

ГБОУ гимназия №1565 «Свиблово» г.  
Москвы

# Прямоугольный параллелепипед в задачах В9 и В11 ЕГЭ

Геометрия 11 класс

Учитель математики Алпатова Галина  
Михайловна

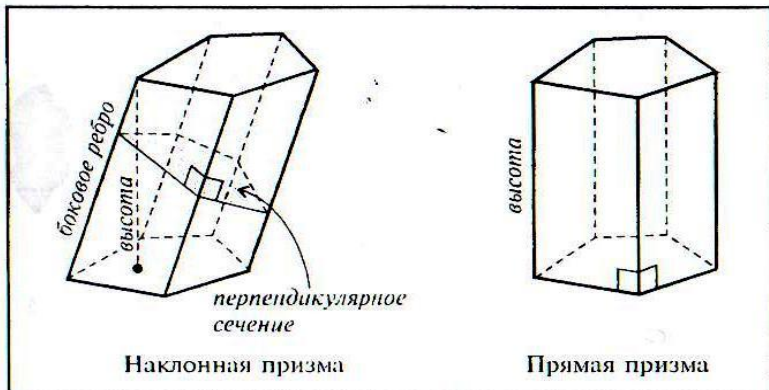
[5klass.net](http://5klass.net)

# Прямоугольный параллелепипед

## ПРИЗМА

Так называется многогранник, две грани которого (основания) — равные  $n$ -угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные  $n$  граней (боковые грани) — параллелограммы.

Призма называется правильной, если она прямая и ее основания — правильные многоугольники.

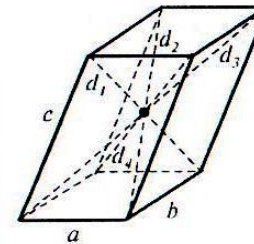


## ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ПРИЗМЫ

	Наклонная призма	Прямая призма
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$ , где $P_{\text{сеч}}$ — периметр перпендикулярного сечения, $l$ — длина бокового ребра	$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$ , где $P_{\text{осн}}$ — периметр основания, $H$ — высота
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$
Объем	$V = S_{\text{сеч}} \cdot l$ , где $S_{\text{сеч}}$ — площадь перпендикулярного сечения, $l$ — боковое ребро	$V = S_{\text{осн}} \cdot H$ , где $S_{\text{осн}}$ — площадь основания призмы, $H$ — высота.

## ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Так называется призма, основания которой — параллелограммы.



Все грани параллелепипеда — параллелограммы.

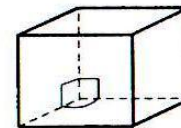
Противоположные грани параллельны и равны.

Все четыре диагонали пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Точка пересечения диагоналей — центр симметрии.

Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех ребер:

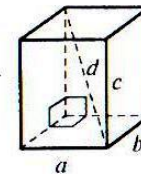
$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$



### Прямой параллелепипед:

боковые ребра перпендикулярны основаниям.

Боковые грани — *прямоугольники*, а основания — *параллелограммы*.



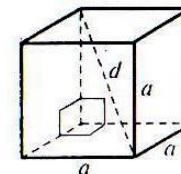
### Прямоугольный параллелепипед:

прямой параллелепипед, основания которого — *прямоугольники*.

Все диагонали равны.

Квадрат диагонали равен сумме квадратов ребер, исходящих из одной вершины:  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ .

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac); V = abc.$$



### Куб:

все грани — квадраты.

Все ребра равны.

$$d = \sqrt{3}a, S_{\text{полн}} = 6a^2, V = a^3.$$

# Формулы полной поверхности и объёма прямоугольного параллелепипеда

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

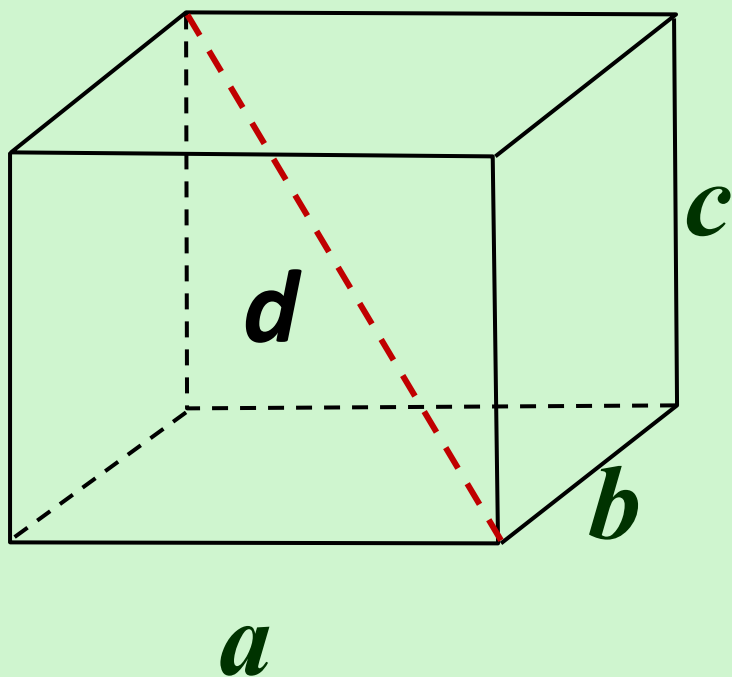
$$S_{\text{пов.}} = 2(ab + bc + ac)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

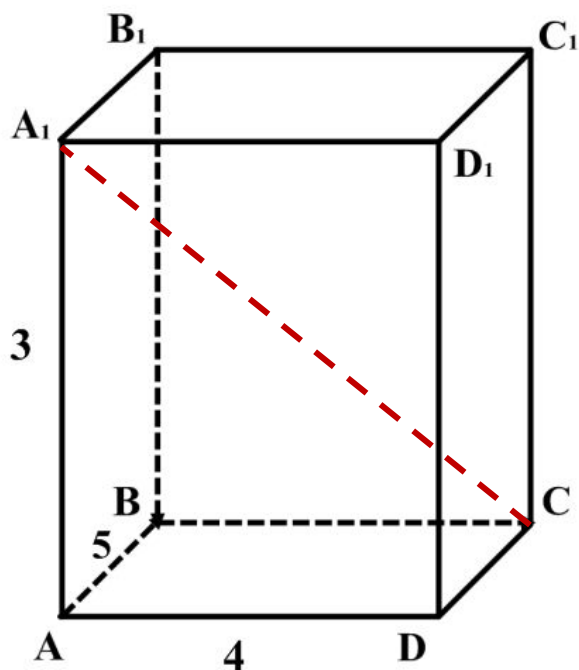
$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$



№1.

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $A_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .

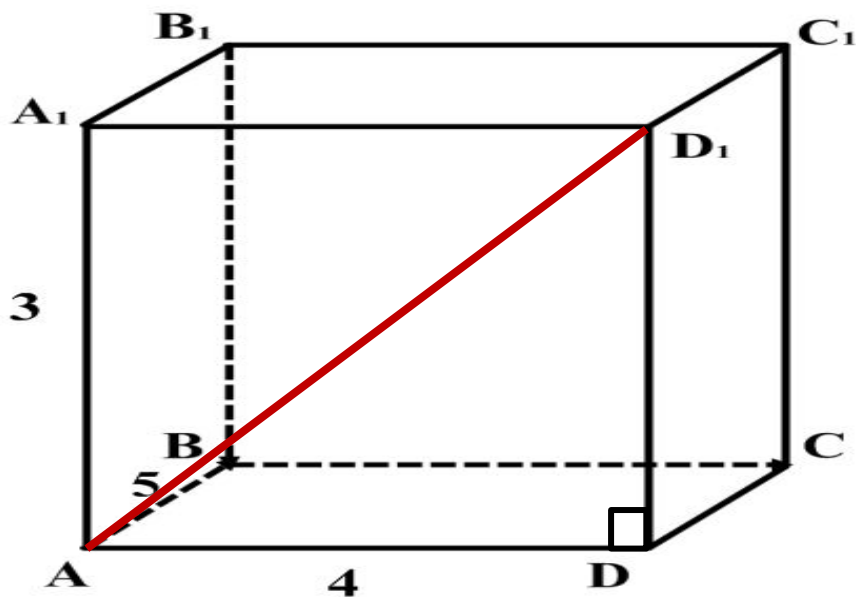


$$CA_1^2 = ?$$

$$CA_1^2 = 4^2 + 5^2 + 3^2 = 16 + 25 + 9 = 50.$$

№2.

Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .



$$AD_1 = ?$$

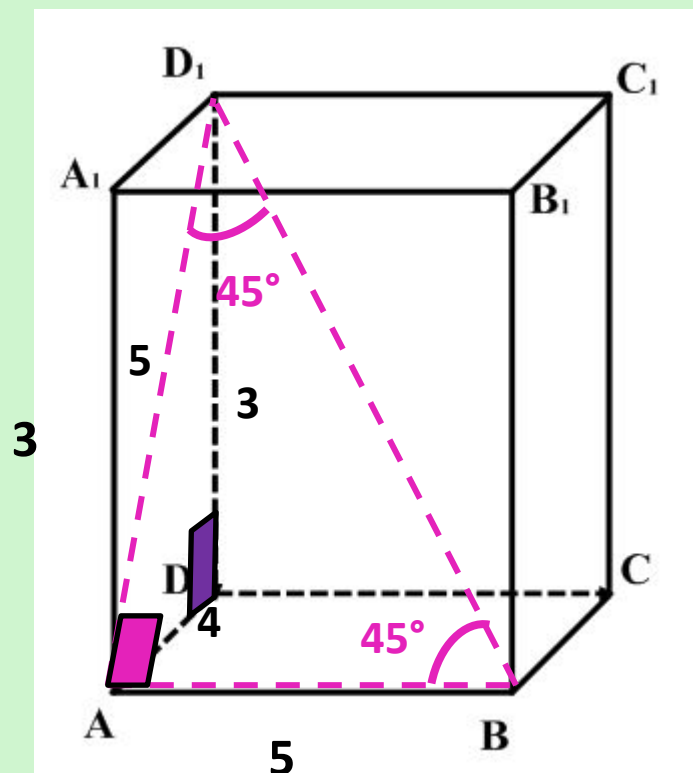
$$\text{В } \triangle AD_1D$$

$$\angle D = 90^\circ$$

$$AD_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

№3.

Найдите угол  $ABD_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ . Ответ дайте в градусах.



$$ABD_1 = ?$$

$$\text{В } \triangle ADD_1 \quad \angle D = 90^\circ ;$$

$$AD_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

$$AD_1 = AB = 5;$$

$\triangle ADD_1$  - равнобедренный треугольник,  $\angle A = 90^\circ$ ;

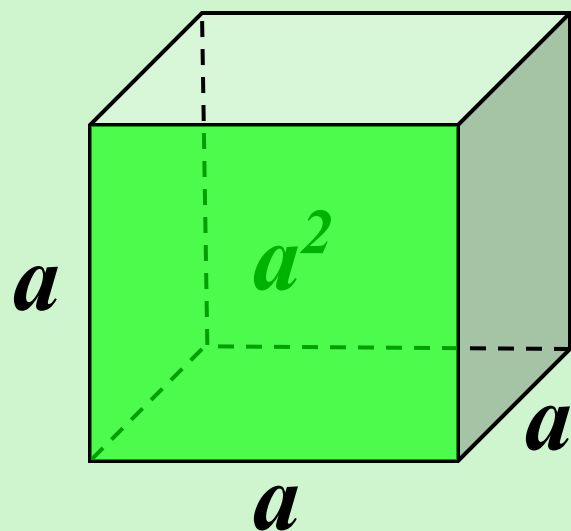
$$\angle D_1 = \angle B = 45^\circ; \quad \angle ABD_1 = 45^\circ.$$

№ 4.

Объем куба равен

64.

Найдите площадь его  
поверхности.



$$V = a^3$$

$$S = 6a^2$$

$$V = 64$$

$$S = 6 \cdot 4^2$$

$$a^3 = 64$$

$$S = 96$$

$$a = \sqrt[3]{64}$$

$$a = 4$$

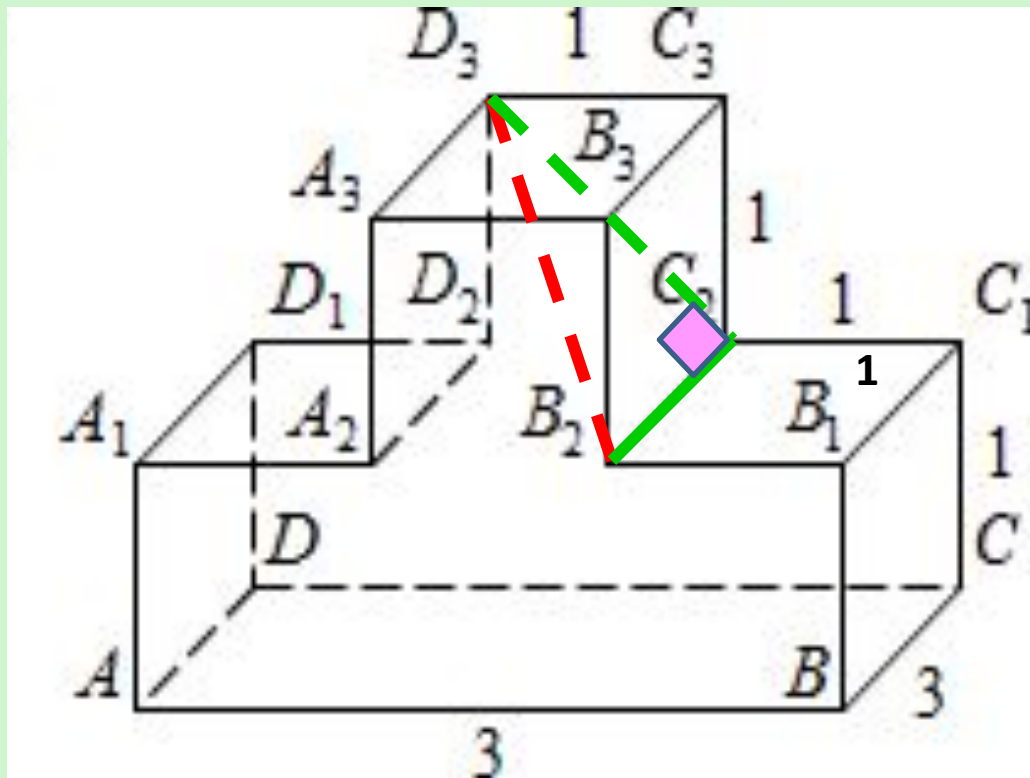
В 9

9

6

№5. ОБЗ ЕГЭ №245376.

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B_2$  и  $D_3$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



$\triangle C_2B_2D_3$ -  
прямоугольный  
треугольник.

$$B_2D_3^2 = (1^2 + 1^2) + 3^2 = 11.$$

Ответ: 11.

В 9

1 1

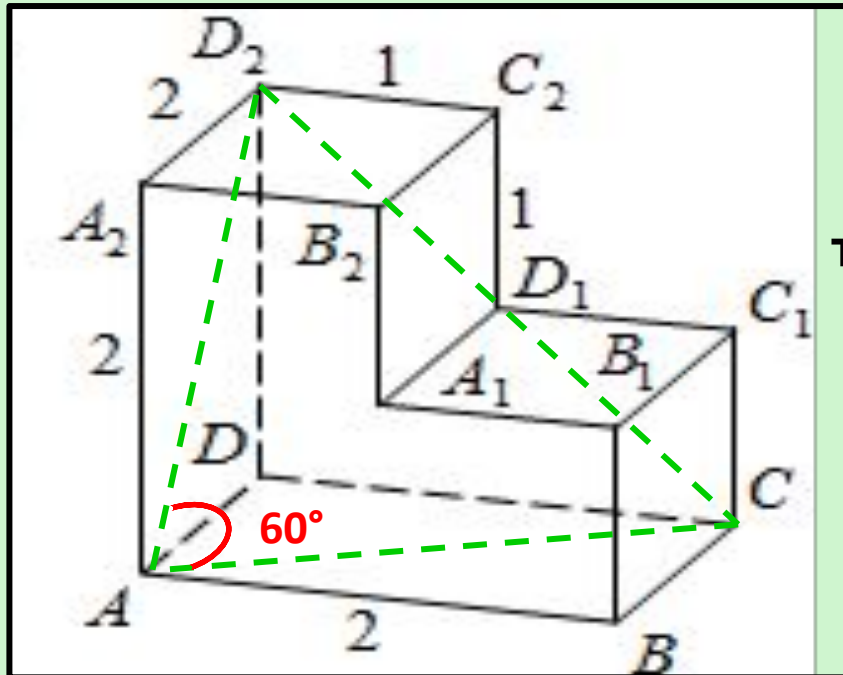


№ 6.

ОБЗ ЕГЭ №245373.

Найдите угол  $CAD_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.

$AD_2 = CD_2 = CA$ - диагонали  
равных квадратов .



$\triangle CAD_2$  - равносторонний  
треугольник.

$\angle$

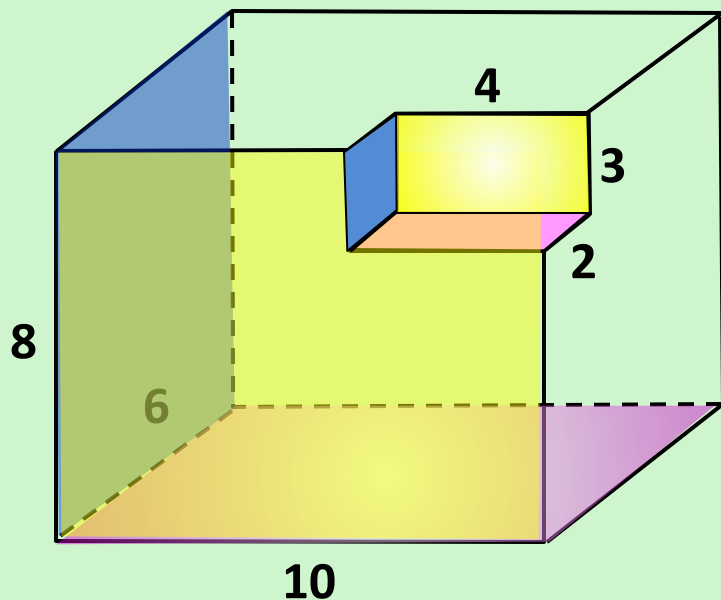
$$CAD_2 = 60^\circ.$$

Ответ:60

В 9

6 0

**№ 7. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).**

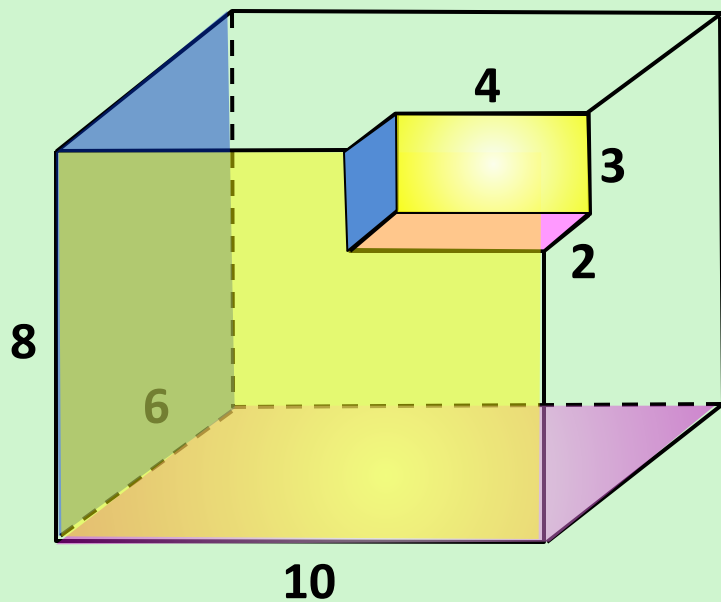


Площадь поверхности данной фигуры будет равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда.

$$S_{mn} = 2(8 \cdot 10 + 8 \cdot 6 + 6 \cdot 10) = 188$$

В 9	1	8	8			
-----	---	---	---	--	--	--

№8. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$V_1 = 8 \cdot 10 \cdot 6 = 480$$

$$\{8;6;10\}$$

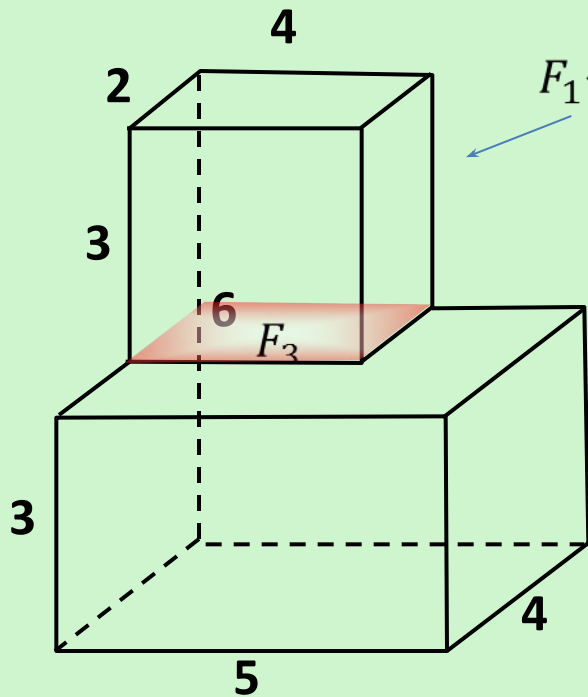
$$V_2 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\{2;3;4\}$$

$$V = V_1 - V_2 = 480 - 24 = 456$$

В 9	4	5	6			
-----	---	---	---	--	--	--

№9. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$F_1\{3,2,4\}$$

$$S_1 = 2 \cdot (3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 3) = 52$$

$$F_2\{3,5,4\}$$

$$S_2 = 2 \cdot (3 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3) = 94$$

$$F_3\{2,4\}$$

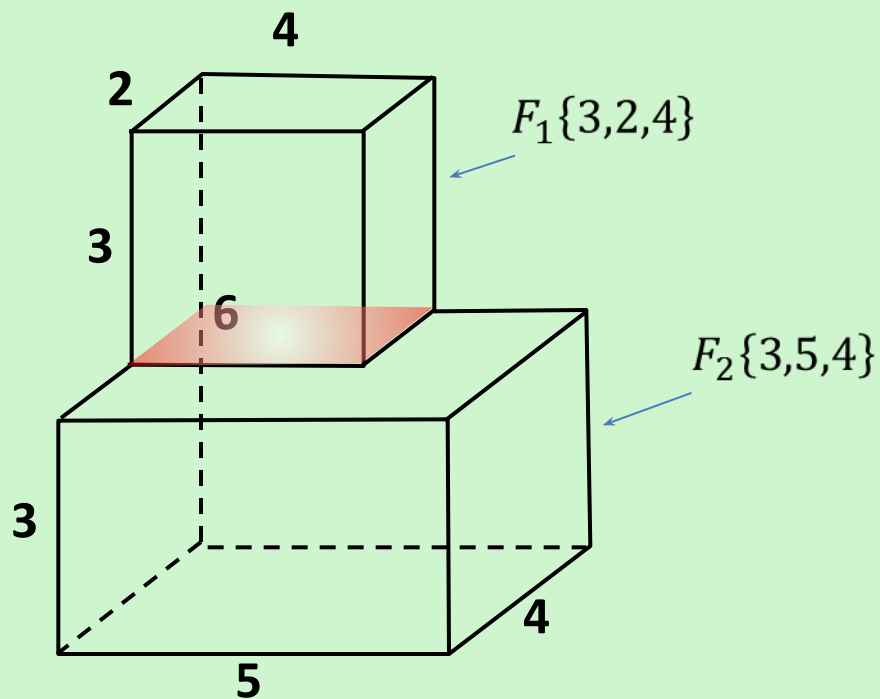
$$S_3 = 2 \cdot 4 = 8$$

$$S = S_1 + S_2 - 2 \cdot S_3 = 52 + 94 - 2 \cdot 8 = 130$$

В 9

1 3 0

№10. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$V_1 = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$$

$$V_2 = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

$$V = V_1 + V_2 = 24 + 60 = 84$$

В 9

8 4

***Домашнее задание***

***№1-10.***

***Приложение 3.***