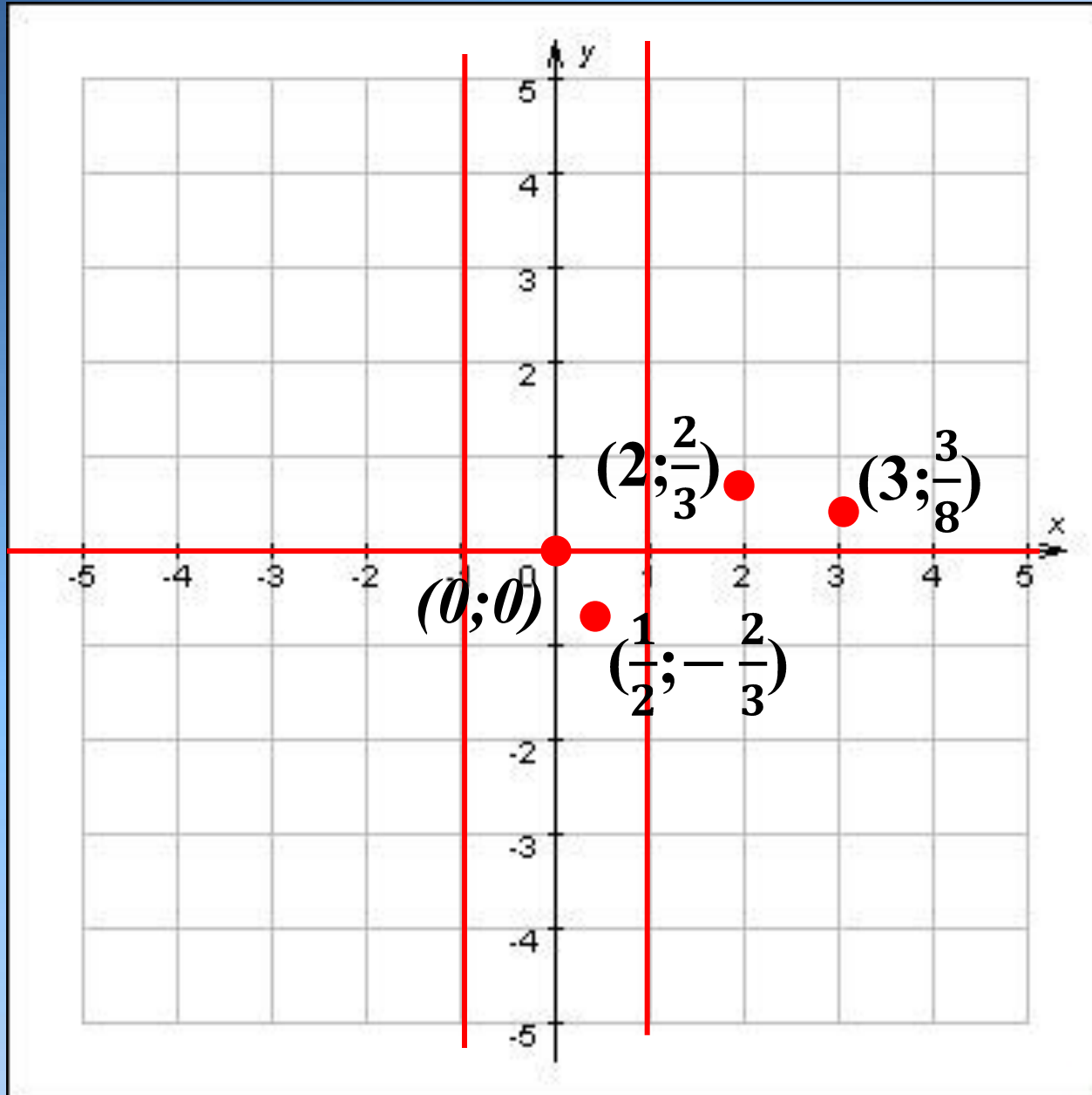
$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$



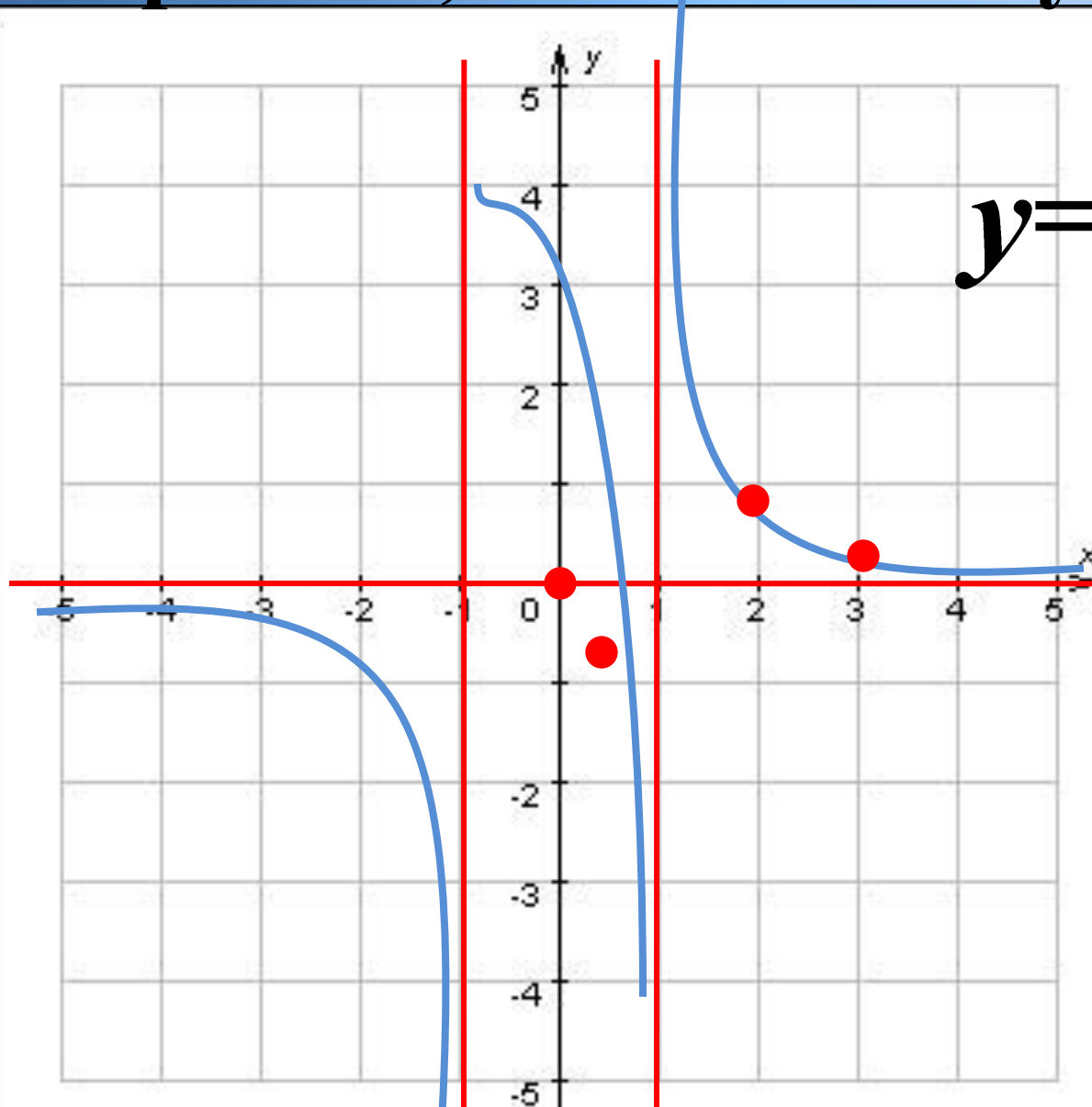
- построение асимптот



- построение точек графика

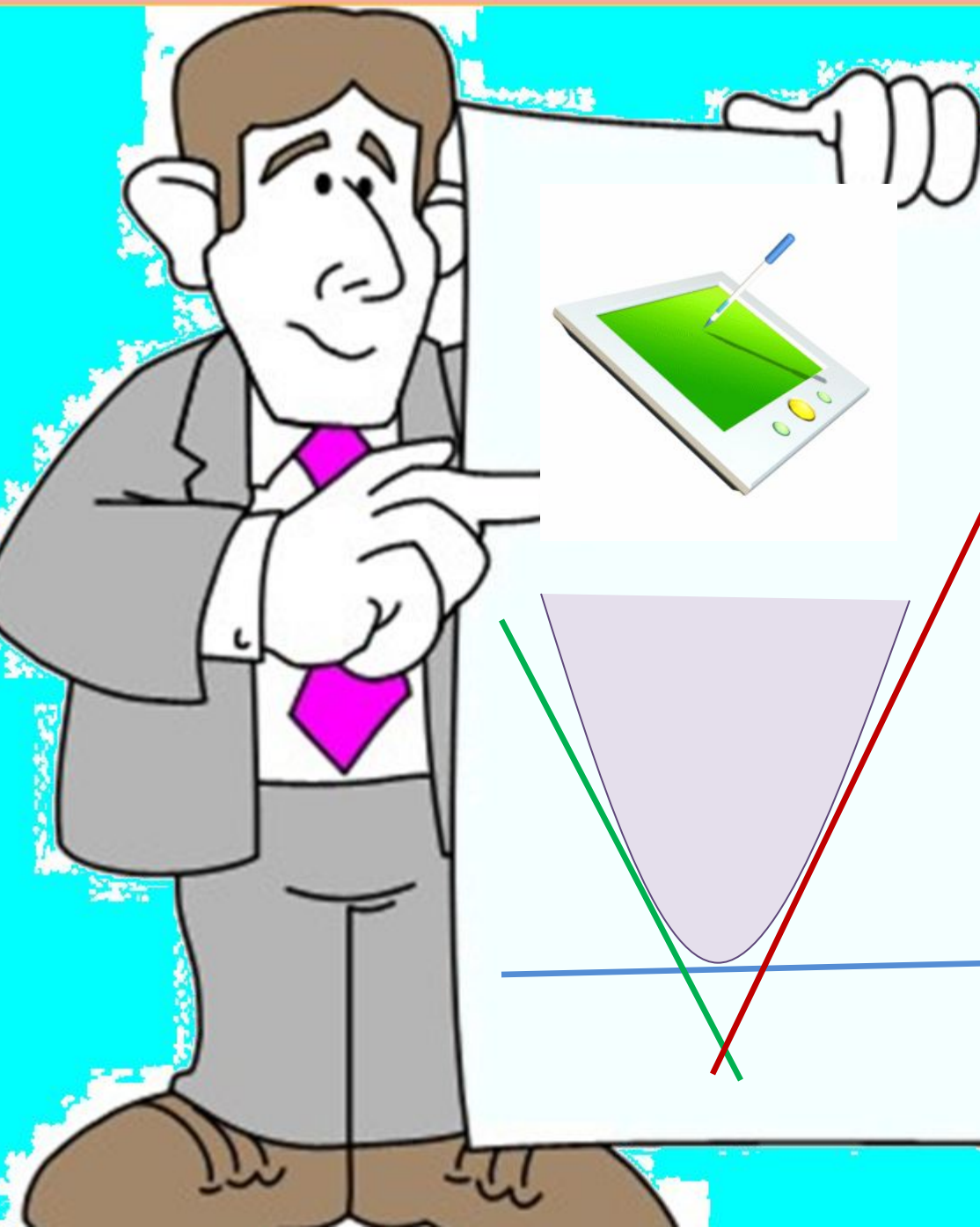


- построение графика с учетом точки перегиба, а также выпуклостей



$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$





Задача:

Дана функция
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$.
Написать
уравнение
касательной к
графику функции,
параллельной
прямой $y = 2x - 11$.



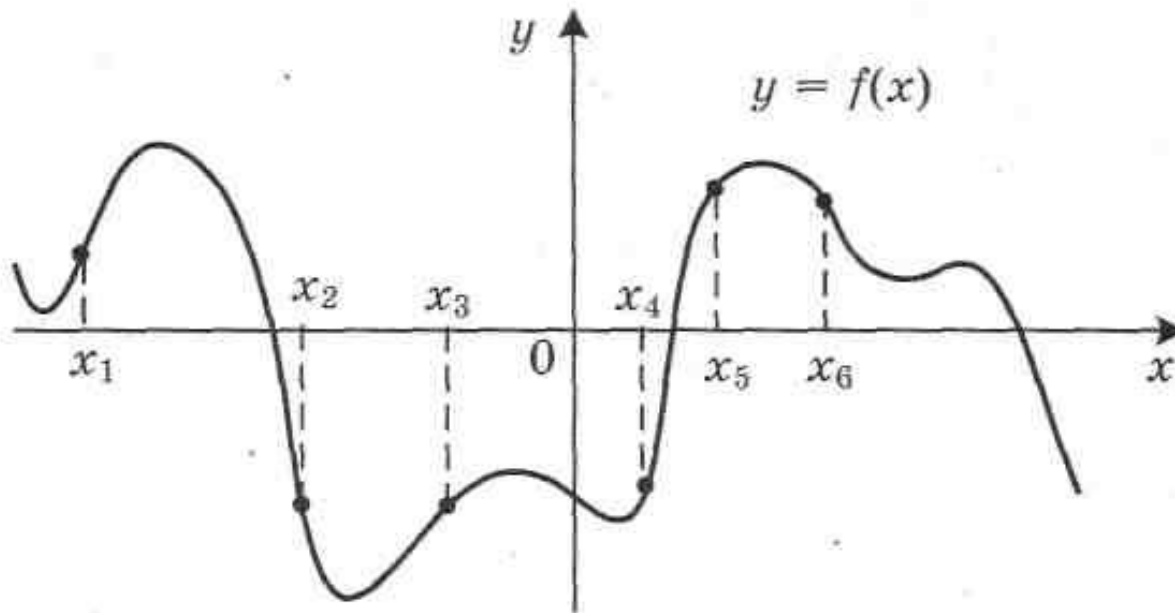
Производная на ЕГЭ по математике





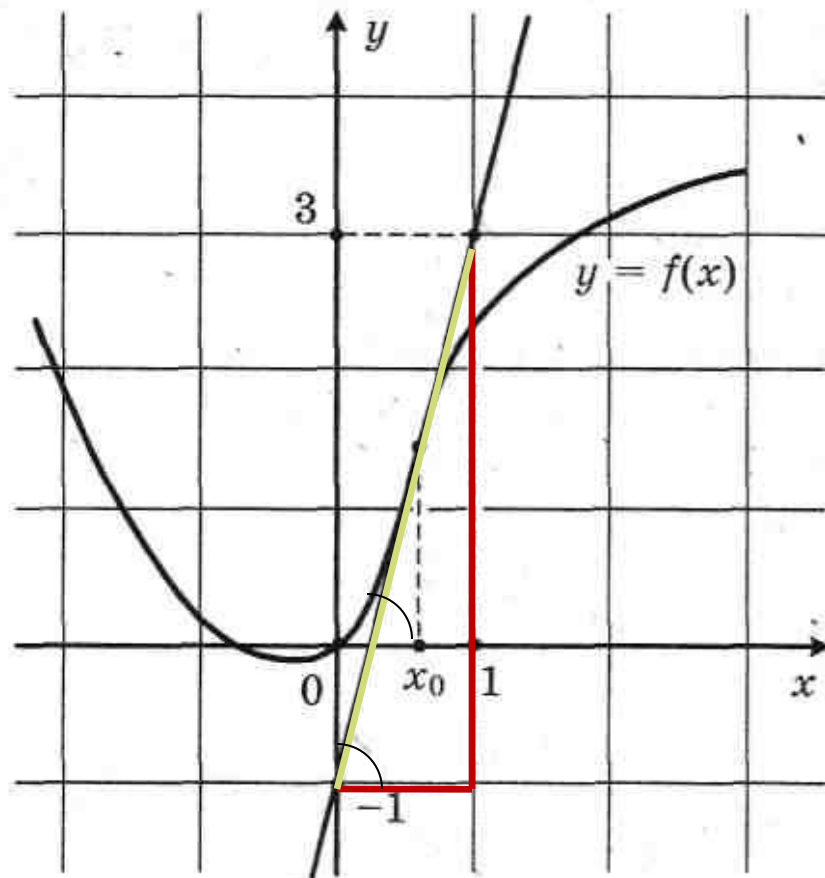
Производная на ЕГЭ по математике

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

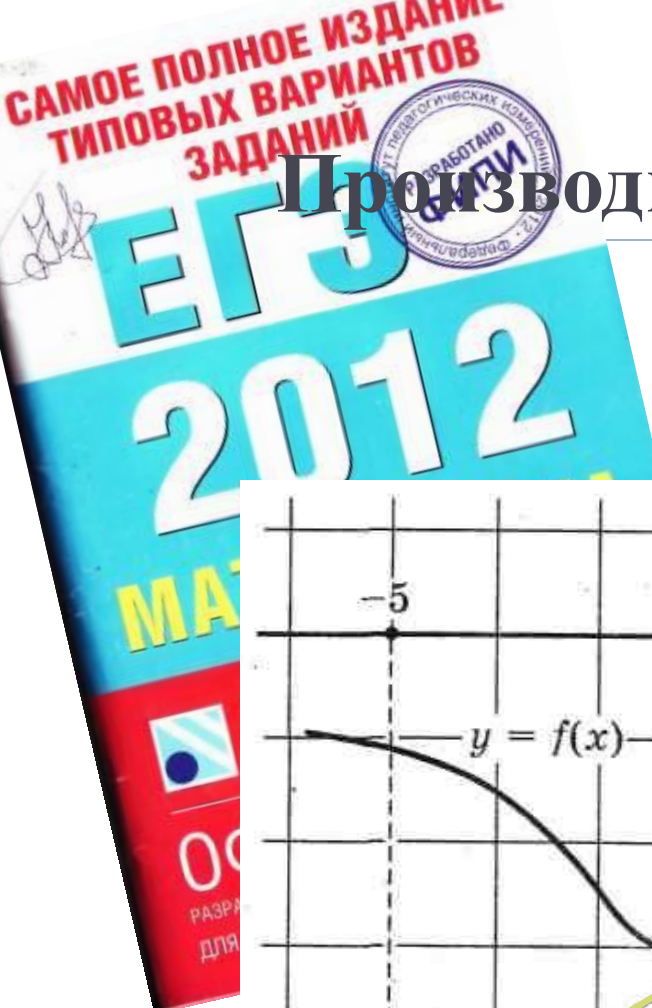




Производная на ЕГЭ по математике

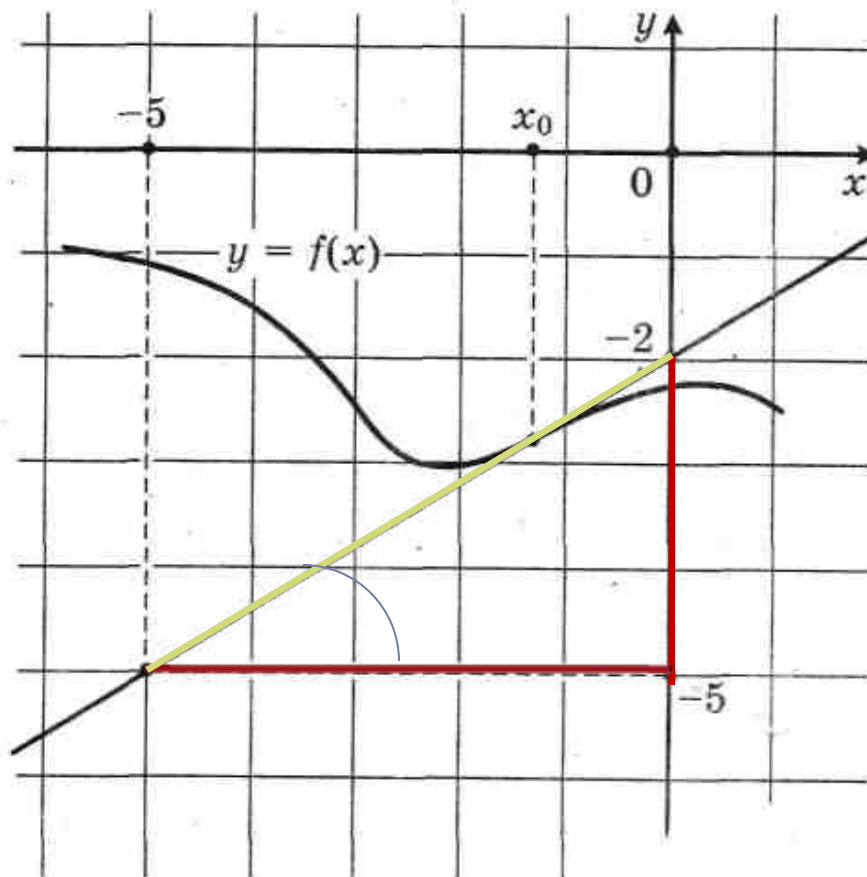


В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



Производная на ЕГЭ по математике

- В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



Производная в физике



Задача №1:

Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^3/6 + 3t^2 - 5$ (время измеряется в секундах, координата в метрах). Найдите:

- а) момент времени t , когда ускорение точки равно 0;
- б) скорость движения точки в этот момент.



Производная в физике

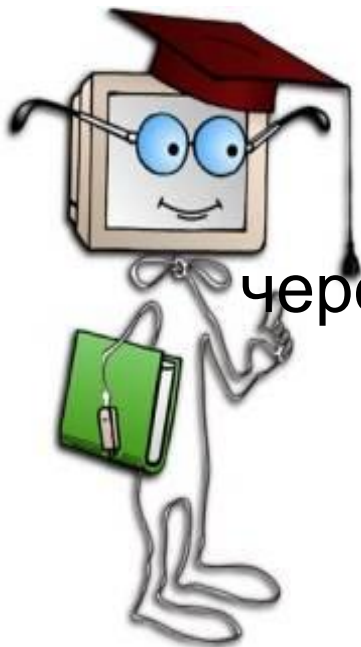
Задача №2:

Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Координата x измеряется в сантиметрах, время t – в секундах.

Найдите:

а) действующую силу;

б) кинетическую энергию (E) тела через 2 с после начала движения.

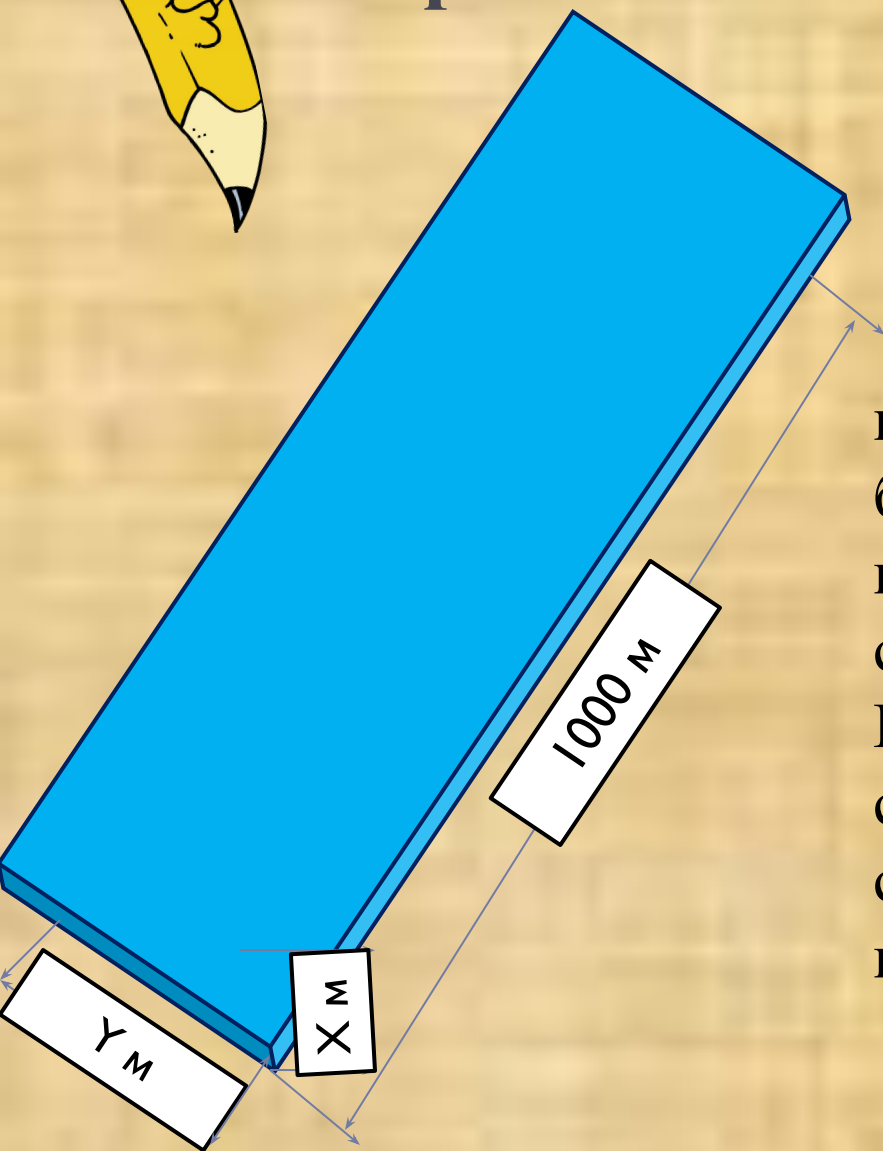


Чтобы это
значило?????



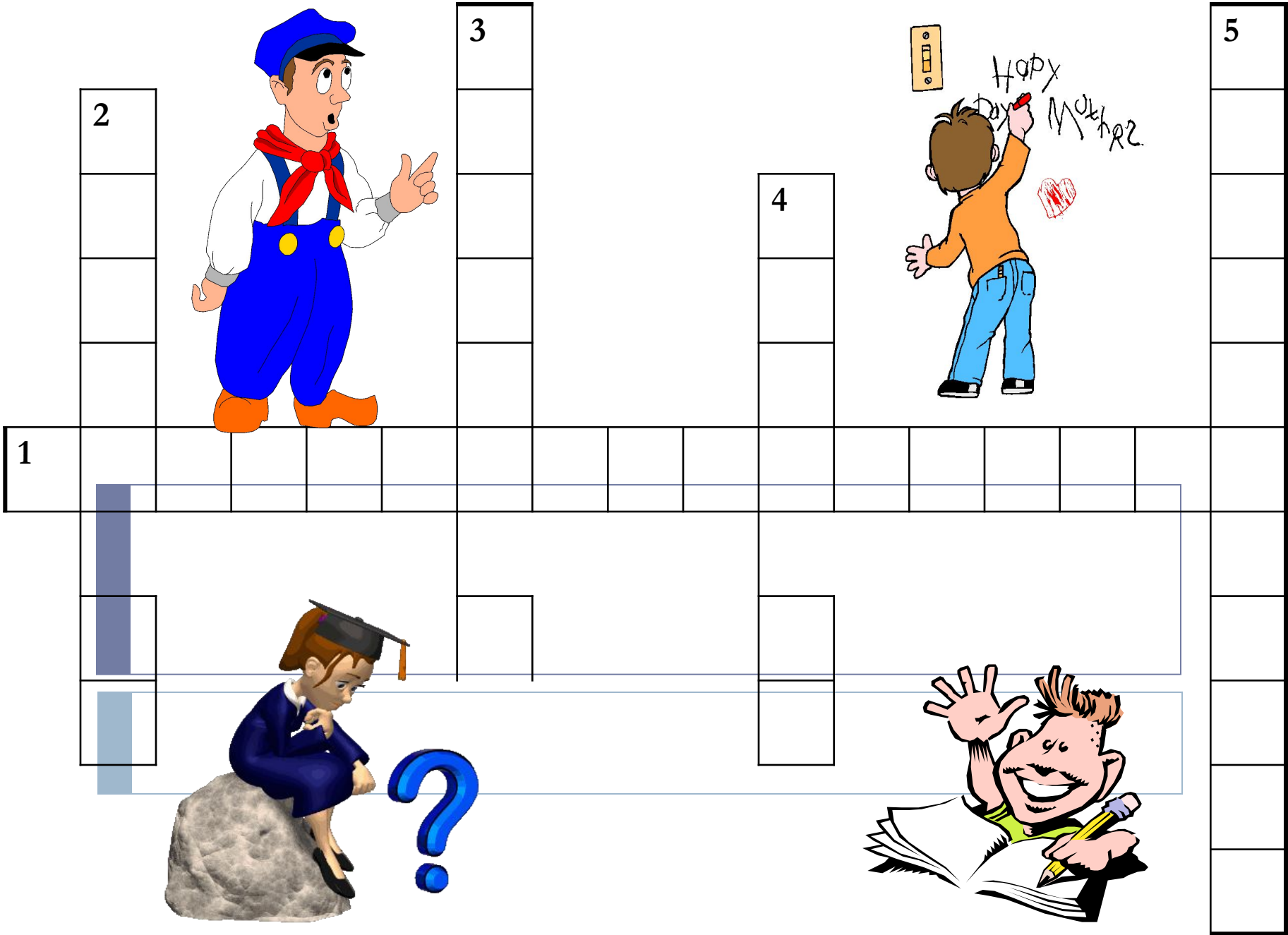


Строительство и конструирование



«Облицовка»

Заготовленной плиткой
нужно облицевать **6000** кв. м
боковых стенок и дна желоба
прямоугольного поперечного
сечения длиной **1000** м.
Каковы должны быть размеры
сечения, чтобы пропускная
способность желоба была
наибольшей?



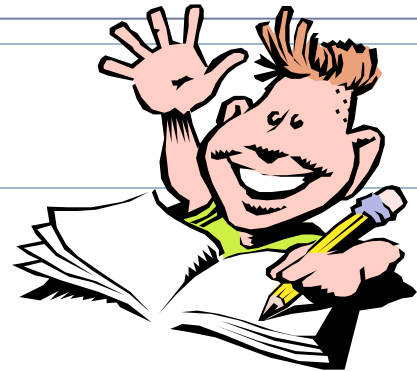
2

3

5

4

1



1) Как называется нахождение производной данной функции f ?

2) Как называется точка, в которой производная меняет знак с «+» на «-» ?

3) Переменная x в задании функции
 $y = - 3x + 4$?

4) Какой ученый ввел термин «производная»?


5) Как называется прямая, проходящая через $t.(x_0; f(x_0))$ и имеющая угловой коэффициент $f' (x_0)$?


Д/з:

На « 5 » – любые 3 задания -
карточки **розового** цвета

На « 4 » – карточки **зелёного**
цвета

На « 3 » – карточки **жёлтого**
цвета

□ б) творческое задание:
составить кроссворд по теме:
«Производная и ее  применение»

В 9 – решить из  любых двух
ЗВ 9 – 8





Итоги:

Дифференциальное исчисление — это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники.

Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества и многое, многое другое

Мы убедились в важности изучения темы "Производная", ее роли в исследовании процессов науки и техники, в возможности конструирования по реальным событиям математические модели, и решать важные задачи.