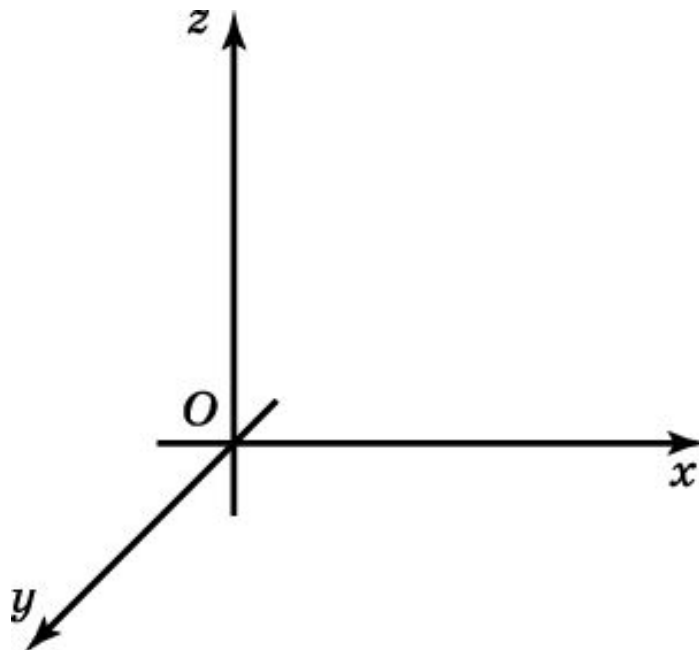


# Прямоугольная система координат

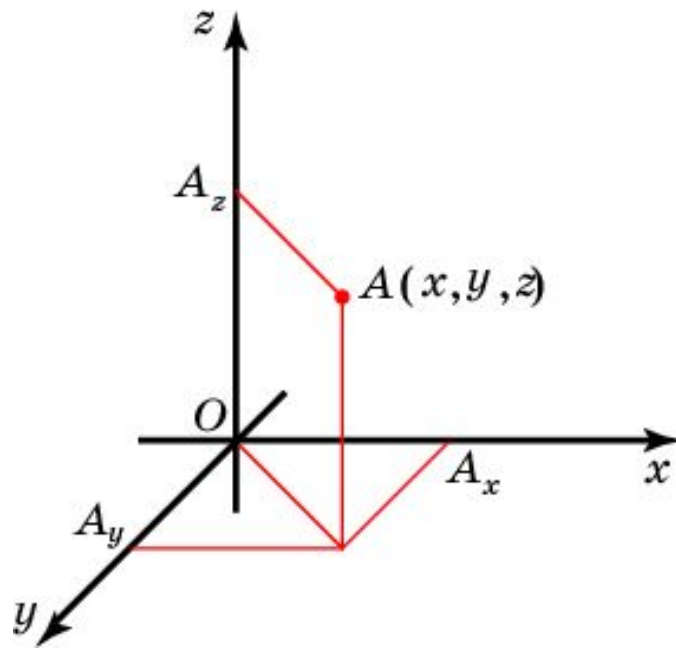
Прямоугольной системой координат в пространстве называется тройка взаимно перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат. Общее начало координат обозначается буквой  $O$ , а координатные прямые обозначаются  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  и называются соответственно **осью абсцисс**, **осью ординат** и **осью аппликат**.

Плоскости, проходящие через пары координатных прямых, называются **координатными плоскостями** и обозначаются  $Oxy$ ,  $Oxz$  и  $Oyz$  соответственно.



## Координаты точки

Пусть  $A$  - произвольная точка пространства, в котором выбрана прямоугольная система координат. Через точку  $A$  проведем плоскость, перпендикулярную оси  $Ox$ , и точку ее пересечения с осью  $Ox$  обозначим  $A_x$ . Координата этой точки на оси  $Ox$  называется **абсциссой** точки  $A$  и обозначается  $x$ . Аналогично на осях  $Oy$  и  $Oz$  определяются точки  $A_y$  и  $A_z$ , координаты которых называются соответственно **ординатой** и **апplikатой** точки  $A$  и обозначаются  $y$  и  $z$  соответственно. Тройка чисел  $(x, y, z)$  называется **координатами точки  $A$  в пространстве**.



# Р. Декарт

Впервые прямоугольные координаты были введены Р. Декартом (1596-1650), поэтому прямоугольную систему координат называют также **декартовой системой координат**, а сами координаты — **декартовыми координатами**. Введение прямоугольных координат на плоскости позволило свести многие геометрические задачи к чисто алгебраическим и, наоборот, алгебраические задачи — к геометрическим. Метод, основанный на этом, называется **методом координат**.



## Упражнение 1

Найдите координаты ортогональных проекций точек  $A(1, 3, 4)$  и  $B(5, -6, 2)$  на: а) плоскость  $Oxy$ ; б) плоскость  $Oyz$ ; в) ось  $Ox$ ; г) ось  $Oz$ .

**Ответ:** а)  $(1, 3, 0)$ ,  $(5, -6, 0)$ ; б)  $(0, 3, 4)$ ,  $(0, -6, 2)$ ; в)  $(1, 0, 0)$ ,  $(5, 0, 0)$ ; г)  $(0, 0, 4)$ ,  $(0, 0, 2)$ .

## Упражнение 2

Что представляет собой геометрическое место точек пространства, для которых: а) первая координата равна нулю; б) вторая координата равна нулю; в) третья координата равна нулю; г) первая и вторая координаты равны нулю; д) первая и третья координаты равны нулю; е) вторая и третья координаты равны нулю; ж) все координаты равны нулю?

**Ответ:** а) Плоскость  $Oyz$ ; б) плоскость  $Oxz$ ; в) плоскость  $Oxy$ ;  
г) ось  $Oz$ ; д) ось  $Oy$ ; е) ось  $Ox$ ; ж) начало координат.

### Упражнение 3

На каком расстоянии находится точка  $A(1, -2, 3)$  от координатной плоскости: а)  $Oxy$ ; б)  $Oxz$ ; в)  $Oyz$ ?

Ответ: а) 3;

б) 2;

в) 1.

## Упражнение 4

На каком расстоянии находится точка  $A(1, -2, 3)$  от координатной прямой: а)  $Ox$ ; б)  $Oy$ ; в)  $Oz$ ?

Ответ: а)  $\sqrt{13}$ ;

б)  $\sqrt{10}$ ;

в)  $\sqrt{5}$ .

## Упражнение 5

Каким является геометрическое место точек пространства, для которых: а) первая координата равна единице; б) первая и вторая координаты равны единице?

**Ответ:** а) Плоскость, параллельная плоскости  $Oyz$  и проходящая через точку  $(1, 0, 0)$ ;

б) прямая, параллельная оси  $Oz$  и проходящая через точку  $(1, 1, 0)$ .



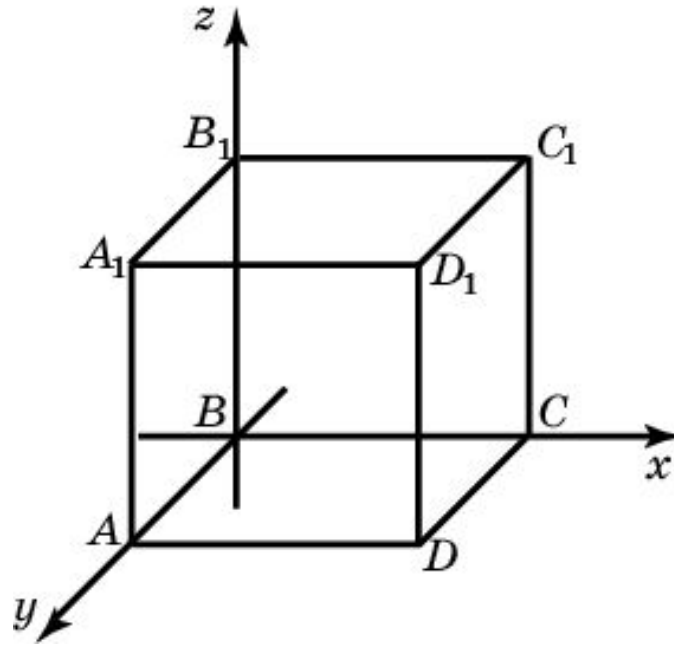
## Упражнение 6

Какому условию удовлетворяют координаты точек пространства, одинаково удаленные от: а) двух координатных плоскостей  $Oxy$ ,  $Oyz$ ; б) всех трех координатных плоскостей?

**Ответ:** а)  $z=x$ ;      б)  $x=y=z$ .

## Упражнение 7

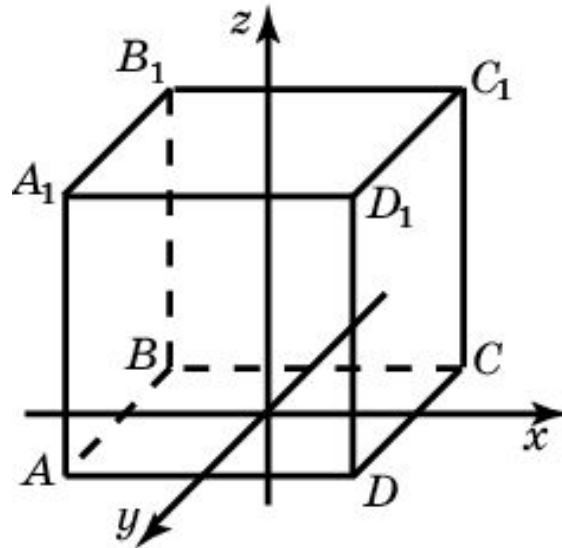
Дан куб  $A...D_1$ , ребро которого равно 1. Начало координат находится в точке  $B$ . Положительные лучи осей координат соответственно  $BA$ ,  $BC$  и  $BB_1$ . Назовите координаты всех вершин куба.



**Ответ:**  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 0, 0)$ ,  $C(0, 1, 0)$ ,  $D(1, 1, 0)$ ,  $A_1(1, 0, 1)$ ,  $B_1(0, 0, 1)$ ,  $C_1(0, 1, 1)$ ,  $D_1(1, 1, 1)$ .

## Упражнение 8

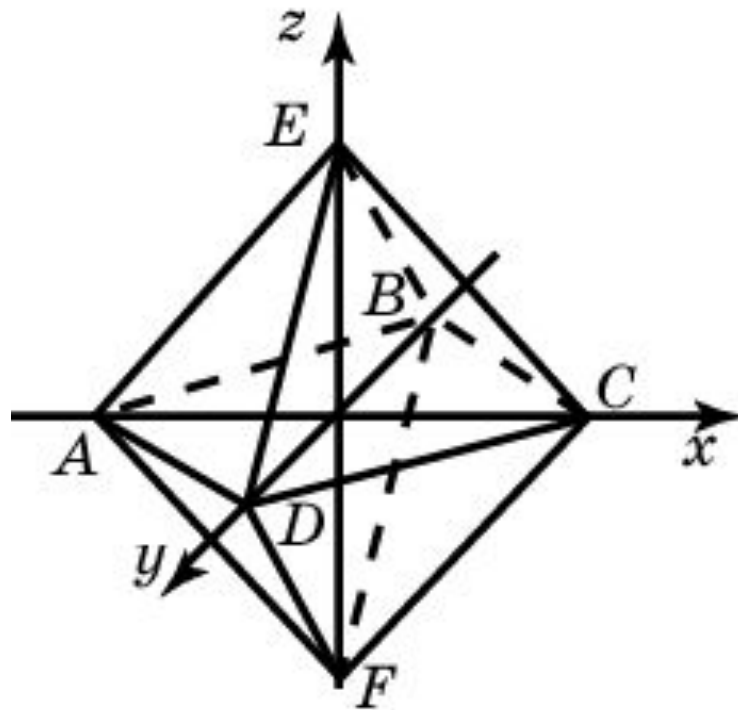
Куб  $A...D_1$  помещен в прямоугольную систему координат так, что началом координат является центр нижнего основания куба, ребра куба параллельны соответствующим осям координат, вершина  $A$  имеет координаты  $(-2, 2, 0)$ . Найдите координаты всех остальных вершин куба.



**Ответ:**  $B(-2, -2, 0)$ ,  $C(2, -2, 0)$ ,  $D(2, 2, 0)$ ,  $A_1(-2, 2, 4)$ ,  $B_1(-2, -2, 4)$ ,  $C_1(2, -2, 4)$ ,  $D_1(2, 2, 4)$ .

## Упражнение 9

Центром октаэдра является начало координат. Две его вершины имеют координаты  $(1, 0, 0)$  и  $(0, 1, 0)$ . Найдите координаты остальных вершин октаэдра.



**Ответ:**  $(-1, 0, 0)$ ,  $(0, -1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ ,  $(0, 0, -1)$ .

## Упражнение 10

Как расположена сфера радиуса 2 с центром в точке с координатами  $(1, 2, 3)$  относительно координатных плоскостей?

**Ответ:** Не имеет общих точек с координатной плоскостью  $Oxz$ ; касается координатной плоскости  $Oxz$ ; пересекает координатную плоскость  $Oyz$ .

## Упражнение 11

Точка  $A$  имеет координаты  $(x, y, z)$ . Найдите координаты симметричной точки относительно: а) координатных плоскостей; б) координатных прямых; в) начала координат.

**Ответ:** а)  $(-x, y, z)$ ,  $(x, -y, z)$ ,  $(x, y, -z)$ ;

б)  $(-x, -y, z)$ ,  $(-x, y, -z)$ ,  $(x, -y, -z)$ ;

в)  $(-x, -y, -z)$ .

## Упражнение 12

Найдите координаты середины отрезка: а)  $AB$ , если  $A(1, 2, 3)$  и  $B(-1, 0, 1)$ ; б)  $CD$ , если  $C(3, 3, 0)$  и  $D(3, -1, 2)$ .

**Ответ:** а)  $(1, 1, 2)$ ;

б)  $(3, 1, 1)$ .