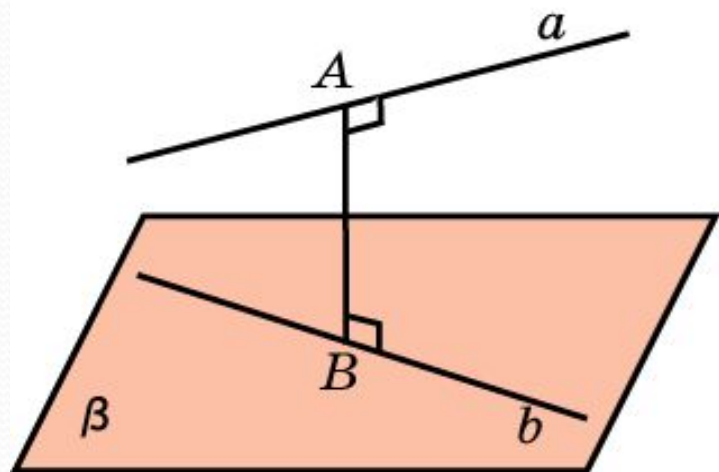
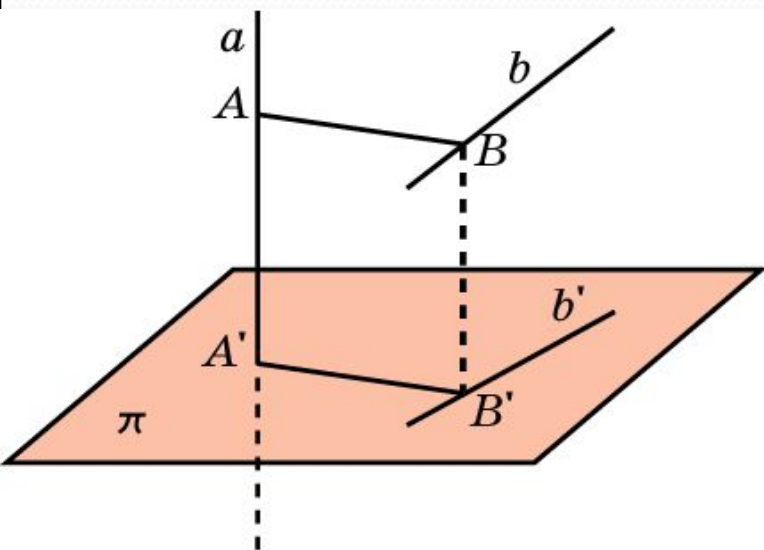


# РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ



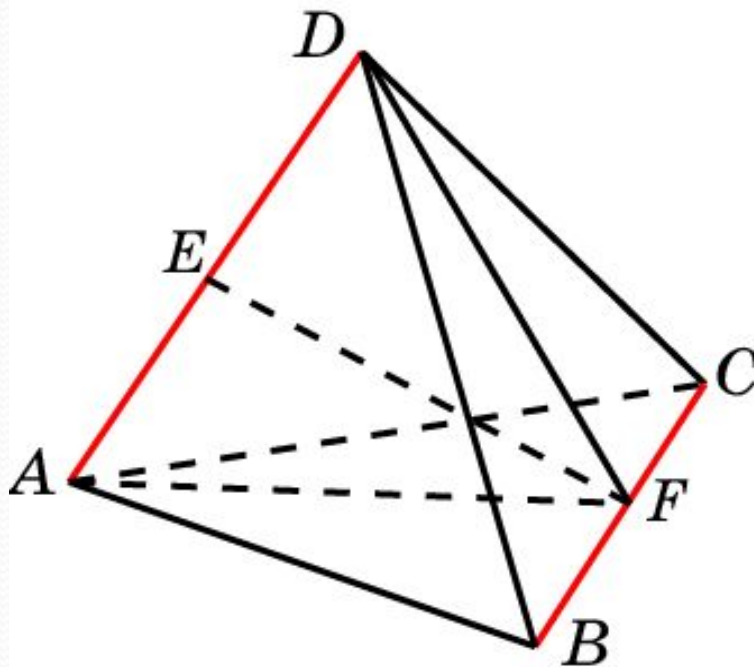
Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым.

Если одна из двух данных прямых лежит в плоскости, а другая – параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью.



Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую  $a$  в точку  $A'$ , а прямую  $b$  в прямую  $b'$ , то расстояние  $AB$  между прямыми  $a$  и  $b$  равно расстоянию  $A'B'$  от точки  $A'$  до прямой  $b'$ .

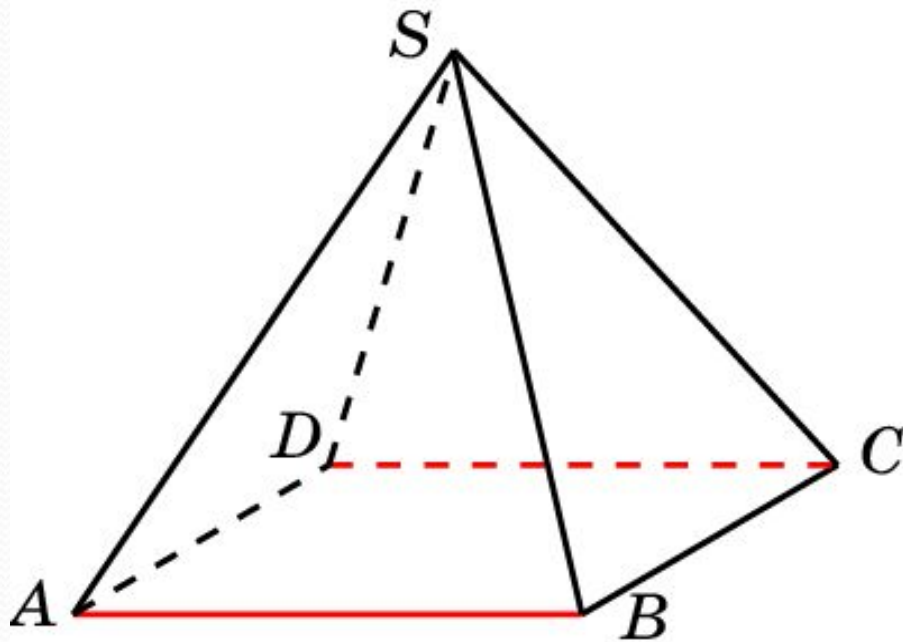
В правильном тетраэдре  $ABCD$  найдите расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$ .



**Решение.** Искомое расстояние равно длине отрезка  $EF$ , где  $E, F$  – середины ребер  $AD, BC$ . В треугольнике  $DAG$   $DA = 1$ ,  $AG = DG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Следовательно,  $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

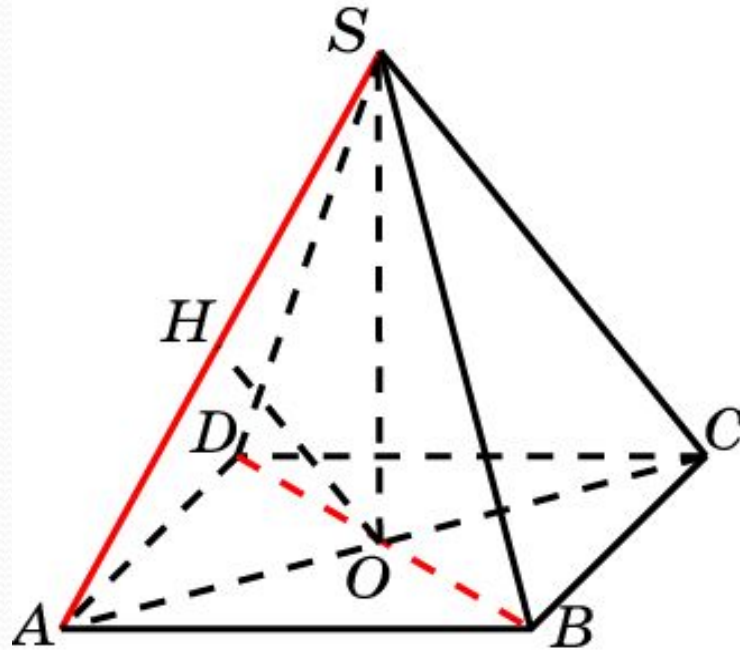
**Ответ:**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BD$ .



Ответ: 1.

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BD$ .

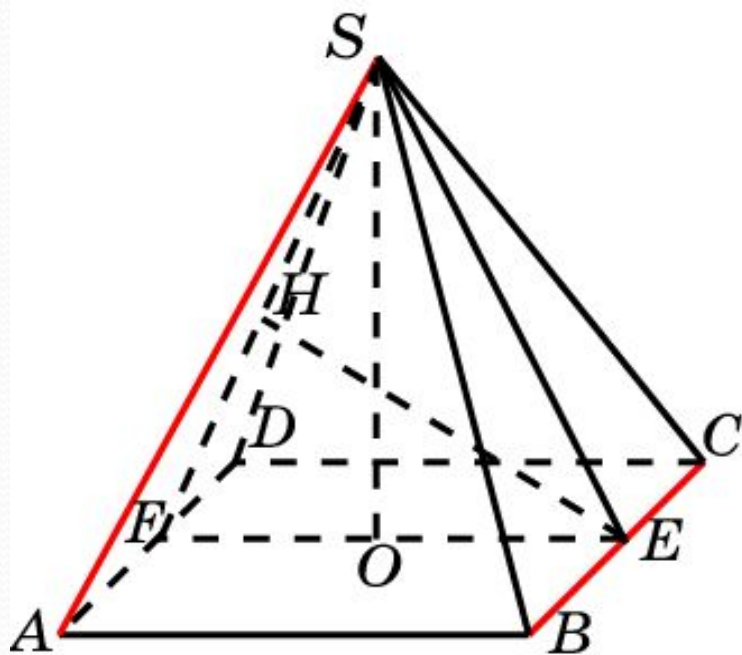


**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $OH$  треугольника  $SAO$ , где  $O$  – середина  $BD$ . В прямоугольном треугольнике  $SAO$

имеем:  $SA = 1$ ,  $AO = SO = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Следовательно,  $OH = \frac{1}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BC$ .

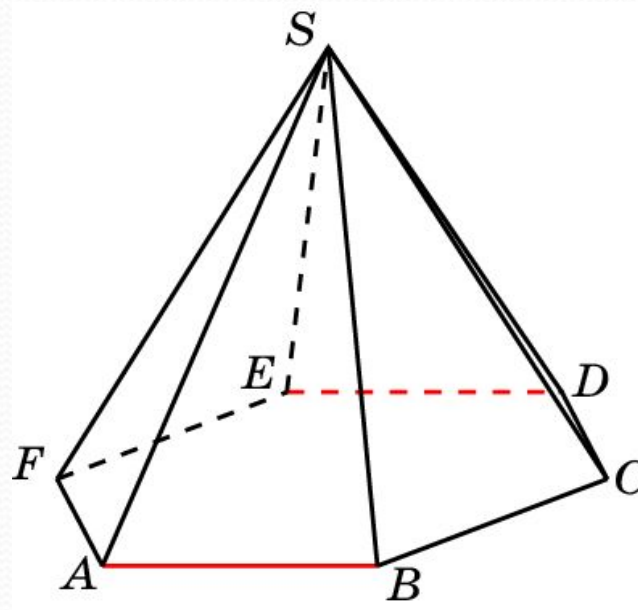


**Решение.** Плоскость  $SAD$  параллельна прямой  $BC$ . Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию между прямой  $BC$  и плоскостью  $SAD$ . Оно равно высоте  $EH$  треугольника  $SEF$ , где  $E, F$  – середины ребер  $BC, AD$ . В треугольнике  $SEF$  имеем:

$$EF = 1, SE = SF = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Высота } SO \text{ равна } \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Следовательно, } EH = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

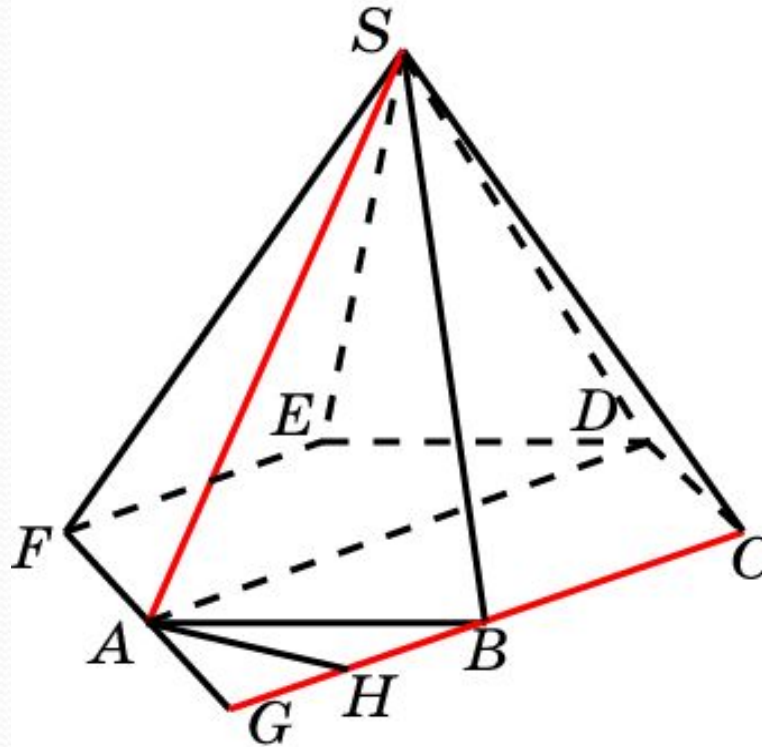
Ответ:  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

В правильной 6-ой пирамиде  $SABCDEF$ , ребра основания которой равны 1, найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $DE$ .



Ответ:  $\sqrt{3}$ .

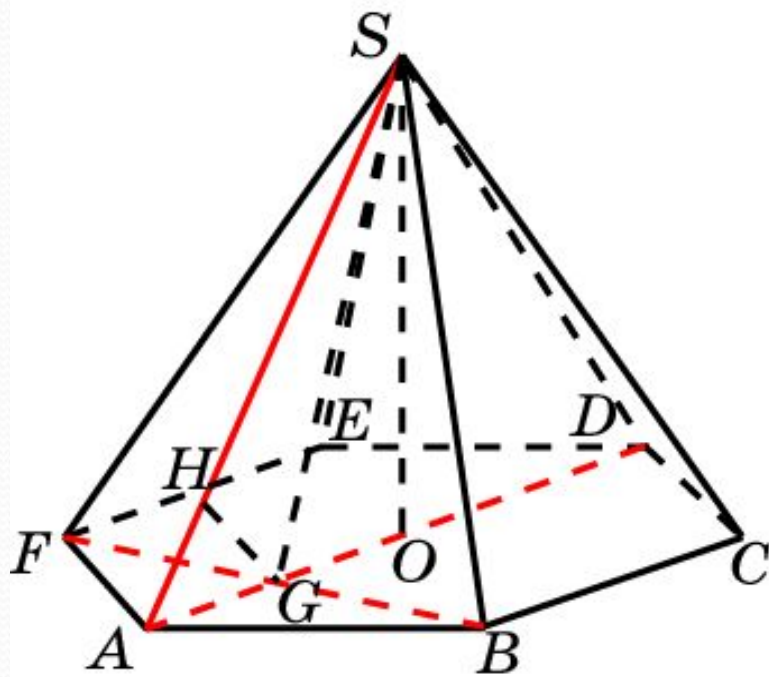
В правильной 6-ой пирамиде  $SABCDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BC$ .



**Решение:** Продолжим ребра  $BC$  и  $AF$  до пересечения в точке  $G$ . Общим перпендикуляром к  $SA$  и  $BC$  будет высота  $AH$  треугольника  $ABG$ . Она равна  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-ой пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BF$ .

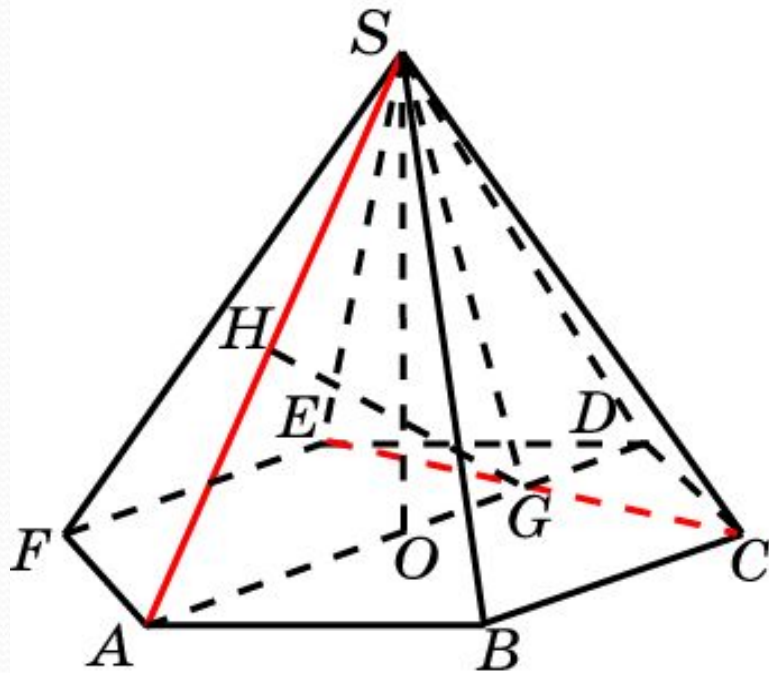


**Решение:** Искомым расстоянием является высота  $GH$  треугольника  $SAG$ , где  $G$  – точка пересечения  $BF$  и  $AD$ . В треугольнике  $SAG$  имеем:  
 $SA = 1$ ,  $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , высота  $SO$  равна  $\sqrt{3}$ .  
Отсюда находим  $GH = \frac{3}{4}$ .

Ответ:  $\frac{3}{4}$ .



В правильной 6-ой пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $CE$ .

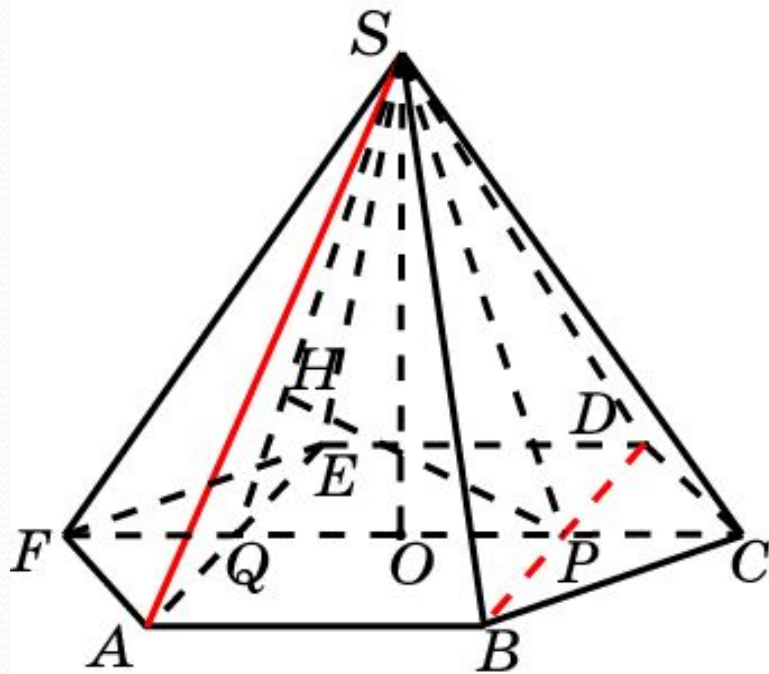


**Решение:** Искомым расстоянием является высота  $GH$  треугольника  $SAG$ , где  $G$  – точка пересечения  $CE$  и  $AD$ . В треугольнике  $SAG$  имеем:

$SA = 2$ ,  $AG = \frac{3}{2}$ , высота  $SO$  равна  $\sqrt{3}$ . Отсюда находим  $GH = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

**Ответ:**  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

В правильной 6-ой пирамиде  $SABCDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BD$ .



**Решение:** Прямая  $BD$  параллельна плоскости  $SAE$ . Искомое расстояние равно расстоянию между прямой  $BD$  и этой плоскостью и равно высоте  $PH$  треугольника  $SPQ$ . В этом треугольнике высота  $SO$  равна  $\sqrt{3}$ ,  $PQ = 1$ ,  $SP = SQ = \frac{\sqrt{13}}{2}$ . Отсюда находим  $PH = \frac{2\sqrt{39}}{13}$ .

**Ответ:**  $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ .