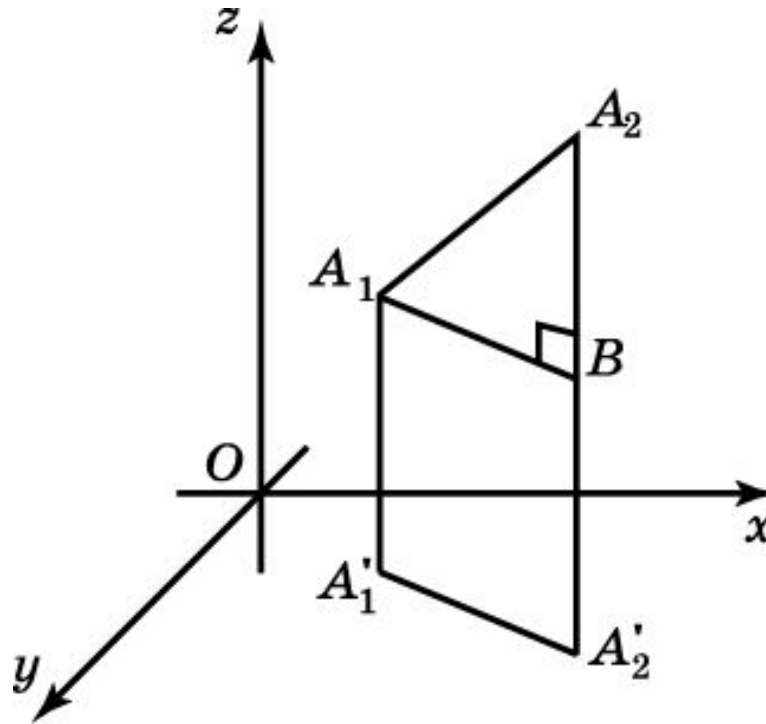


## Расстояние между точками

**Теорема.** Расстояние между точками  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$  в пространстве выражается формулой

$$A_1A_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$



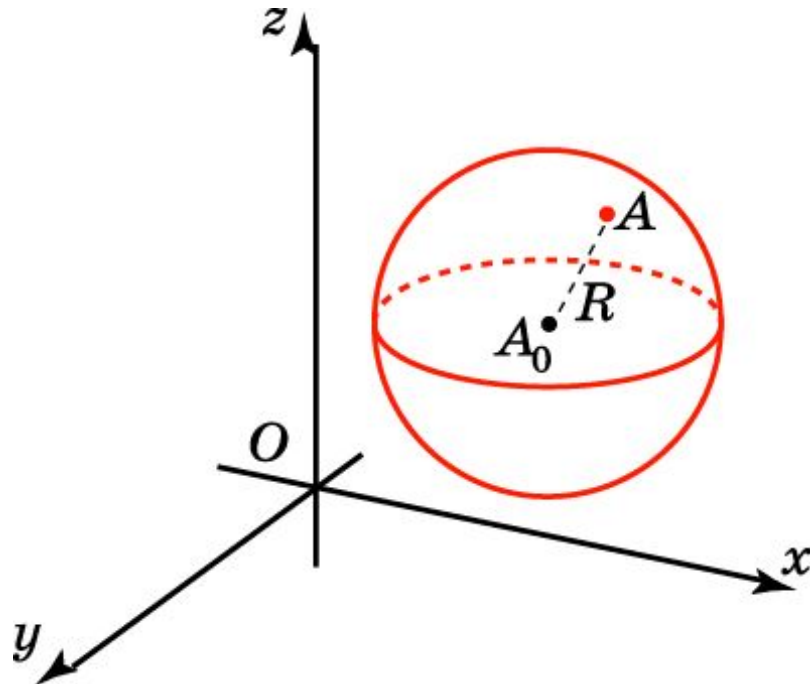
## Сфера и шар

Координаты точек сферы с центром в точке  $A_0(x_0, y_0, z_0)$  и радиусом  $R$  удовлетворяют равенству

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2.$$

Координаты точек шара с центром в точке  $A_0(x_0, y_0, z_0)$  и радиусом  $R$  удовлетворяют неравенству

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 \leq R^2.$$



## Упражнение 1

Найдите расстояние между точками  $A_1(1, 2, 3)$  и  $A_2(-1, 1, 1)$ ,  
 $B_1(3, 4, 0)$  и  $B_2(3, -1, 2)$ .

Ответ: 3,  $\sqrt{29}$ .

## Упражнение 2

Какая из точек  $A (2, 1, 5)$  или  $B (-2, 1, 6)$  лежит ближе к началу координат?

Ответ: Точка  $A$ .

### Упражнение 3

Даны точки  $M (1,-2,-3)$ ,  $N (-2,3,1)$  и  $K (3,1,-2)$ . Найдите периметр треугольника  $MNK$ .

Ответ:  $\sqrt{2}(5 + \sqrt{7} + \sqrt{19})$ .

## Упражнение 4

Определите вид треугольника, если его вершины имеют координаты:  $A(0, 0, 2)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(2, 0, 0)$ .

Ответ: Равносторонний.

## Упражнение 5

Найдите координаты центра  $C$  и радиус  $R$  сферы, заданной уравнением:

а)  $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 9$ ;

б)  $x^2 + (y - 6)^2 + (z + 1)^2 = 11$ .

**Ответ:** а)  $C(2, -5, 0)$ ,  $R = 3$ ; б)  $C(0, 6, -1)$ ,  $R = \sqrt{11}$ .

## Упражнение 6

Напишите уравнение сферы:

а) с центром в точке  $O(0, 0, 0)$  и радиусом 1;

б) с центром в точке  $C(1, -2, 3)$  и радиусом 4.

**Ответ:** а)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ;    б)  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ .



## Упражнение 7

Напишите уравнение сферы с центром в точке  $O(1, 2, -1)$ , касающейся координатной плоскости: а)  $Oxy$ ; б)  $Oxz$ ; в)  $Oyz$ .

**Ответ:** а)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$ ;

б)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$ ;

в)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$ .

## Упражнение 8

Напишите уравнение сферы с центром в точке  $O(3, -2, 1)$ , касающейся координатной прямой: а)  $Ox$ ; б)  $Oy$ ; в)  $Oz$ .

**Ответ:** а)  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$ ;

б)  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 10$ ;

в)  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 13$ .

## Упражнение 9

Найдите уравнения сфер радиуса  $R$ , касающихся трех координатных плоскостей.

Ответ: 8 сфер  $(x \pm R)^2 + (y \pm R)^2 + (z \pm R)^2 = R^2$ .

## Упражнение 10

Докажите, что уравнение  $x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 0$  задает сферу в пространстве. Найдите ее радиус и координаты центра.

Ответ:  $O(2, 0, 0)$ ,  $R = 2$ .

## Упражнение 11

Как расположена точка  $A(5, 1, 2)$  относительно сферы  $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ ?

Ответ: Лежит внутри сферы.

## Упражнение 12

Как расположены друг относительно друга сферы  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$ ,  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ ?

**Ответ:** Не имеют общих точек.

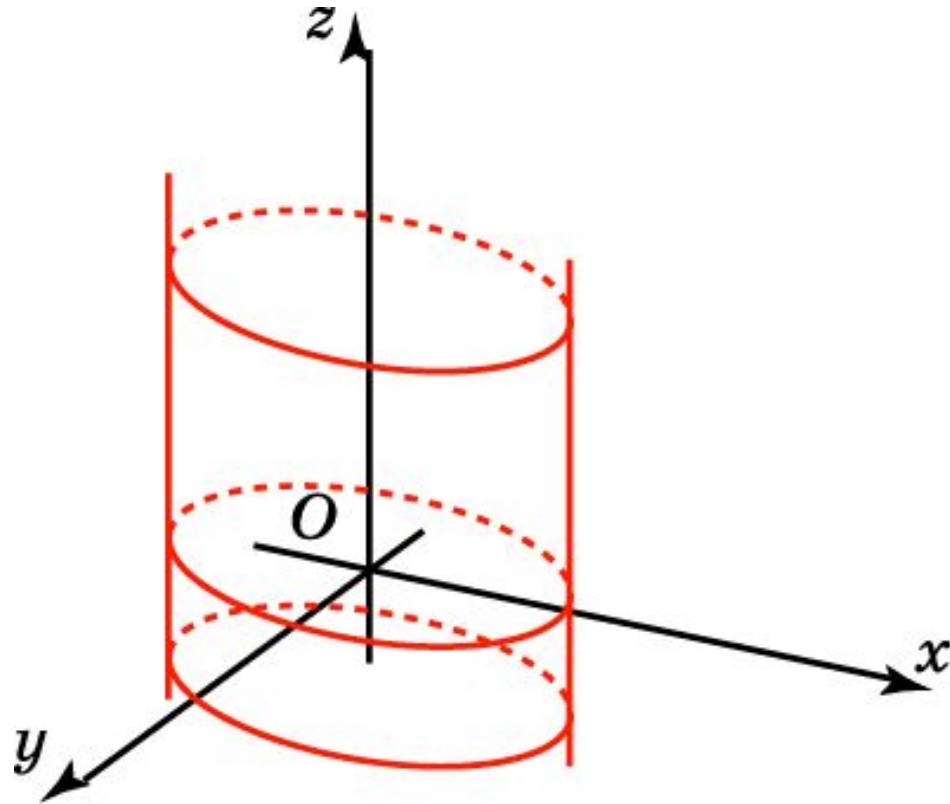
## Упражнение 13

Координаты точек какой фигуры удовлетворяют неравенству: а)  
 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2<R^2$ ; б)  $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2>R^2$ ?

**Ответ:** а) Точки внутри сферы; б) точки вне сферы.

## Упражнение 14

Что представляет собой геометрическое место точек пространства, координаты которых удовлетворяют уравнению  $x^2 + y^2 = 1$ ?



Ответ: Цилиндрическая поверхность.