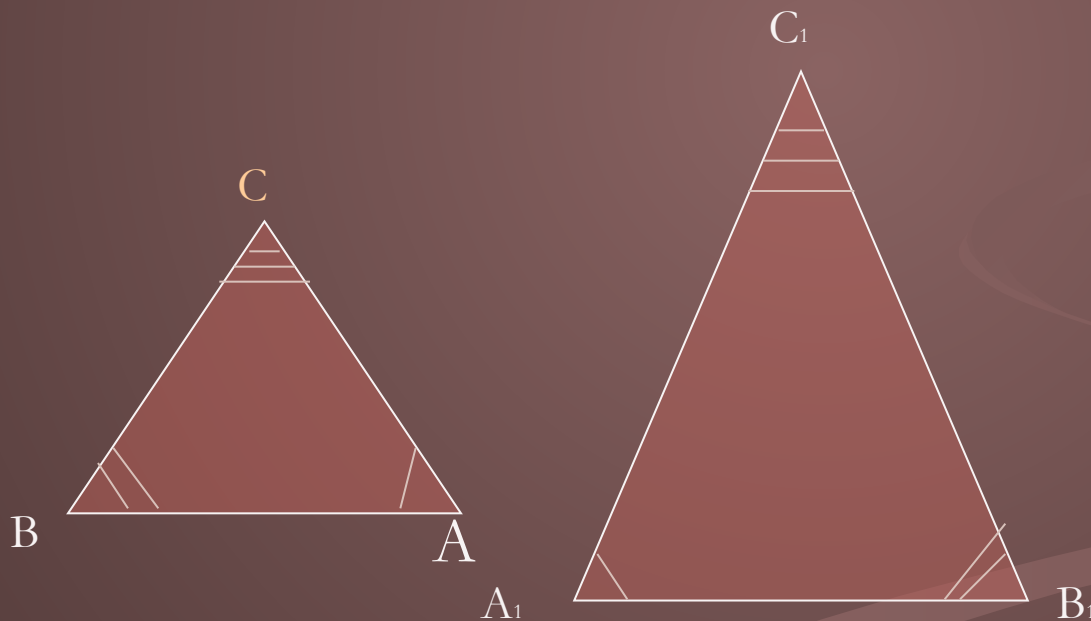


# Подобные треугольники

Признаки подобия треугольников

# Определение подобных треугольников

■ Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1;$$

$$\angle C = \angle C_1,$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\frac{AC}{A_1C_1} = k$$

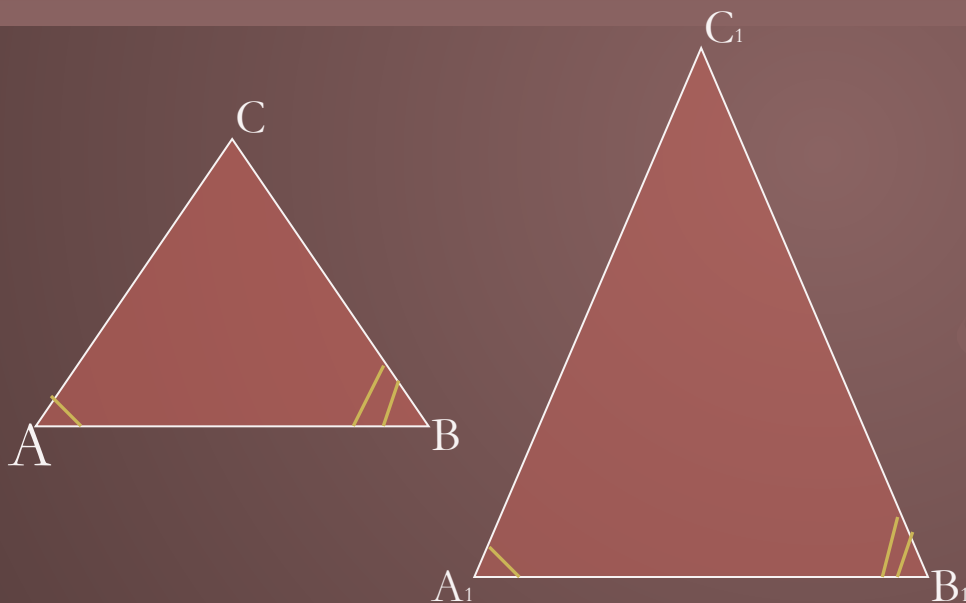
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

# Первый признак подобия треугольников

- Теорема

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

# Дано

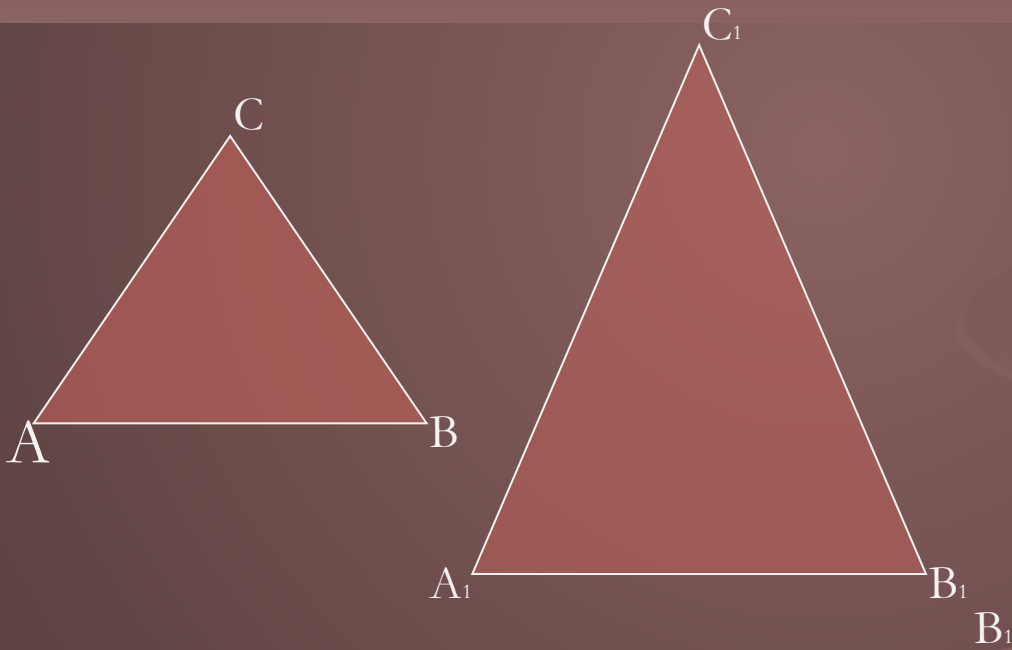


$ABC$  и  $A_1B_1C_1$  -  
треугольники

$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1$$

# Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$$



## Доказательство:

- ❖ По теореме о сумме углов треугольника:  
 $C = 180^\circ - A - B$ ,  $C_1 = 180^\circ - A_1 - B_1$ , следовательно  
угол  $C$  равен углу  $C_1$ . Значит, углы  
треугольника  $ABC$  соответственно равны  
углам треугольника  $A_1B_1C_1$ .

## Доказательство:

- ❖ Докажем, что стороны треугольника  $ABC$  пропорциональны сходственным сторонам треугольника  $A_1B_1C_1$ . Т.к.  $\angle A = \angle A_1$  и  $\angle C = \angle C_1$ , то

$$S_{ABC} / S_{A_1B_1C_1} = AB \cdot AC / A_1B_1 \cdot A_1C_1$$

$$\text{и } S_{ABC} / S_{A_1B_1C_1} = CA \cdot CB / C_1A_1 \cdot C_1B_1$$

## Доказательство:

- ❖ Из равенств пункта 2 следует, что  $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1$ . Аналогично, используя равенства  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ , получаем  $BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$ .



## Доказательство:

- ❖ Из равенств пункта 2 следует, что  $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1$ . Аналогично, используя равенства  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ , получаем  $BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$ .

# Что и требовалось доказать:

- Итак, стороны треугольника  $ABC$  пропорциональны сходственным сторонам треугольника  $A_1B_1C_1$ .  
Теорем доказана.

# Второй признак подобия треугольников.

Теорема:

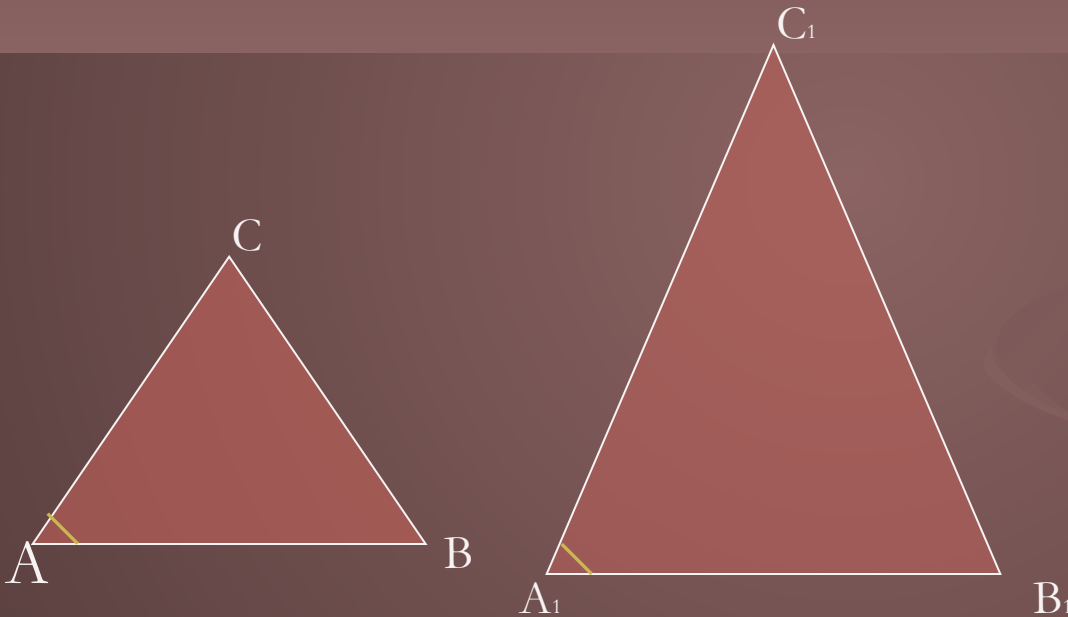


Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

# Дано

$$\angle A = \angle A_1;$$

$$AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1;$$



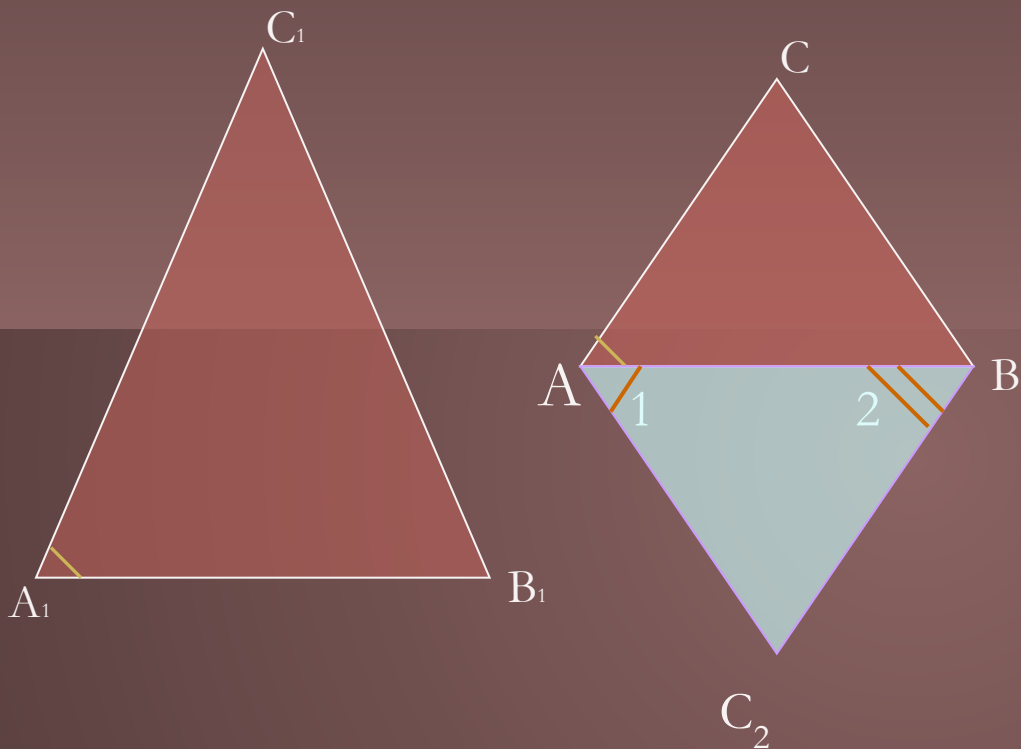
## Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

# Доказательство:

- Для того, чтобы доказать данную теорему, нужно учитывать первый признак подобия треугольников, доказанный выше. Поэтому достаточно доказать, что  $\angle B = \angle B_1$ .

# Доказательство:



- Рассмотрим треугольник  $ABC_2$ , у которого  $\angle 1 = \angle A_1$ ,  $\angle 2 = \angle B_1$ .

$\triangle ABC_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$  (по первому признаку подобия)

## Доказательство:

- Значит,  $AB/A_1B_1 = AC_2/A_1C$  с другой стороны  $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$  (по условию). Получаем  $AC = AC_2$
- $\triangle ABC$  и  $\triangle ABC_2$  равны по двум сторонам и углу между ними ( $AB$  - общая сторона,  $AC = AC_2$  и  $\angle A = \angle 1$ , т.к.  $\angle A = \angle A_1$  и  $\angle 1 = \angle A_1$ )

# Что и требовалось доказать:

- Следует, что  $\angle V = \angle 2$ , а так как  $\angle 2 = \angle V_1$ , то  $\angle V = \angle V_1$ .

Теорема доказана.



# Третий признак подобия треугольников

Доказательство теоремы

# Теорема:

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

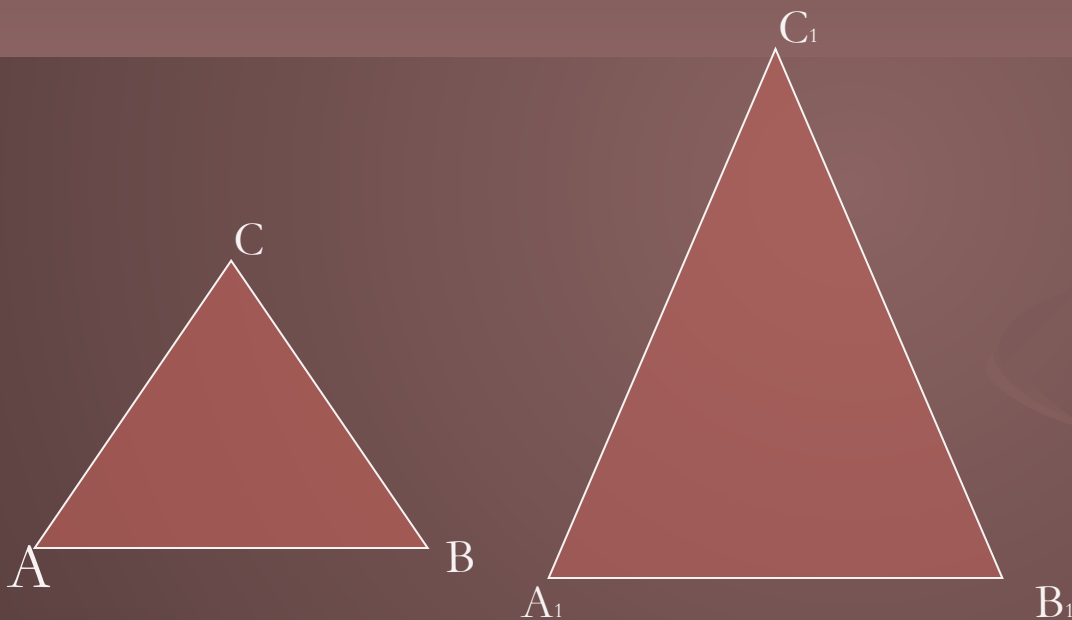
Дано:

$$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$$

$$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$$

Доказать:

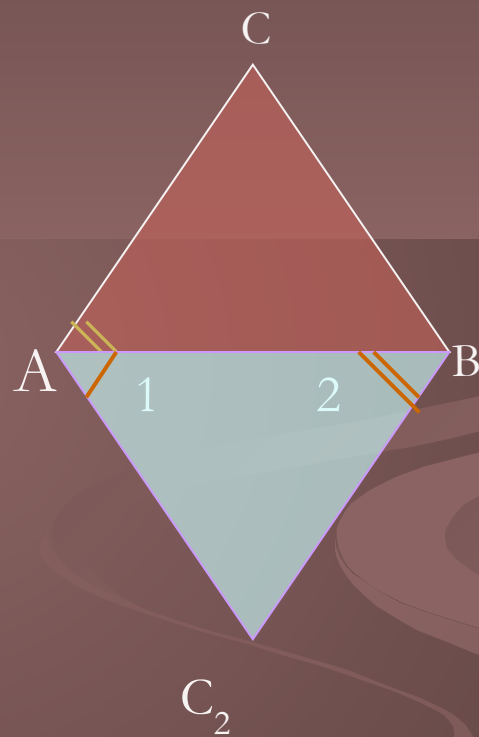
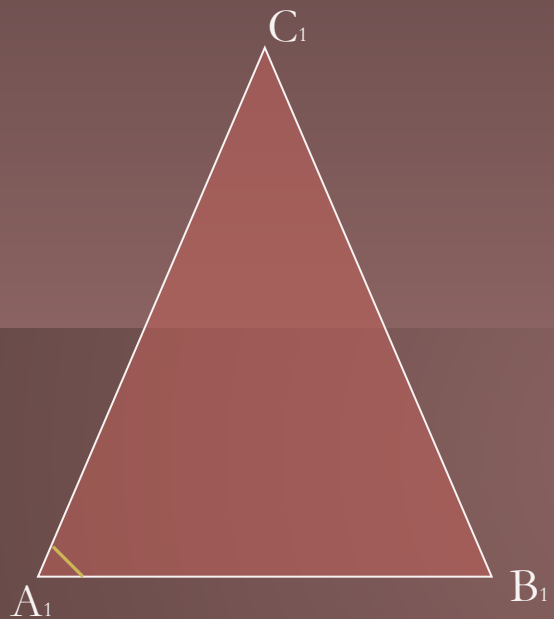
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



# Доказательство:

- Учитывая второй признак подобия треугольников, достаточно доказать, что  $\angle A = \angle A_1$ .
- Рассмотрим треугольник  $ABC_2$ , у которого  $\angle 1 = \angle A_1$ ,  $\angle 2 = \angle B_1$ .

# Доказательство:



## Доказательство:

- Треугольники  $ABC_2$  и  $A_1B_1C_1$  подобны по первому признаку подобия треугольников, поэтому  $AB/A_1B_1 = BC_2/B_1C_1 = C_2A/C_1A_1$ .

# Что и требовалось доказать:

- Получаем:  $BC = BC_2$ ,  $CA = C_2A$ . Треугольники  $ABC$  и  $ABC_2$  равны по трем сторонам. отсюда следует, что  $\angle A = \angle 1$ , а так как  $\angle 1 = \angle A_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$ .

Выполнила ученица 10Б  
Смоленышева Анастасия