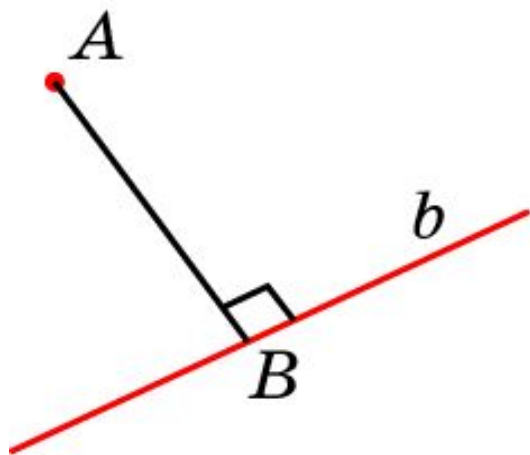


# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.



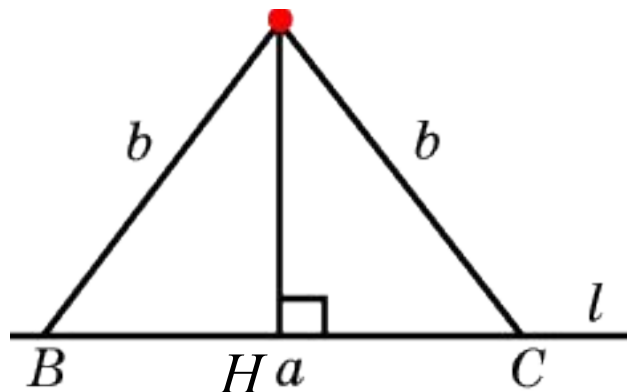
## Нахождение расстояний 1

Для нахождения расстояния от точки  $A$  до прямой  $l$  перпендикуляр  $AH$ , опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка  $A$ , а сторона  $BC$ , противолежащая этой вершине, лежит на прямой  $l$ . Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.

При этом возможны следующие случаи:

1. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AB = AC$ . Пусть  $AB = AC = b$ ,  $BC = a$ . Искомый перпендикуляр находится из прямоугольного треугольника  $ABH$ :

$$AH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$



## Нахождение расстояний 2

2. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AC = BC$ .

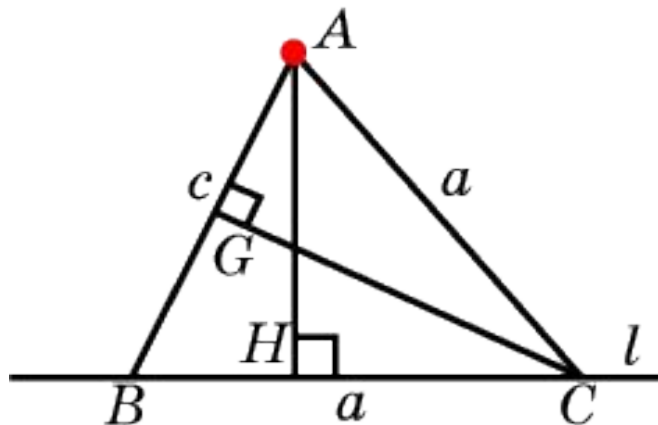
Пусть  $AB = c$ ,  $AC = BC = a$ . Найдем высоту  $CG$ .  $CG = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$ .

Площадь треугольника  $ABC$  равна  $\frac{1}{2} AB \cdot CG = \frac{1}{2} c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{4}$ .

С другой стороны, площадь этого треугольника равна

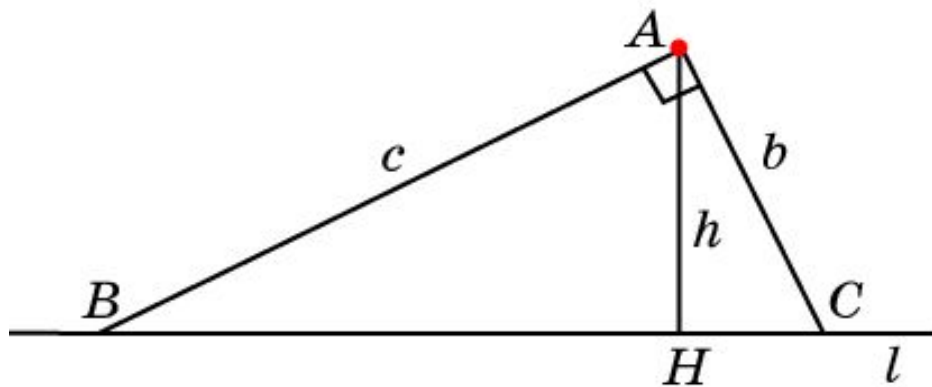
$\frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} a \cdot AH$ . Приравняв первое и второе значения площади, получим значение искомого перпендикуляра

$$AH = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{2a}.$$



## Нахождение расстояний 3

3. Треугольник  $ABC$  – прямоугольный, угол  $A$  – прямой. Пусть  $AB = c$ ,  $AC = b$ . Тогда гипотенуза  $BC$  равна  $\sqrt{b^2 + c^2}$ . Удвоенная площадь треугольника  $ABC$ , с одной стороны, равна  $bc$ , а с другой  $h\sqrt{b^2 + c^2}$ . Следовательно,  $h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ .



## Нахождение расстояний 4

4. Треугольник  $ABC$  – произвольный.

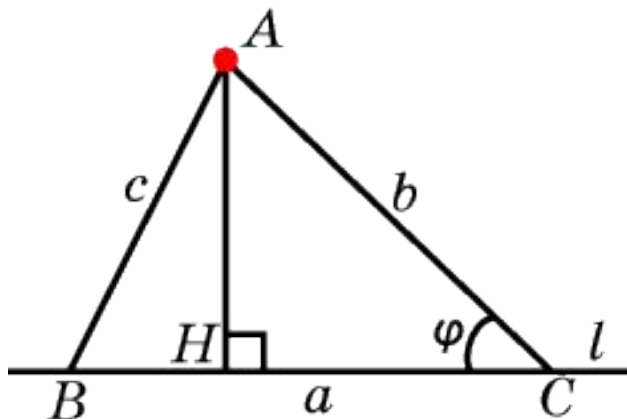
Пусть  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ ,  $\angle ACB = \varphi$ . По теореме косинусов

имеет место равенство  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$ . Откуда

$\cos \varphi = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ . Зная косинус угла, можно найти его синус

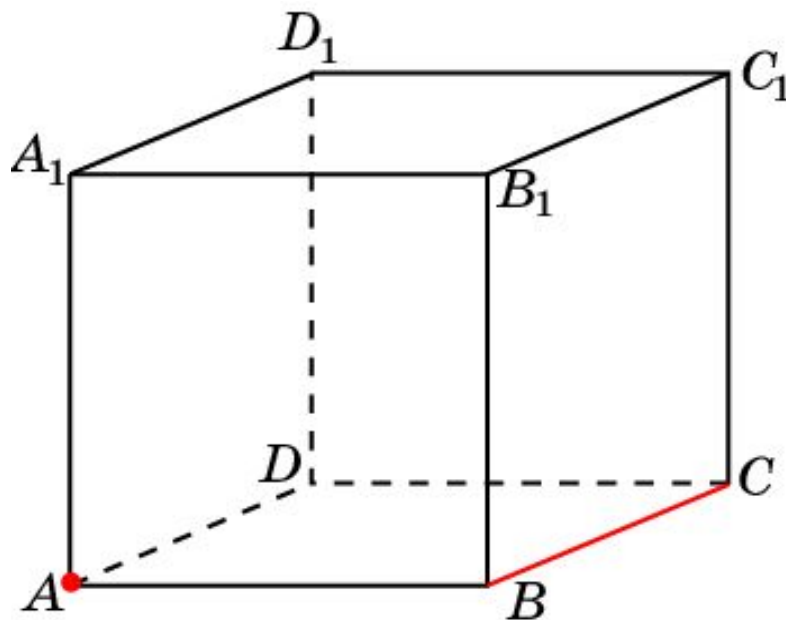
$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$ , а зная синус, можно найти высоту

$$AH = b \cdot \sin \varphi.$$



# Куб 1

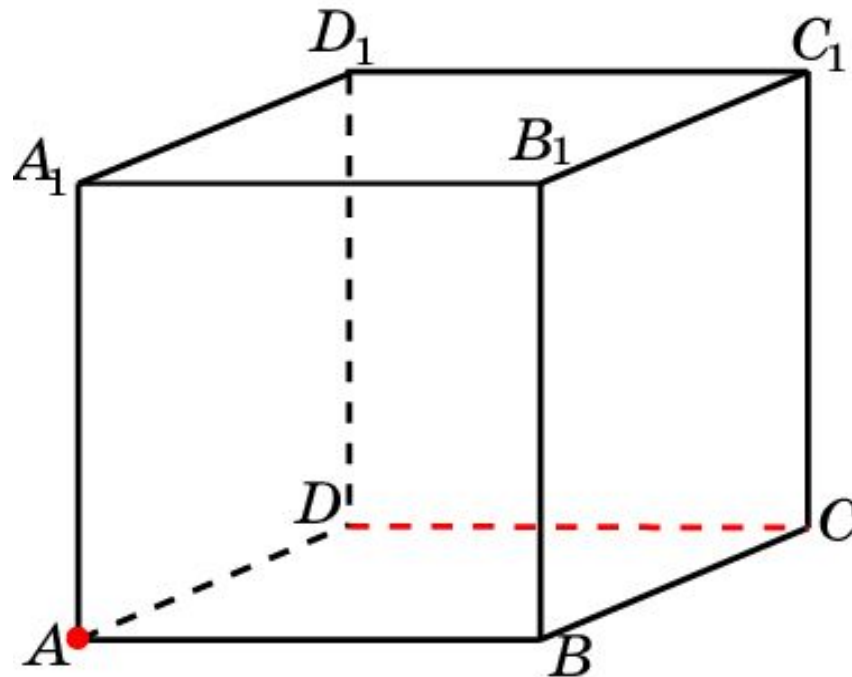
В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .



Ответ: 1.

## Куб 2

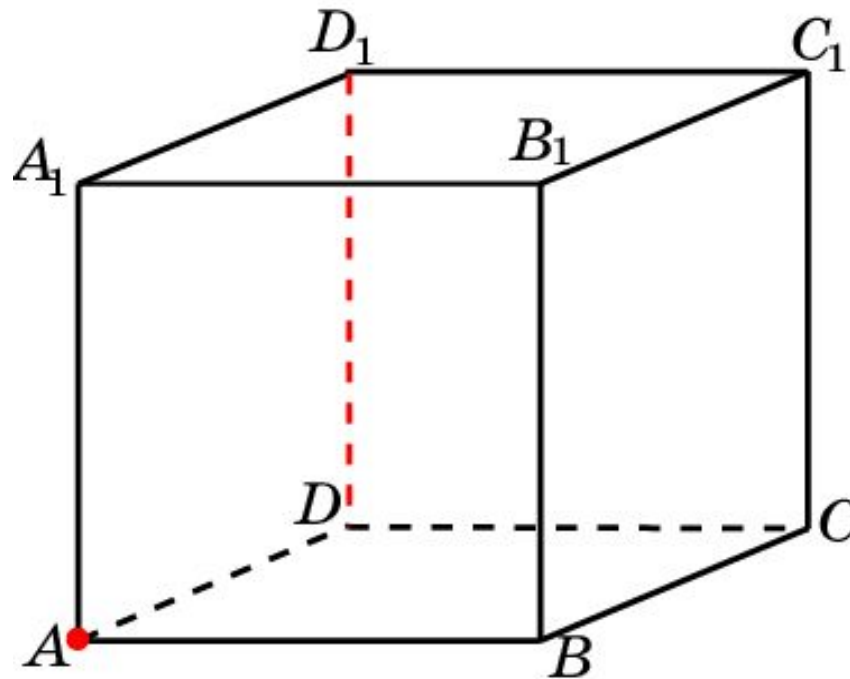
В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CD$ .



Ответ: 1.

## Куб 3

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DD_1$ .

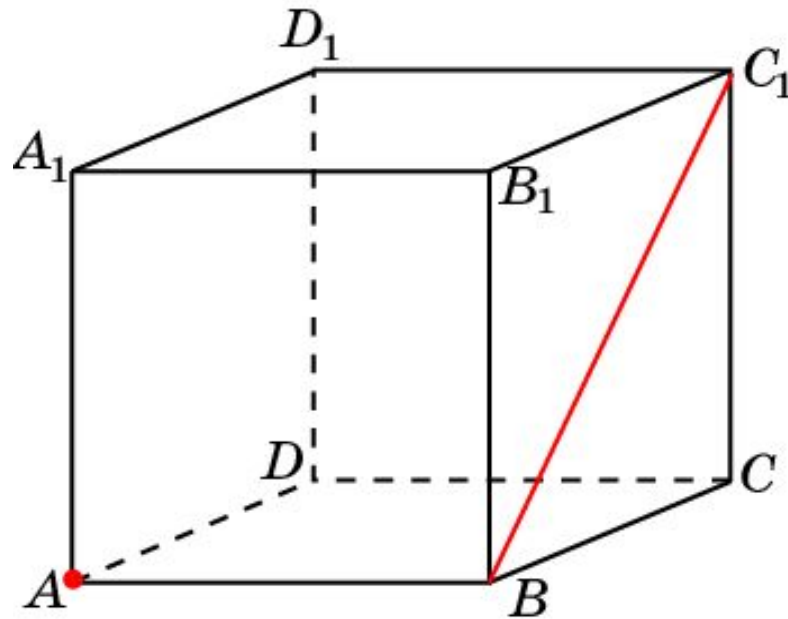


Ответ: 1.



## Куб 4

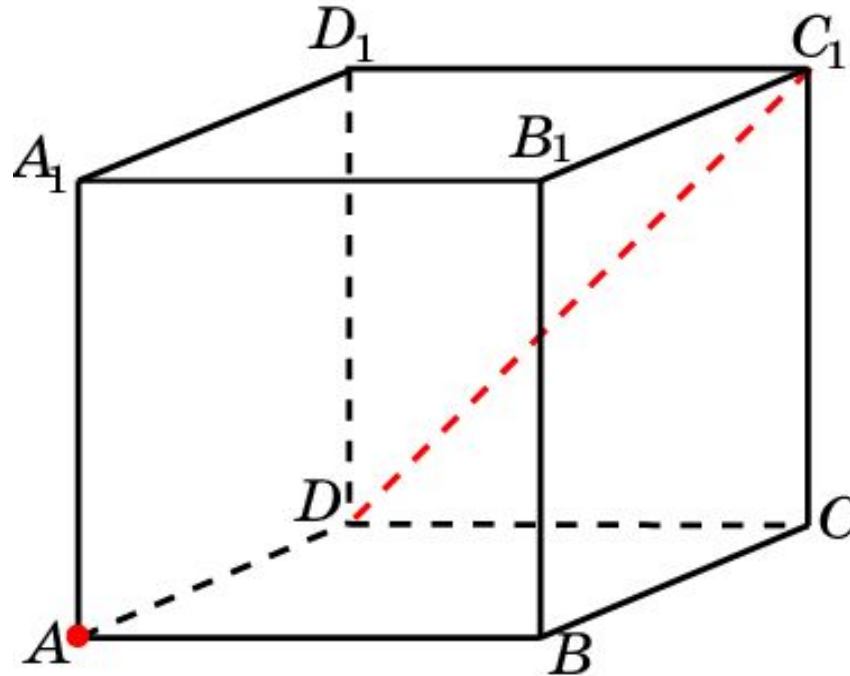
В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC_1$ .



Ответ: 1.

## Куб 5

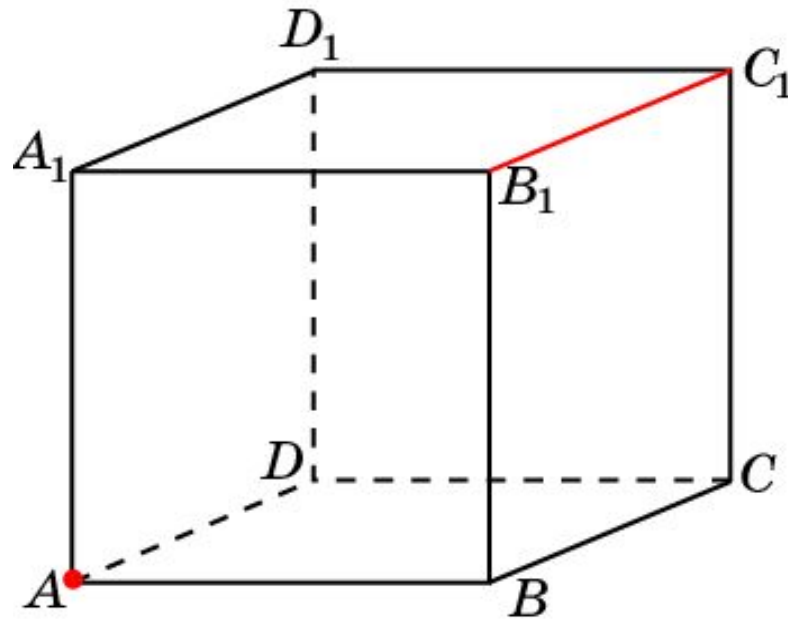
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DC_1$ .



Ответ: 1.

## Куб 6

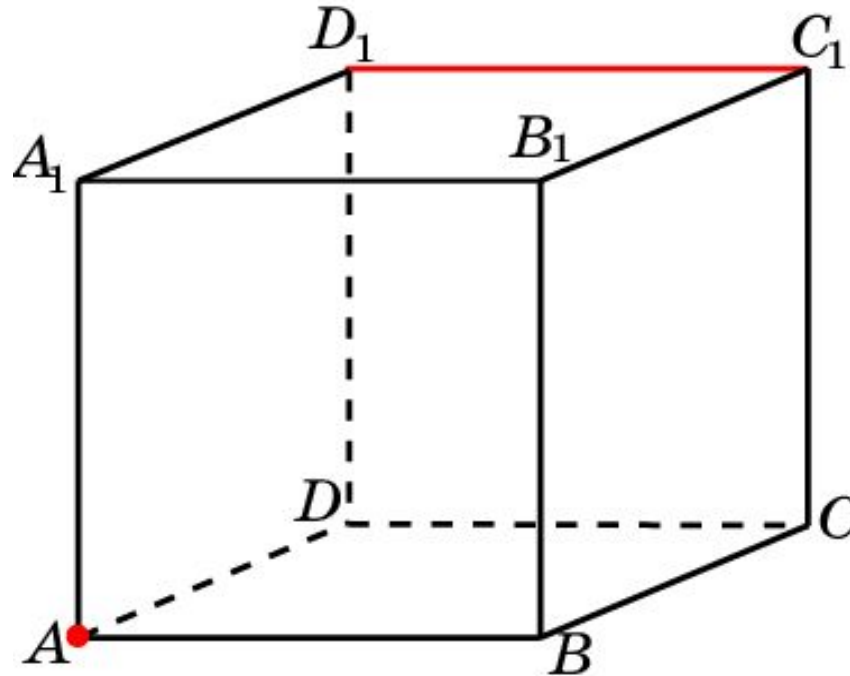
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $B_1C_1$ .



Ответ:  $\sqrt{2}$ .

## Куб 7

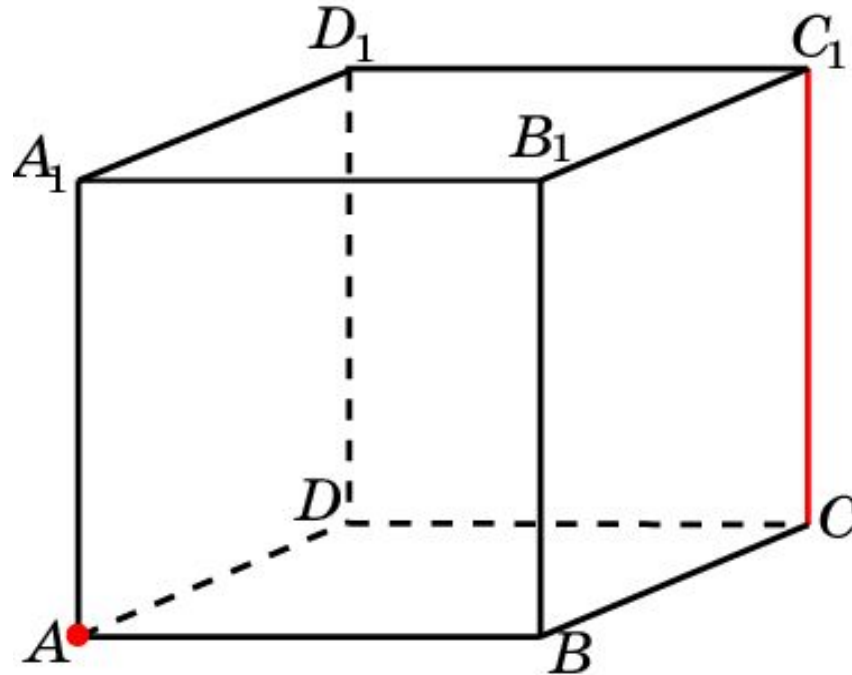
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $C_1D_1$ .



Ответ:  $\sqrt{2}$ .

## Куб 8

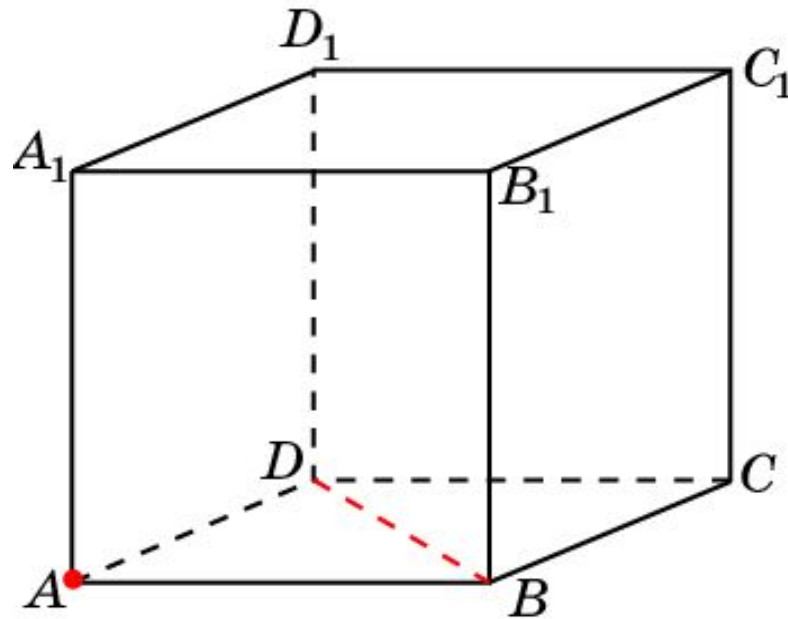
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CC_1$ .



Ответ:  $\sqrt{2}$ .

## Куб 9

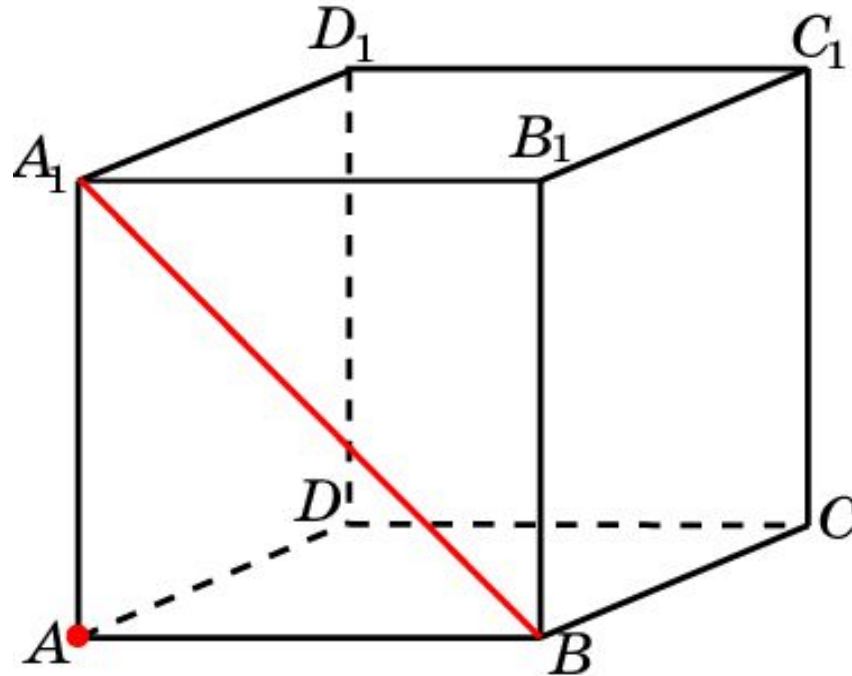
В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

## Куб 10

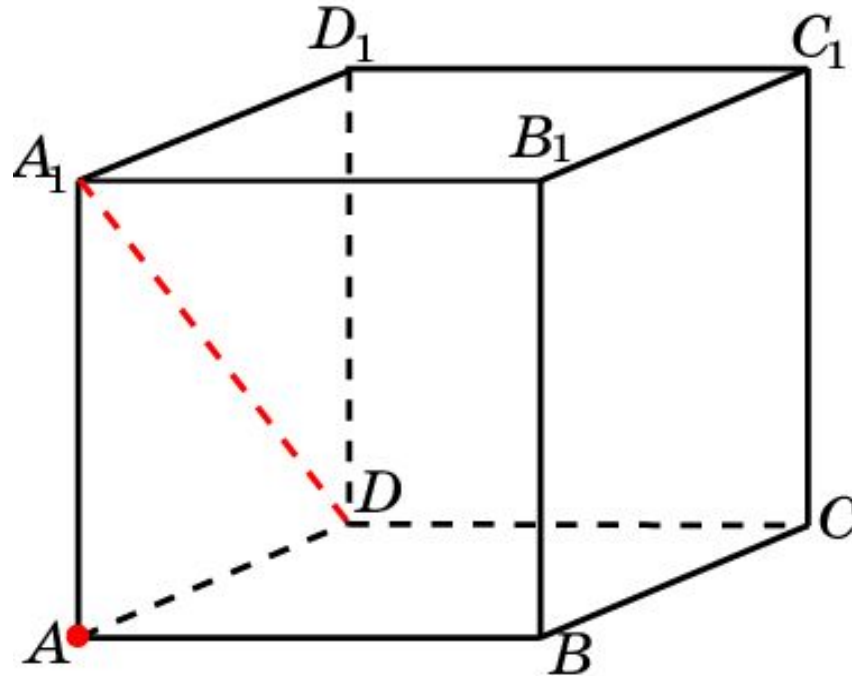
В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BA_1$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

# Куб 11

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DA_1$ .

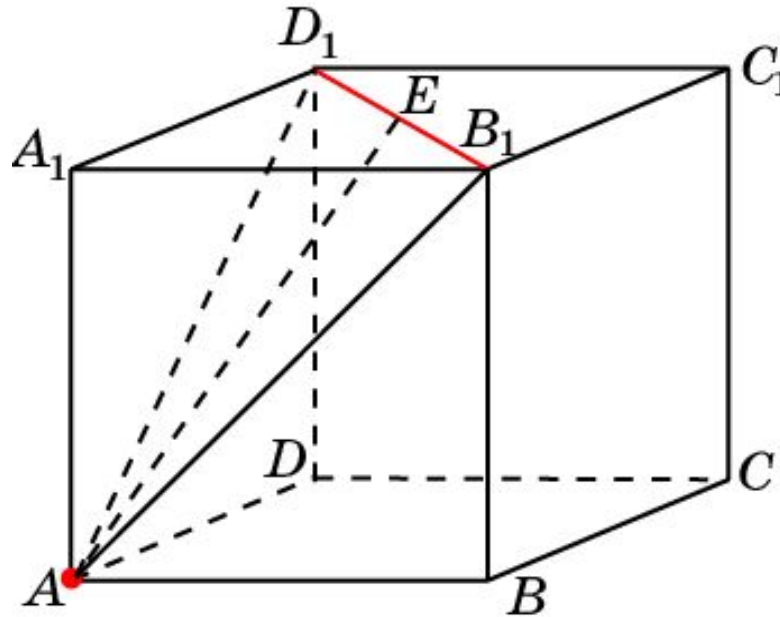


Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



## Куб 12

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $B_1D_1$ .



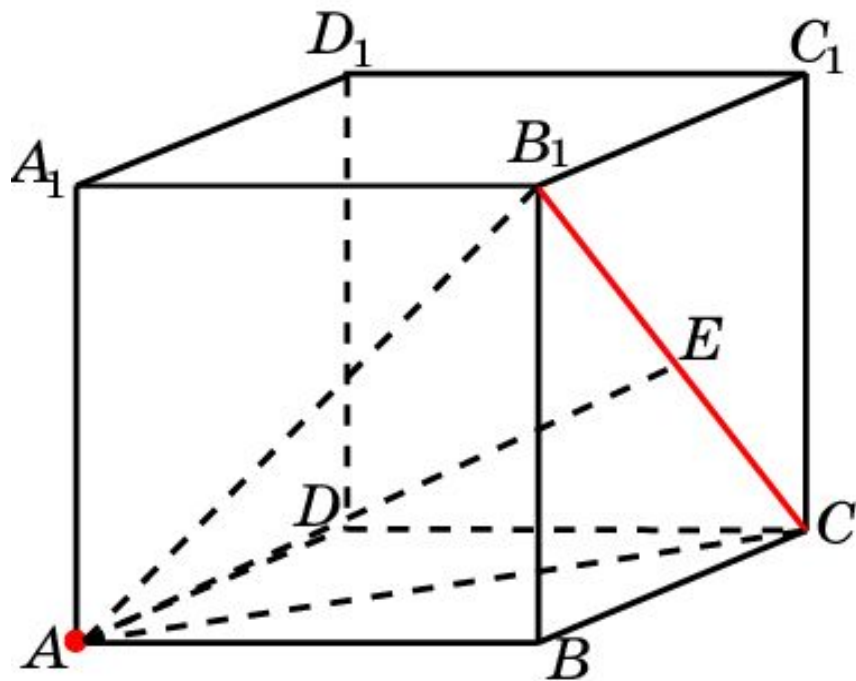
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AE$  равностороннего треугольника  $AB_1D_1$ . Имеем,  $AB_1 = AD_1 = B_1D_1 = \sqrt{2}$ .

Следовательно,  $AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

## Куб 13

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CB_1$ .



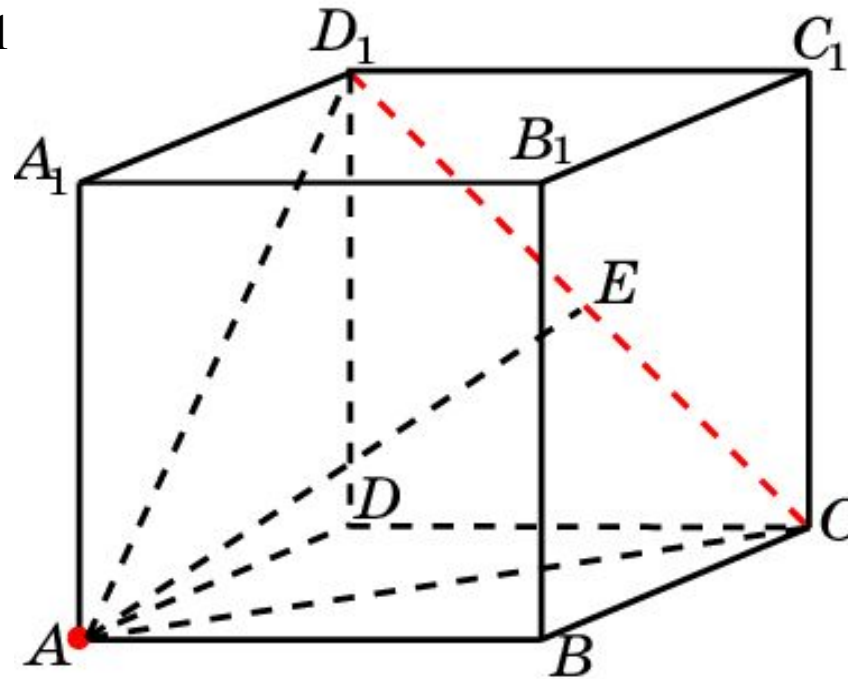
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AE$  равностороннего треугольника  $ACB_1$ . Имеем,  $AC = AB_1 = CB_1 = \sqrt{2}$ .

Следовательно,  $AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

## Куб 14

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CD_1$



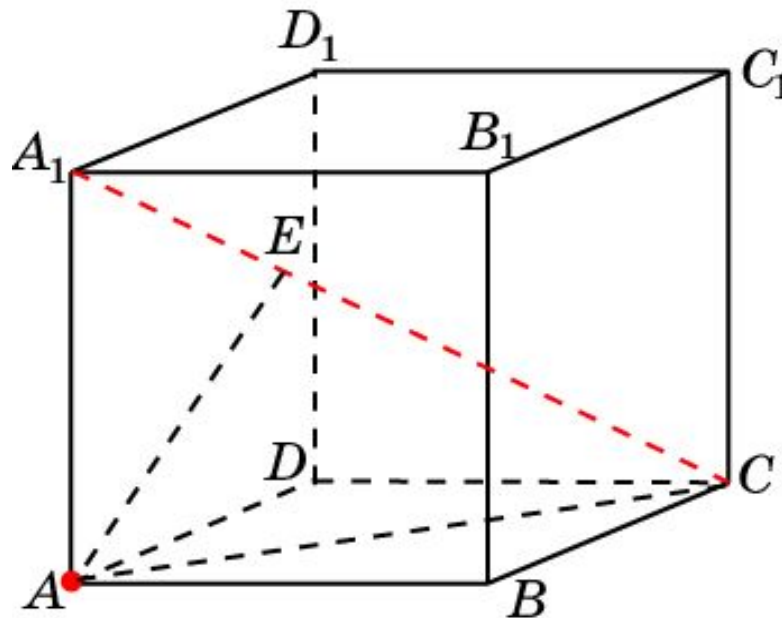
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AE$  равностороннего треугольника  $ACD_1$ . Имеем,  $AC = AD_1 = CD_1 = \sqrt{2}$ .

Следовательно,  $AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

## Куб 15

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $A_1C$ .



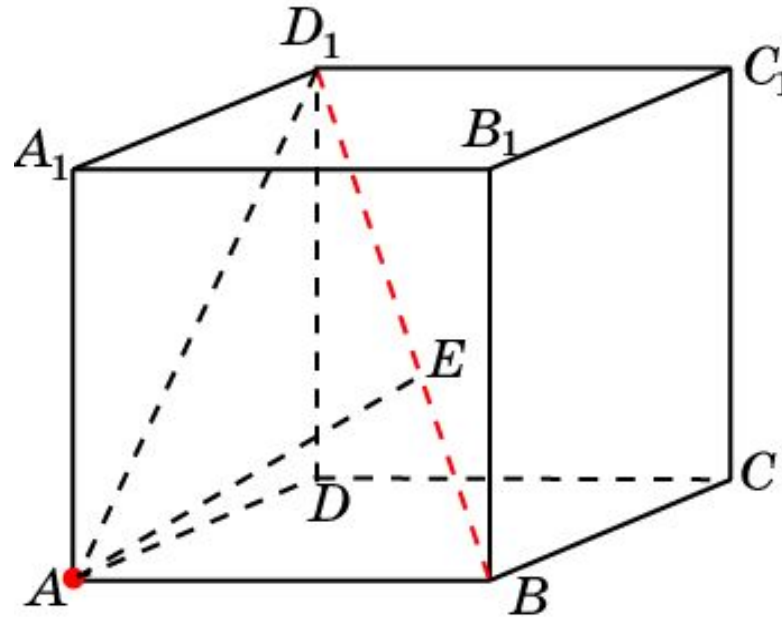
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AE$  прямоугольного треугольника  $ACA_1$ . Имеем,  $AA_1 = 1$ ,  $AC = \sqrt{2}$ ,  $CA_1 = \sqrt{3}$ .

Следовательно,  $AE = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

## Куб 16

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD_1$ .



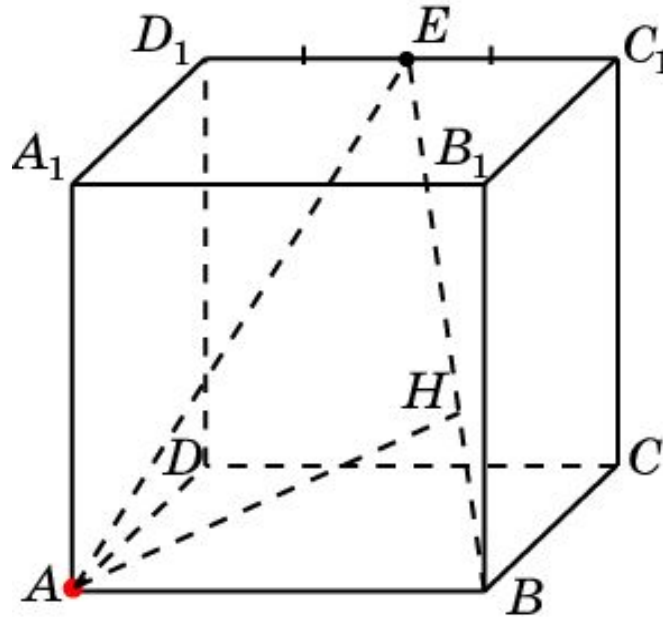
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AE$  прямоугольного треугольника  $ABD_1$ . Имеем,  $AB = 1$ ,  $AD_1 = \sqrt{2}$ ,  $BD_1 = \sqrt{3}$ .

Следовательно,  $AE = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

## Куб 17

В единичном кубе  $A\dots D_1$  точка  $E$  – середина ребра  $C_1D_1$ .  
Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BE$ .



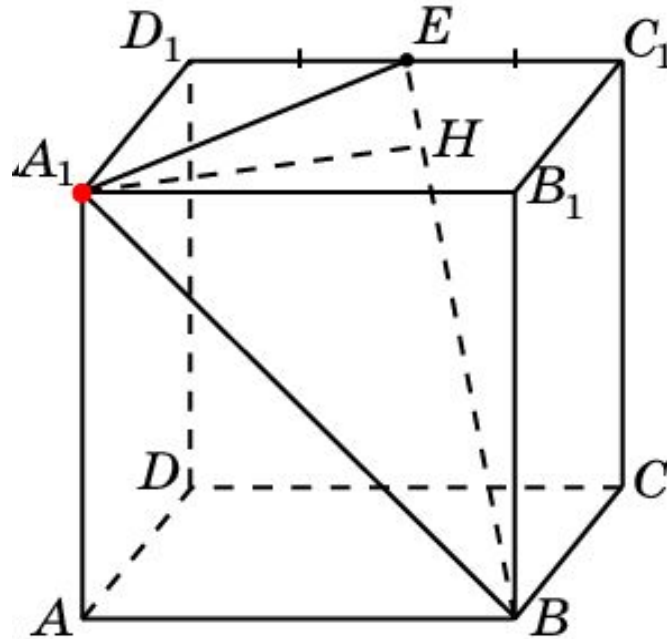
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  равнобедренного треугольника  $ABE$ . Имеем,  $AB = 1$ ,  $AE = BE = 1,5$ .

Следовательно,  $AH = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

## Куб 18

В единичном кубе  $A\dots D_1$  точка  $E$  – середина ребра  $C_1D_1$ .  
Найдите расстояние от точки  $A_1$  до прямой  $BE$ .

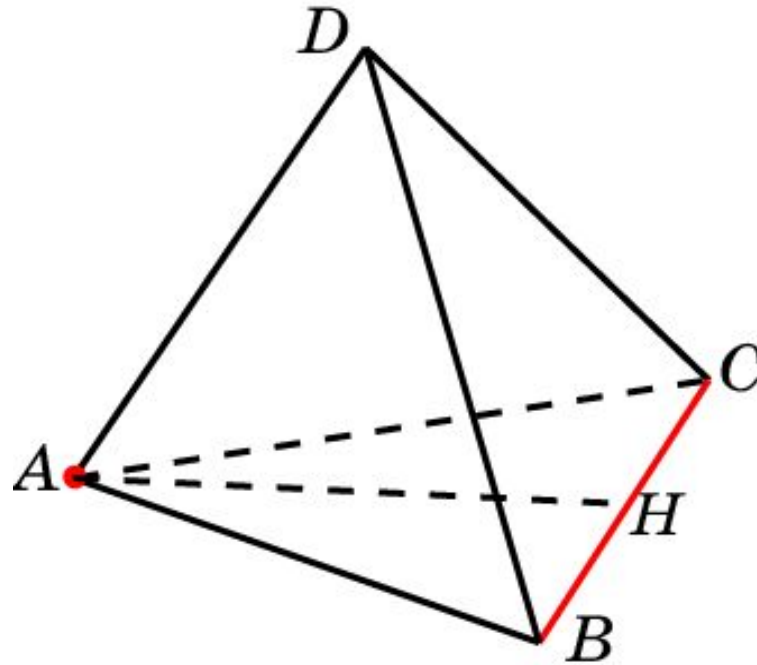


**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $A_1H$  треугольника  $A_1BE$ . Имеем,  $A_1B = \sqrt{2}$ ,  $A_1E = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $BE = 1,5$ .  
По теореме косинусов, находим  $\cos \angle A_1BE = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Следовательно,  $A_1H = 1$ .

**Ответ:** 1.

# Пирамида 1

В правильном единичном тетраэдре  $ABCD$  найдите расстояние от вершины  $A$  до прямой  $BC$ .



**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника

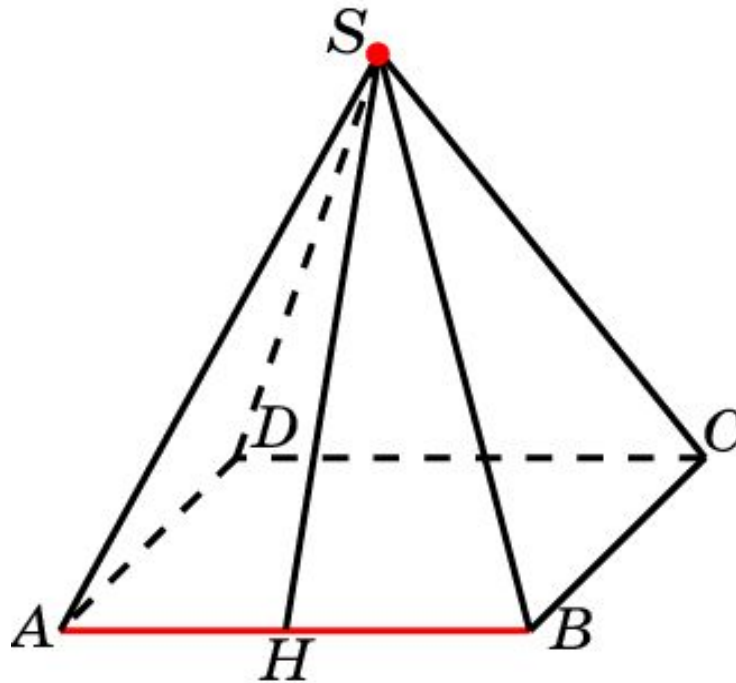
$ABC$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .



## Пирамида 2

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $S$  до прямой  $AB$ .

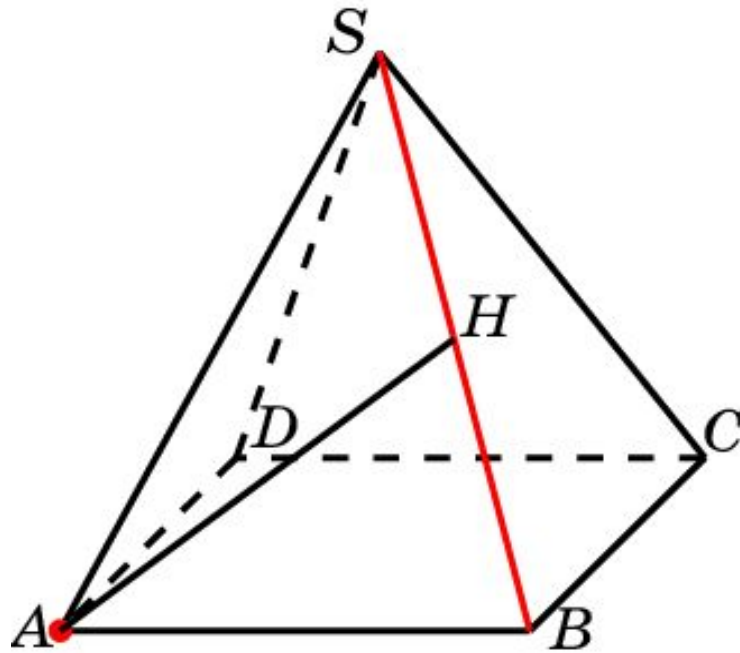


**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $SH$  треугольника  $SAB$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Пирамида 3

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $A$  до прямой  $SB$ .

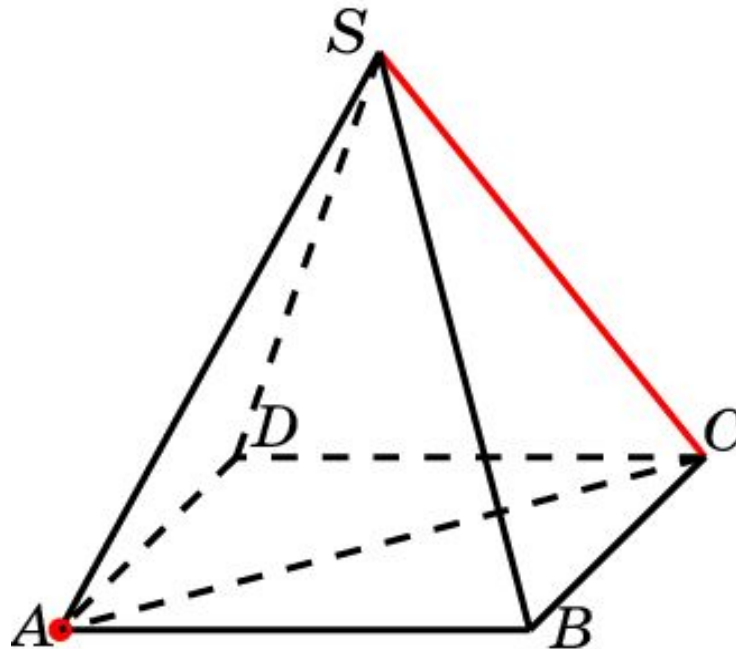


**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $SAB$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Пирамида 4

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $A$  до прямой  $SC$ .

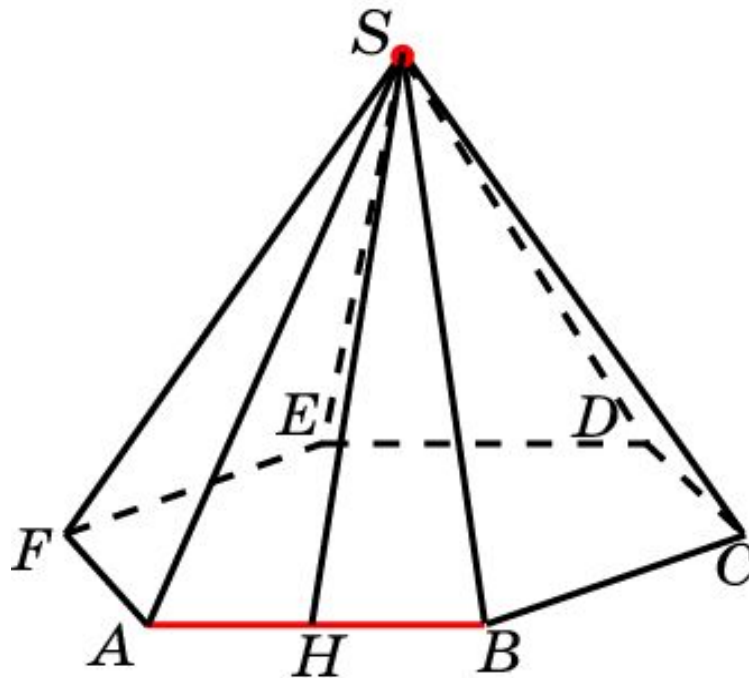


**Решение.** Треугольник  $SAC$  прямоугольный. Искомое расстояние равно катету  $SA$  и равно 1.

**Ответ:** 1.

## Пирамида 5

В правильной пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от вершины  $S$  до прямой  $AB$ .

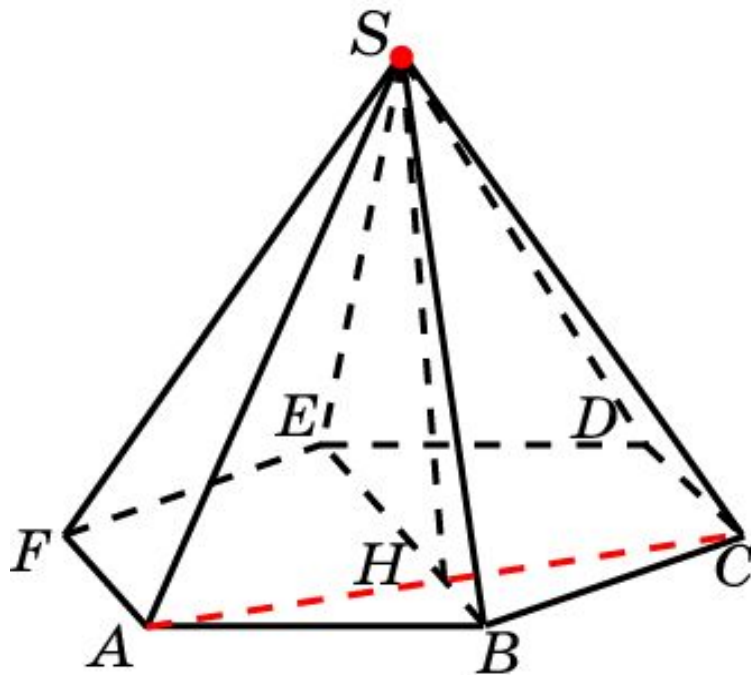


**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $SH$  треугольника  $SAB$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .

## Пирамида 6

В правильной пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от вершины  $S$  до прямой  $AC$ .



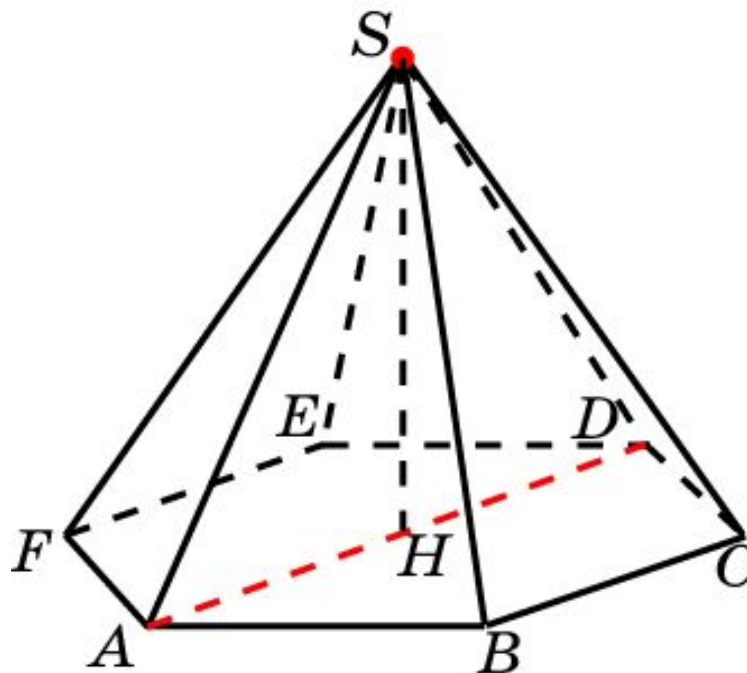
**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $SH$  треугольника

$SAC$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .

## Пирамида 7

В правильной пирамиде  $SABCDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от вершины  $S$  до прямой  $AD$ .

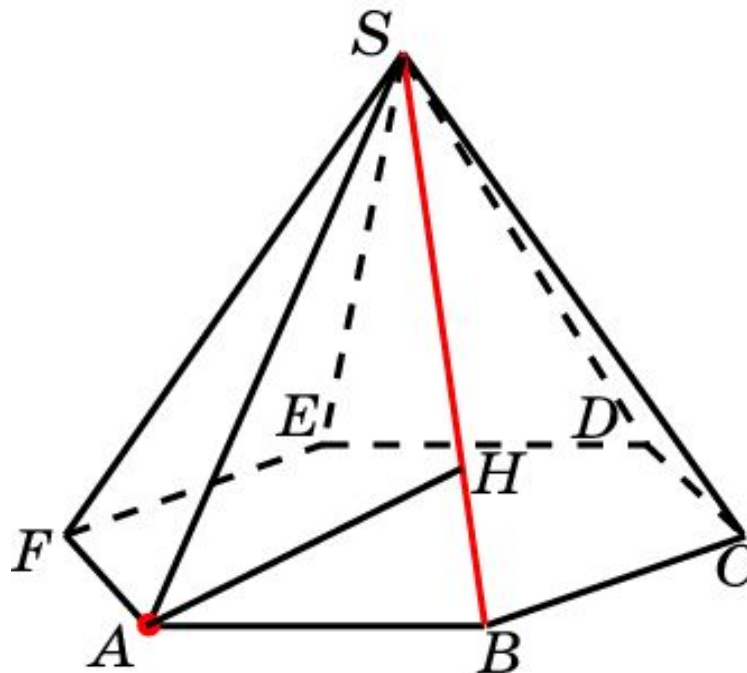


**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $SH$  треугольника  $SAD$ . Оно равно  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

## Пирамида 8

В правильной пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $SB$ .



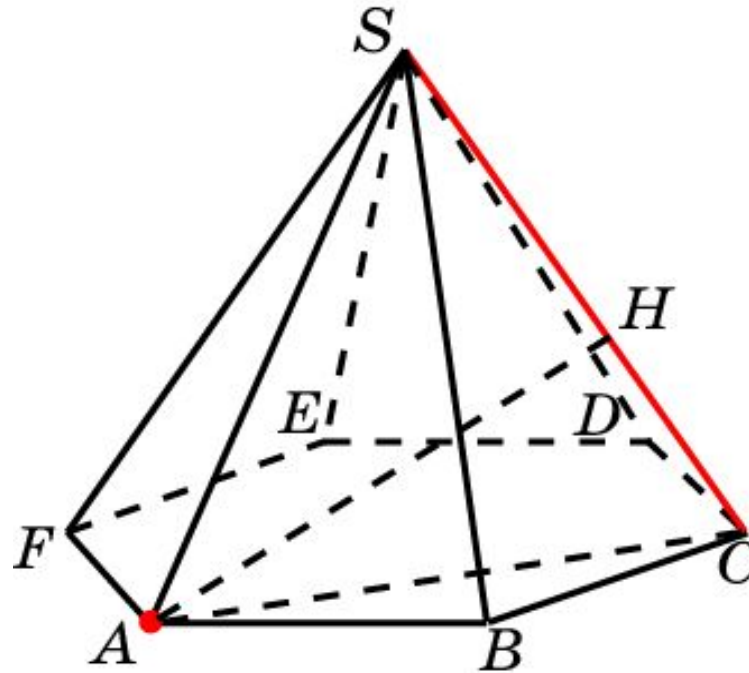
**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника

$SAB$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{15}}{4}$ .

## Пирамида 9

В правильной пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $SC$ .



**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника

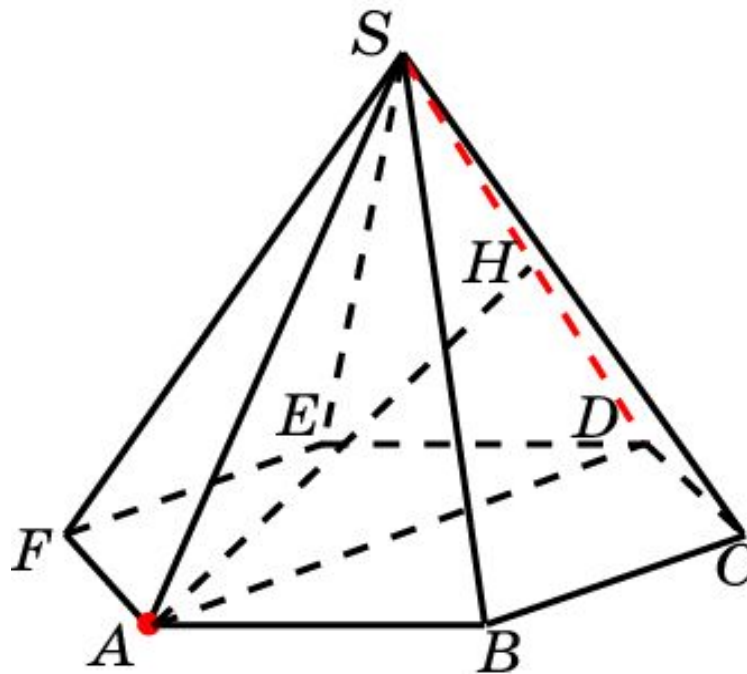
$SAC$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{39}}{4}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{39}}{4}$ .



## Пирамида 10

В правильной пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $SD$ .

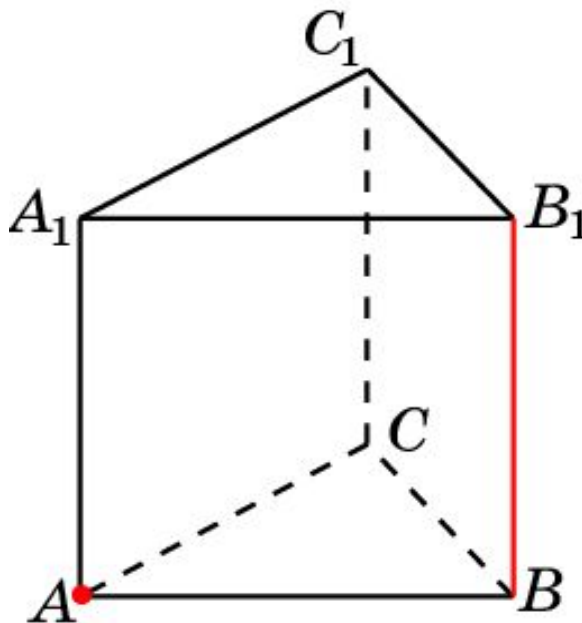


**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  равностороннего треугольника  $SAD$ . Оно равно  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

# Призма 1

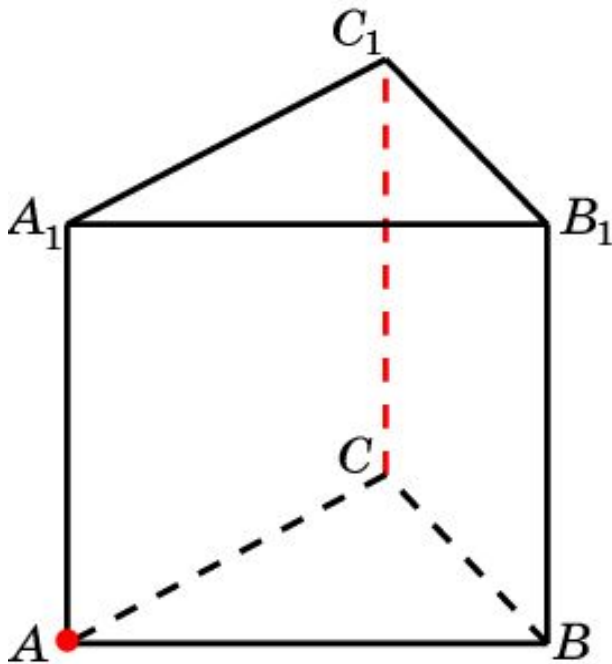
В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BB_1$ .



Ответ: 1.

## Призма 2

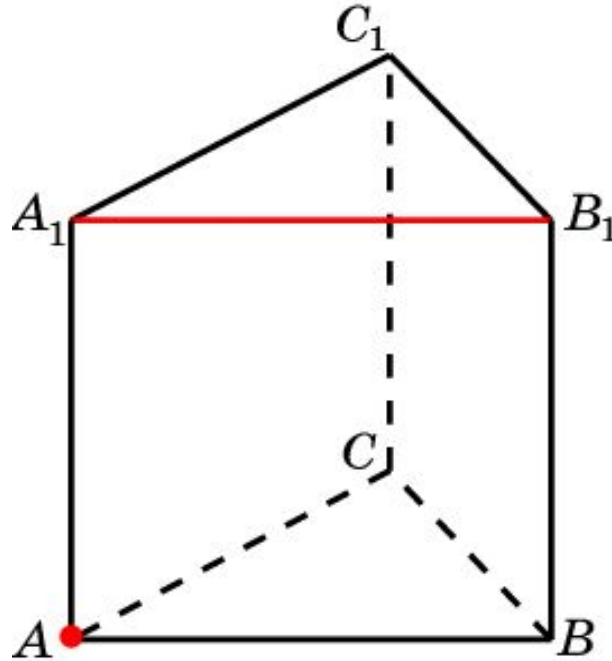
В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CC_1$ .



Ответ: 1.

## Призма 3

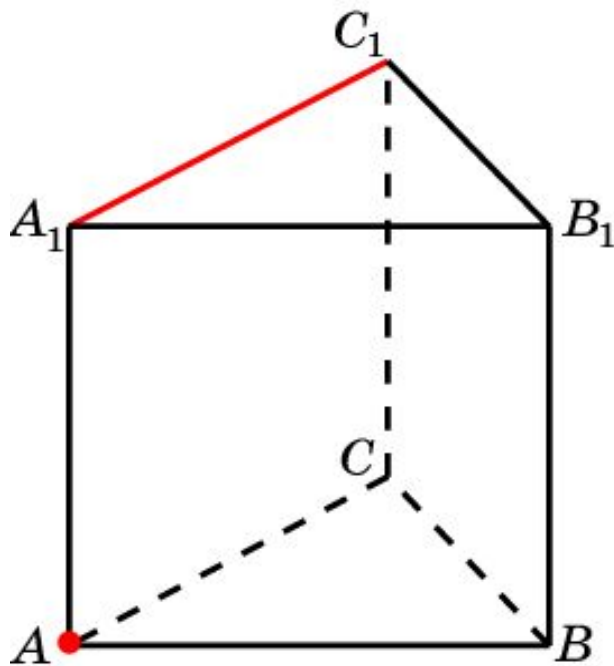
В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $A_1 B_1$ .



Ответ: 1.

## Призма 4

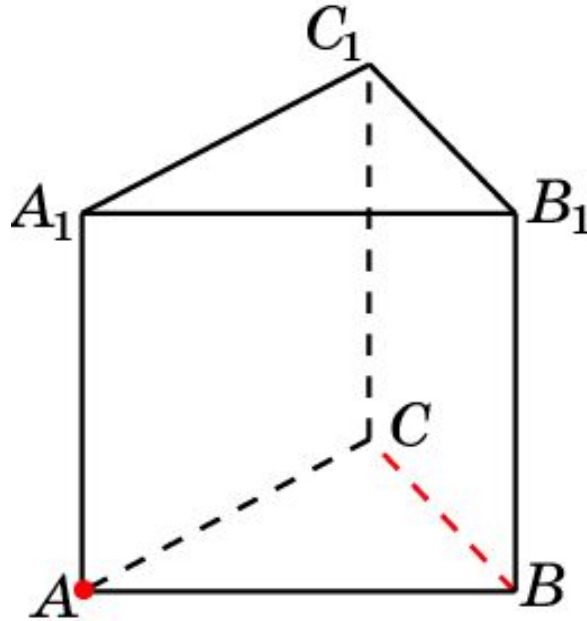
В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $A_1C_1$ .



Ответ: 1.

# Призма 5

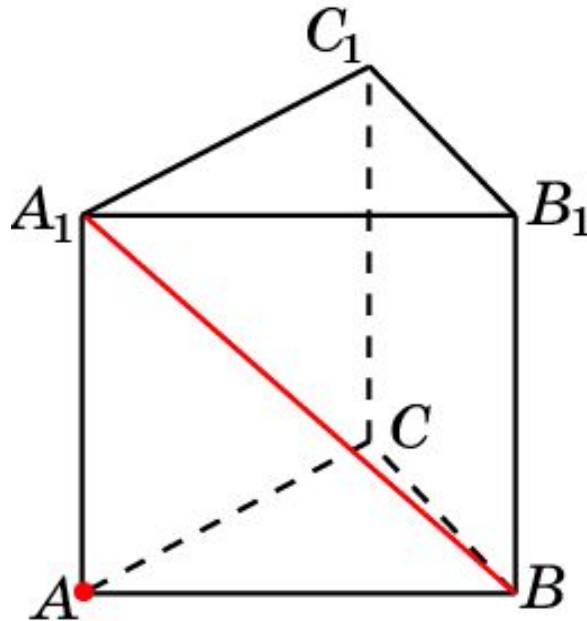
В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Призма 6

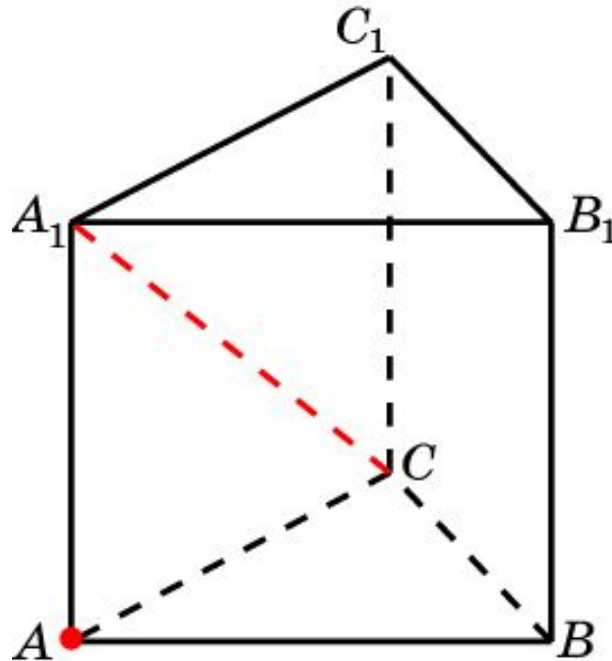
В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BA_1$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

# Призма 7

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CA_1$ .

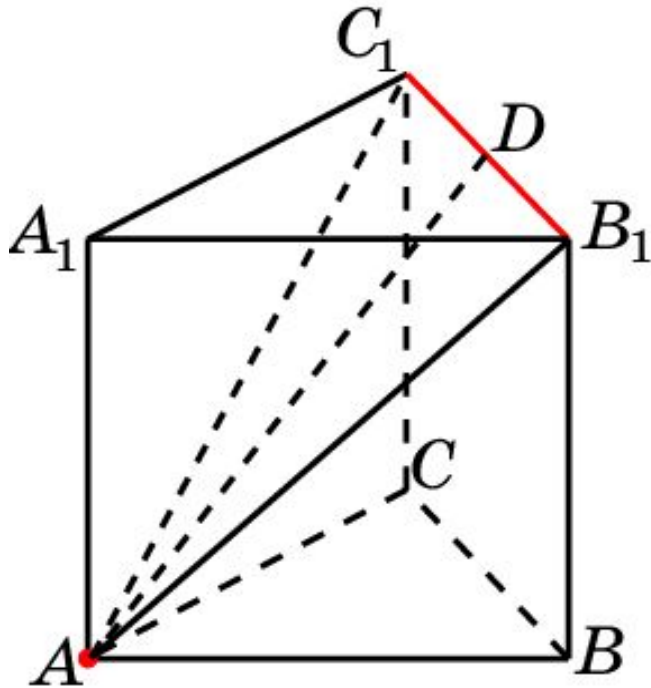


Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



## Призма 8

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $B_1C_1$ .



**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AD$  равнобедренного треугольника  $AB_1C_1$ . Имеем,

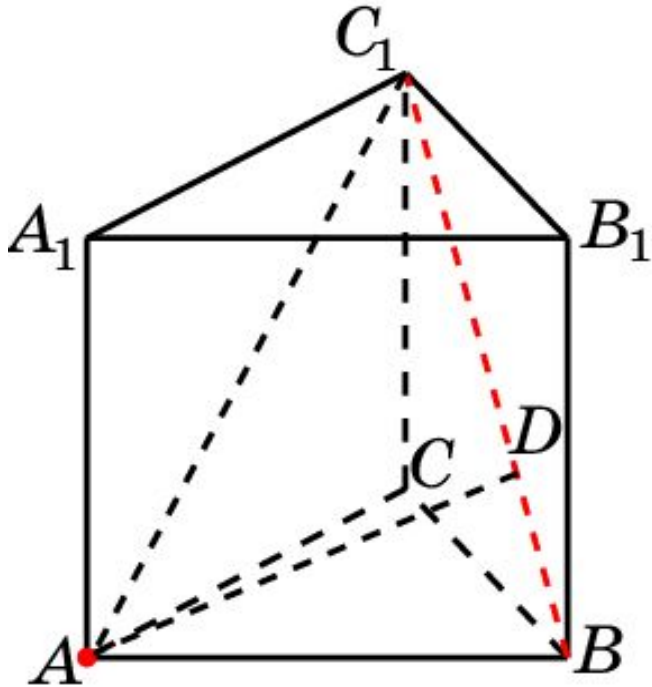
$$B_1C_1 = 1; AB_1 = AC_1 = \sqrt{2}.$$

$$\text{Следовательно, } AD = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ .

# Призма 9

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC_1$ .



**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AD$  равнобедренного треугольника  $ABC_1$ . Имеем,

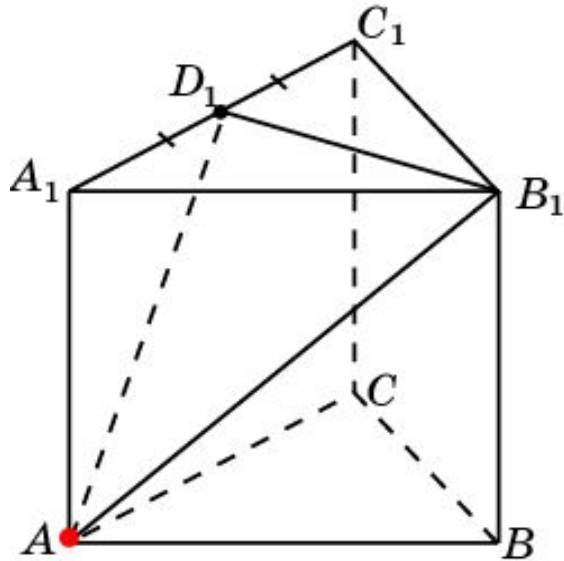
$$AB = 1; AC_1 = BC_1 = \sqrt{2}.$$

$$\text{Следовательно, } AD = \frac{\sqrt{14}}{4}.$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{14}}{4}$ .

# Призма 10

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD_1$ , где  $D_1$  – середина ребра  $A_1C_1$ .

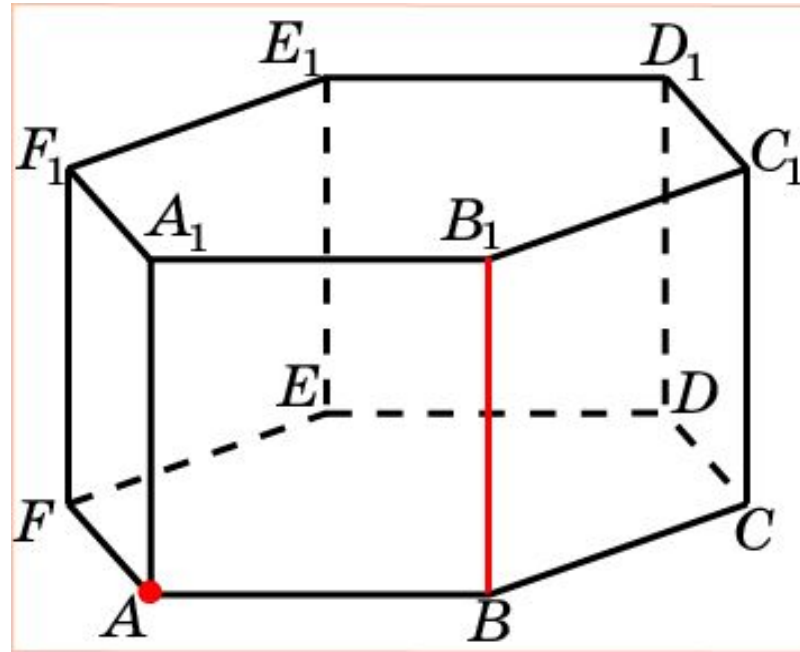


Ответ:  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $AB_1D_1$ . Так как прямая  $B_1D_1$  перпендикулярна плоскости  $ACC_1$ , то треугольник  $AB_1D_1$  – прямоугольный (угол  $AD_1B$  – прямой). Высота  $AH$  совпадает с катетом  $AD_1$  и равна  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

# Призма 1

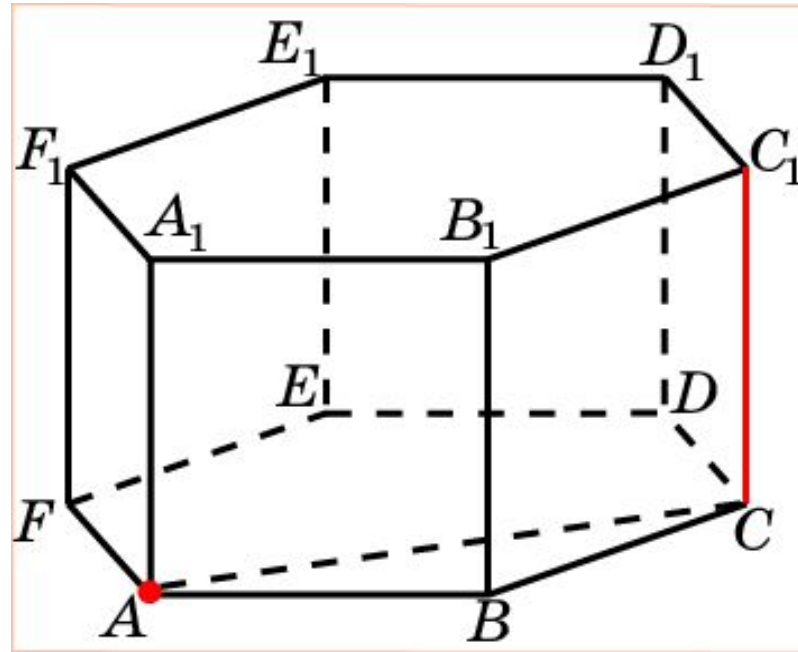
В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BB_1$ .



Ответ: 1.

## Призма 2

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CC_1$ .

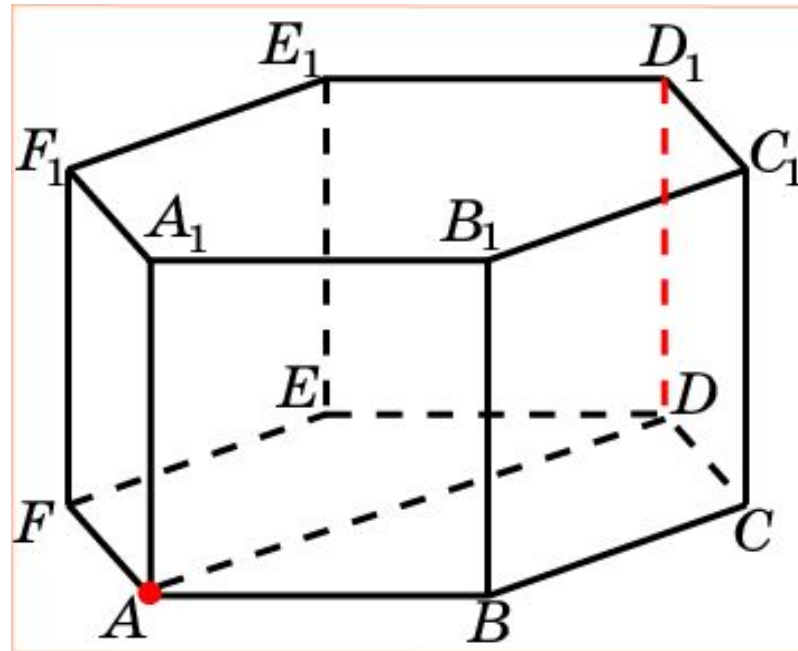


**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AC$ . Она равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

## Призма 3

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DD_1$ .

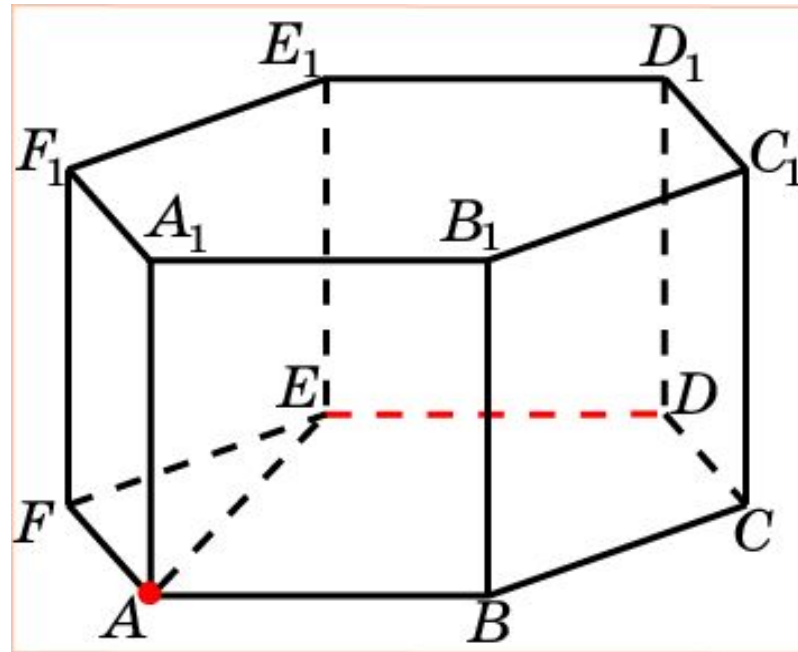


**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AD$ .  
Она равна 2.

**Ответ:** 2.

## Призма 4

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DE$ .

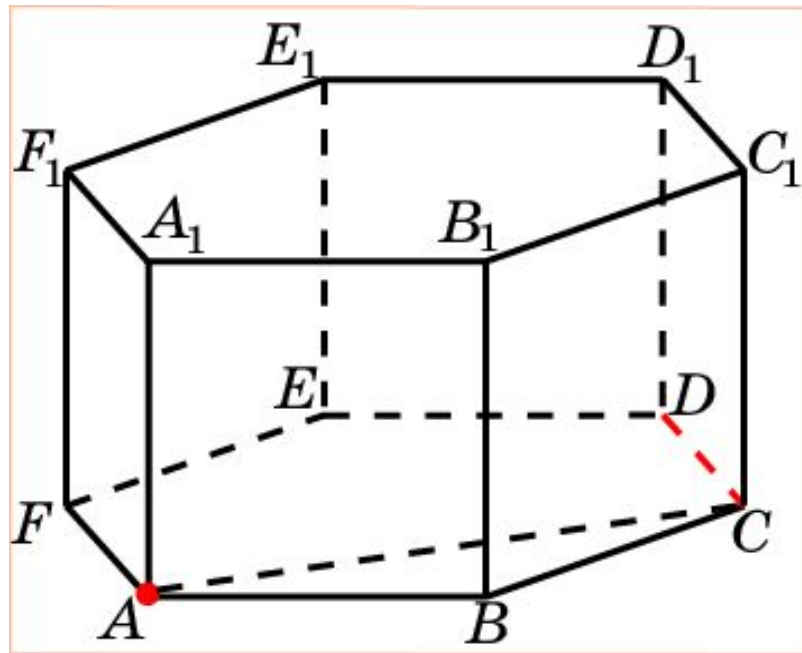


**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AE$ . Она равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

# Призма 5

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DC$ .



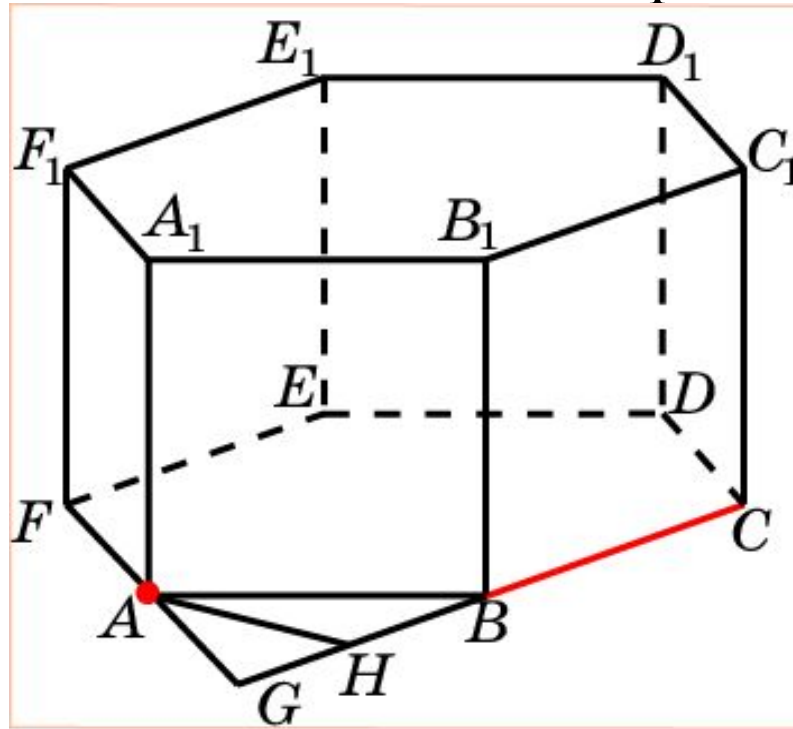
**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AC$ . Она равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .



## Призма 6

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .

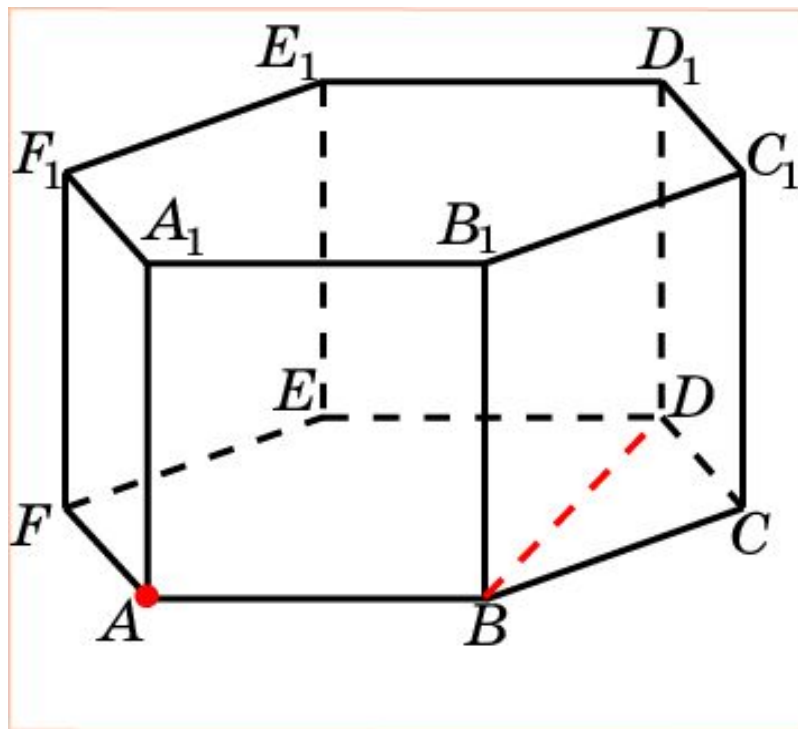


**Решение:** Продолжим отрезки  $CB$  и  $FA$  до пересечения в точке  $G$ . Треугольник  $ABG$  равносторонний. Искомым расстоянием является длина высоты  $AH$  треугольника  $ABG$ . Она равна  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Призма 7

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD$ .

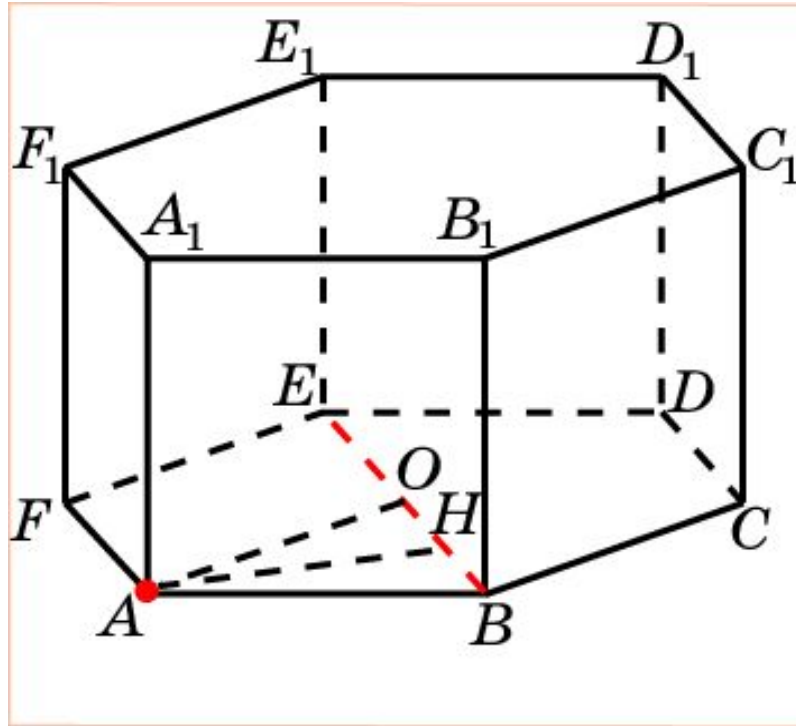


**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AB$ . Она равна 1.

**Ответ:** 1.

## Призма 8

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BE$ .

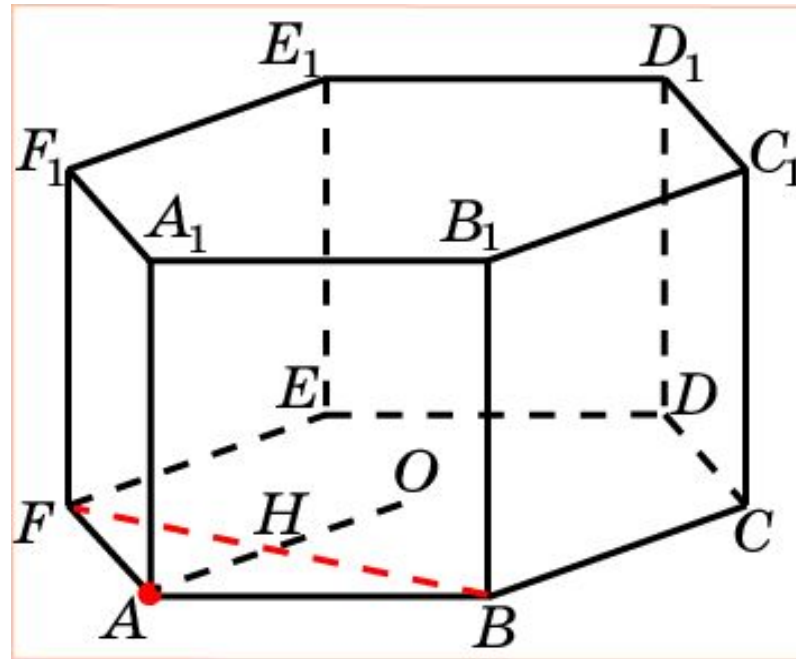


**Решение:** Пусть  $O$  – центр нижнего основания. Треугольник  $ABO$  – равносторонний. Искомое расстояние равно высоте  $AH$  этого треугольника. Она равна  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Призма 9

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BF$ .

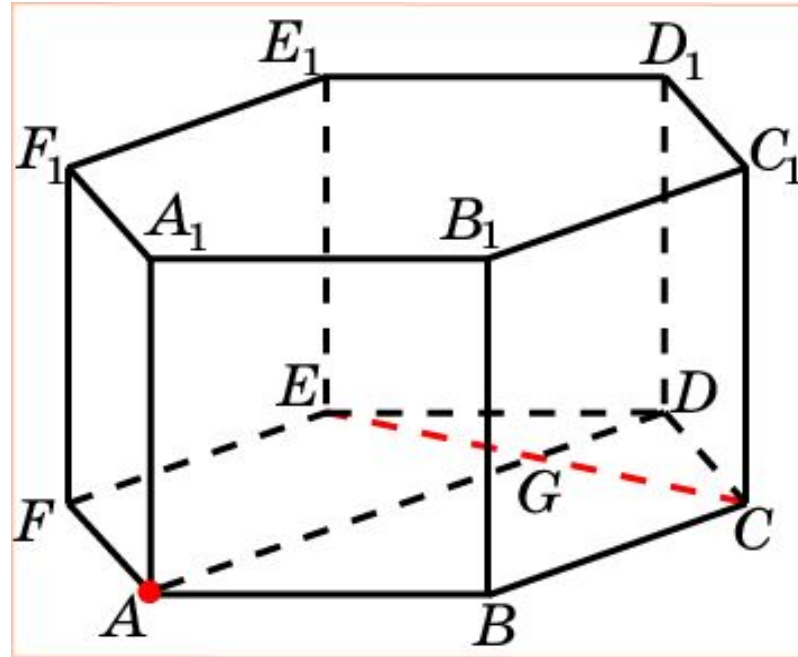


**Решение:** Пусть  $O$  – центр нижнего основания,  $H$  – точка пересечения  $AO$  и  $BF$ . Тогда  $AH$  – искомое расстояние. Оно равно  $\frac{1}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

# Призма 10

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CE$ .

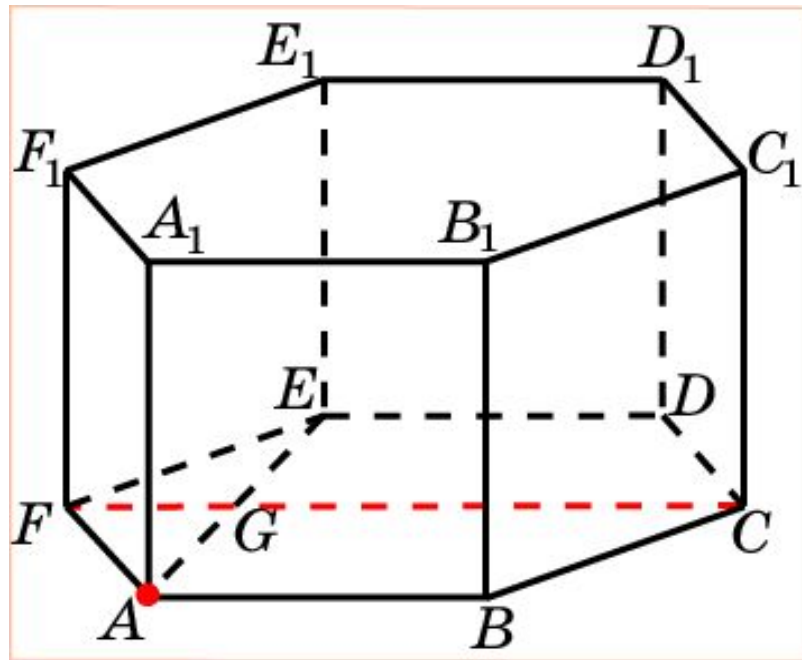


**Решение:** Проведем диагональ  $AD$ . Обозначим  $G$  – ее точку пересечения с  $CE$ .  $AG$  – искомое расстояние. Оно равно  $\frac{3}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{3}{2}$ .

# Призма 11

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CF$ .

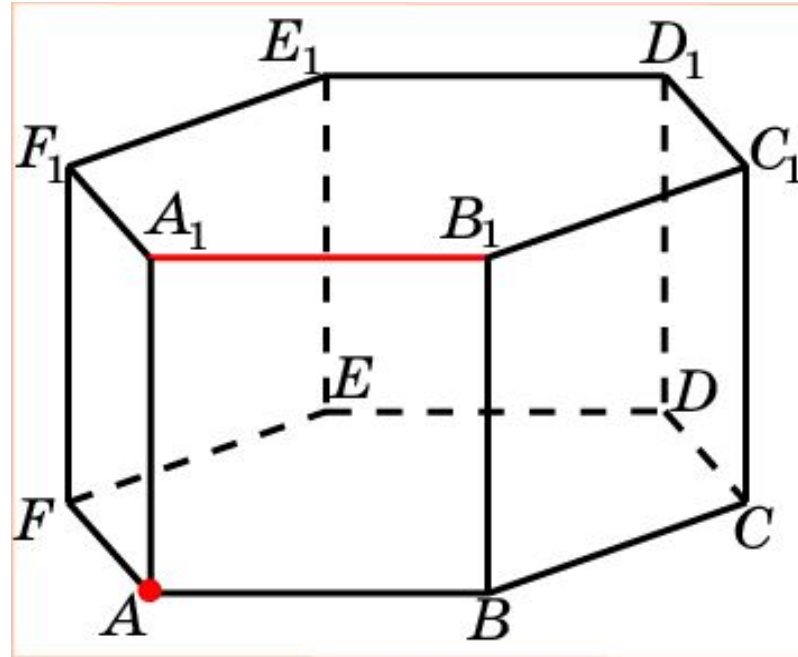


**Решение:** Проведем отрезок  $AE$ . Обозначим  $G$  – его точку пересечения с  $CA$ .  $AG$  – искомое расстояние. Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

# Призма 12

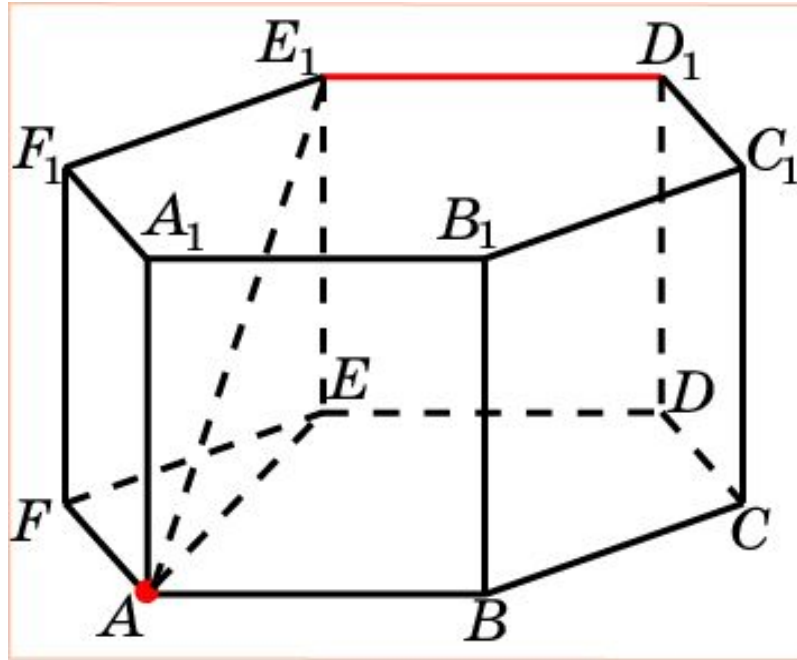
В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $A_1B_1$ .



Ответ: 1.

# Призма 13

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $D_1E_1$ .



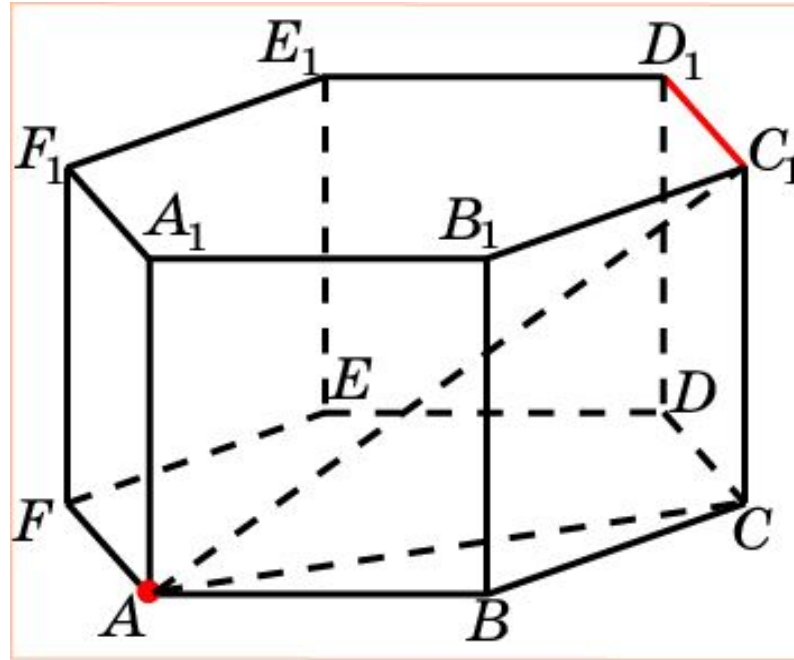
**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AE_1$ . В прямоугольном треугольнике  $AE_1E$  имеем:  $EE_1 = 1$ ,  $AE = \sqrt{3}$ . Следовательно,  $AE_1 = 2$ .

**Ответ:** 2.



## Призма 14

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $C_1D_1$ .

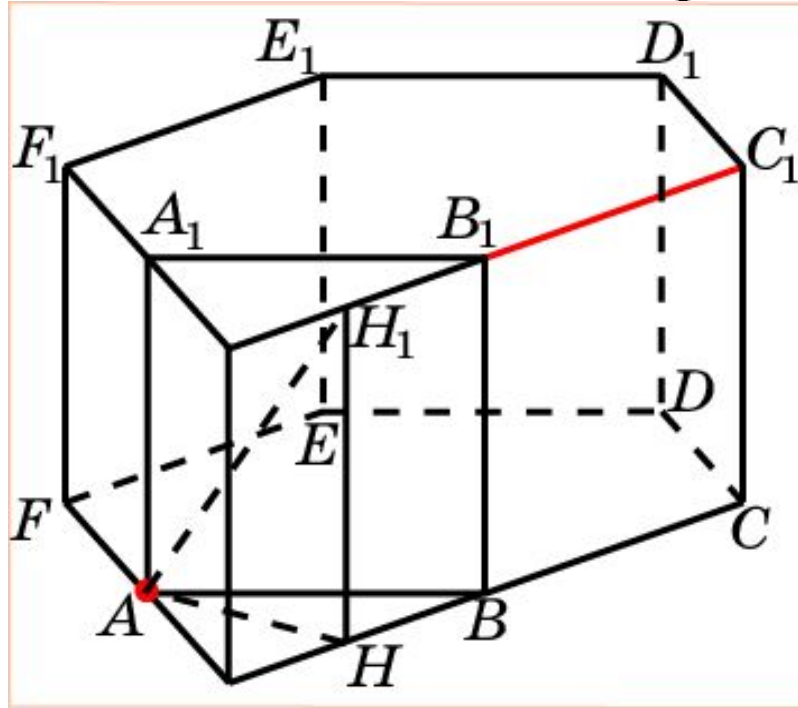


**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AC_1$ . В прямоугольном треугольнике  $ACC_1$  имеем:  $CC_1 = 1$ ,  $AC = \sqrt{3}$ . Следовательно,  $AC_1 = 2$ .

**Ответ:** 2.

# Призма 15

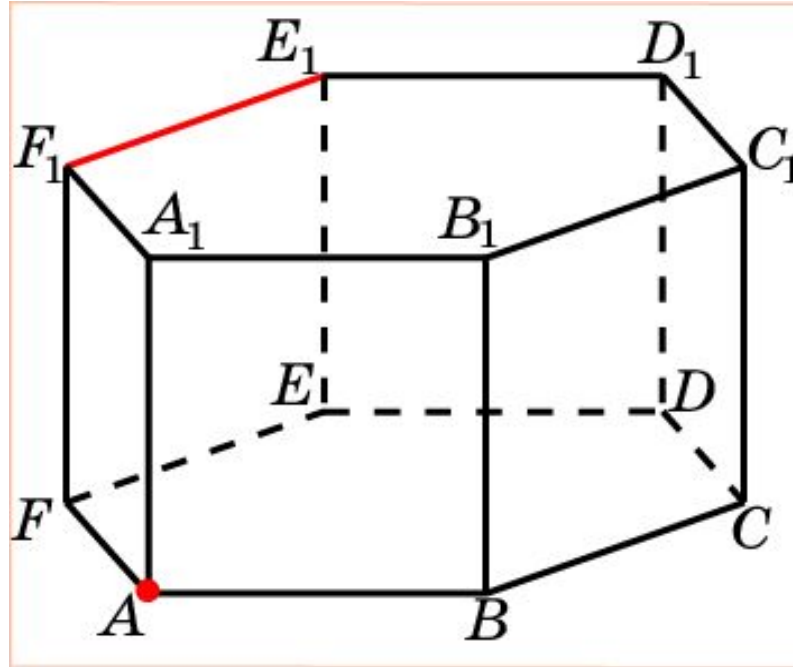
В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $B_1C_1$ .



**Решение:** Достроим призму, присоединив к ней правильную треугольную призму  $ABGA_1B_1G_1$ . Искомым расстоянием является длина отрезка  $AH_1$ , где  $H_1$  – середина ребра  $B_1G_1$ . В прямоугольном треугольнике  $AHH_1$  имеем:  $HH_1 = 1$ ,  $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Следовательно,  $AH_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}$ . **Ответ:**  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ .

# Призма 16

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $E_1F_1$ .

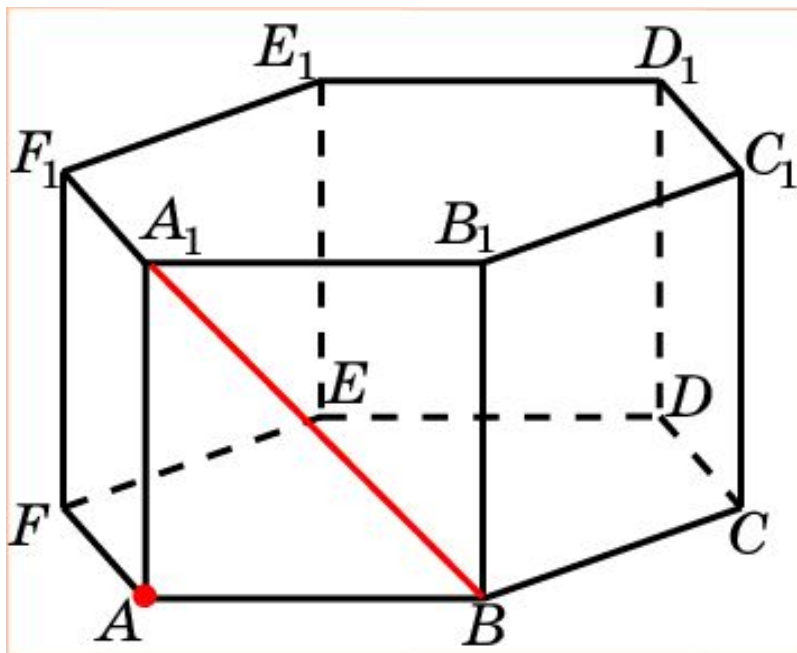


**Решение** аналогично решению предыдущей задачи.

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ .

# Призма 17

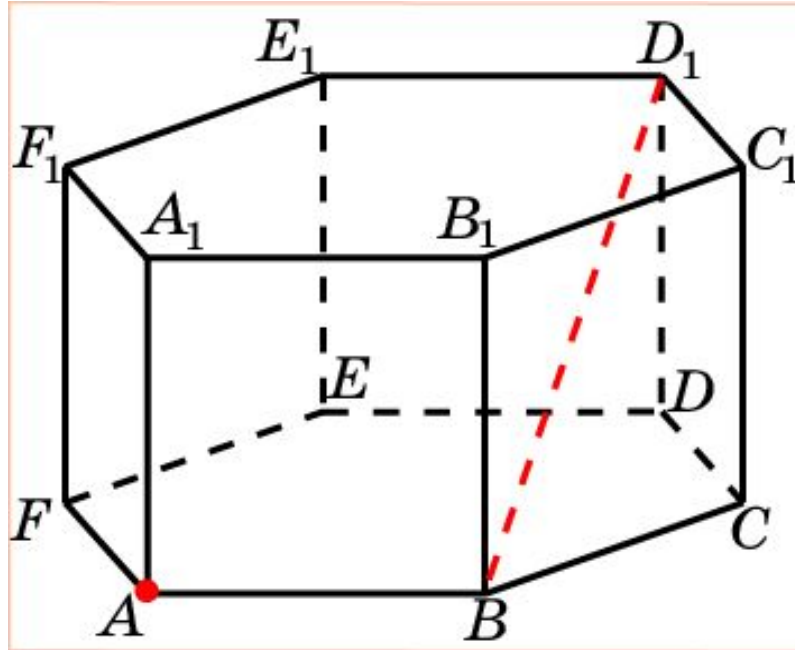
В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BA_1$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

# Призма 18

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD_1$ .

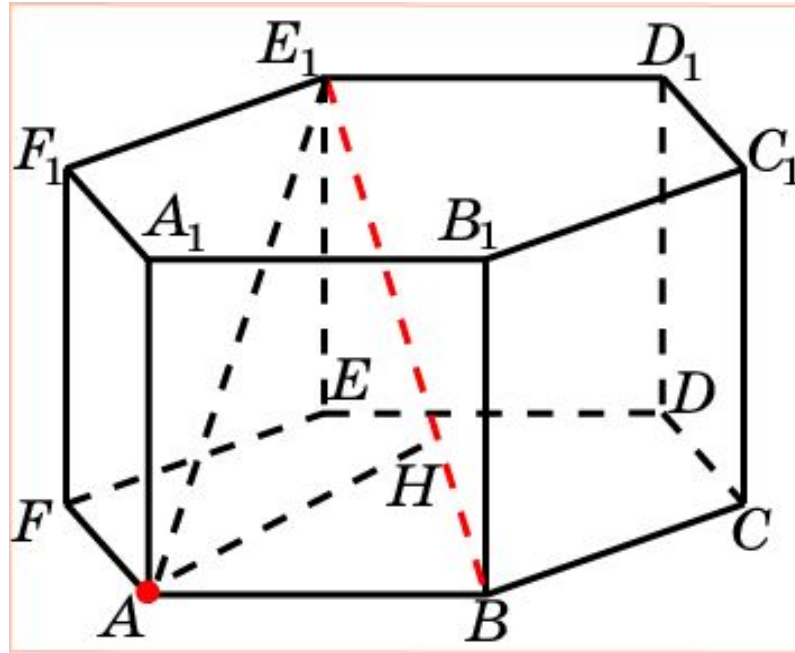


**Решение:** Искомым расстоянием является длина отрезка  $AB$ . Она равна 1.

**Ответ:** 1.

# Призма 19

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BE_1$ .



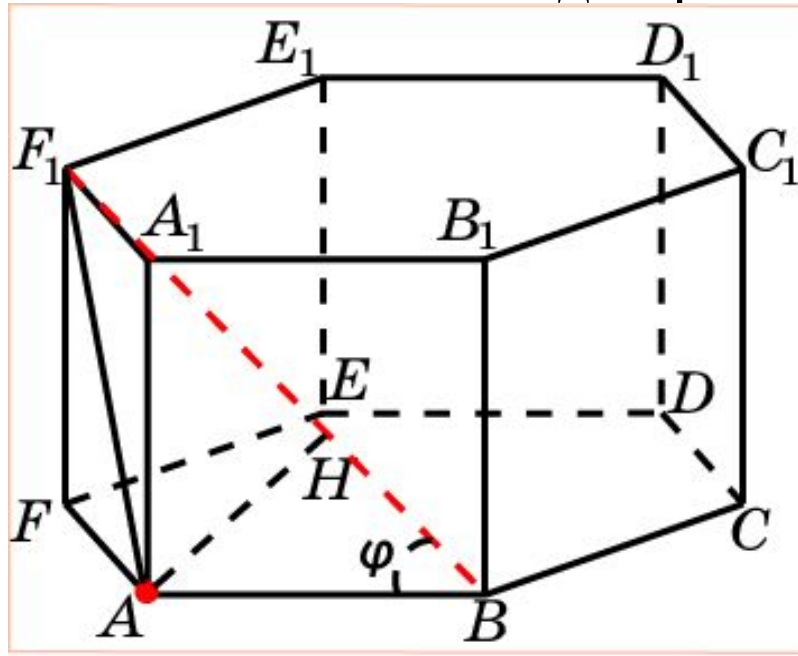
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  прямоугольного треугольника  $ABE_1$ , в котором  $AB = 1$ ,  $AE_1 = 2$ ,  $BE_1 = \sqrt{5}$ .

Из подобия треугольников  $ABE_1$  и  $BHA$  находим  $AH = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**Ответ:**  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

## Призма 20

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BF_1$ .



**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $ABF_1$ , в котором  $AB = 1$ ,  $AF_1 = \sqrt{2}$ ,  $BF_1 = 2$ .

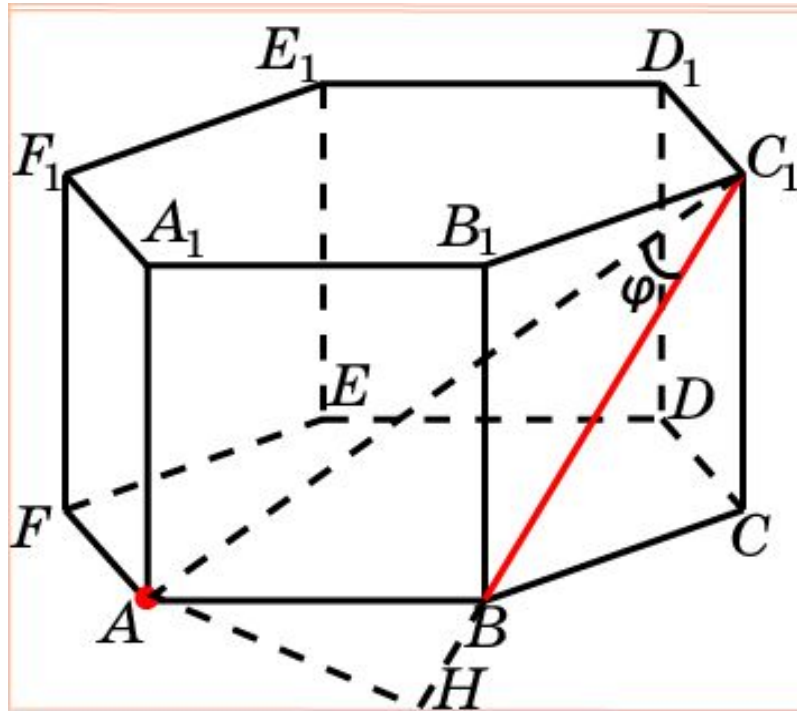
Обозначим  $\varphi$  угол  $ABF_1$ . По теореме косинусов, примененной к

треугольнику  $ABF_1$ , имеем  $\cos \varphi = \frac{3}{4}$ . Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и, значит,  $AH = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{7}}{4}$ .

# Призма 21

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC_1$ .



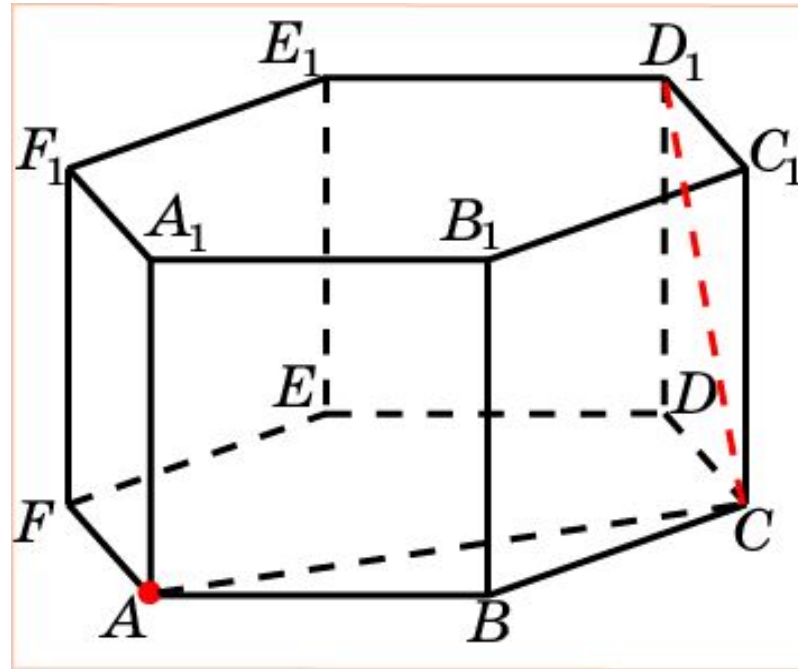
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $ABC_1$ , в котором  $AB = 1$ ,  $BC_1 = \sqrt{2}$ ,  $AC_1 = 2$ .

Обозначим  $\varphi$  угол  $AC_1B$ . По теореме косинусов, примененной к треугольнику  $ABC_1$ , имеем  $\cos \varphi = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ . Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{14}}{8}$  и, значит,  $AH = \frac{\sqrt{14}}{4}$ . **Ответ:**  $\frac{\sqrt{14}}{4}$ .



## Призма 22

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CD_1$ .



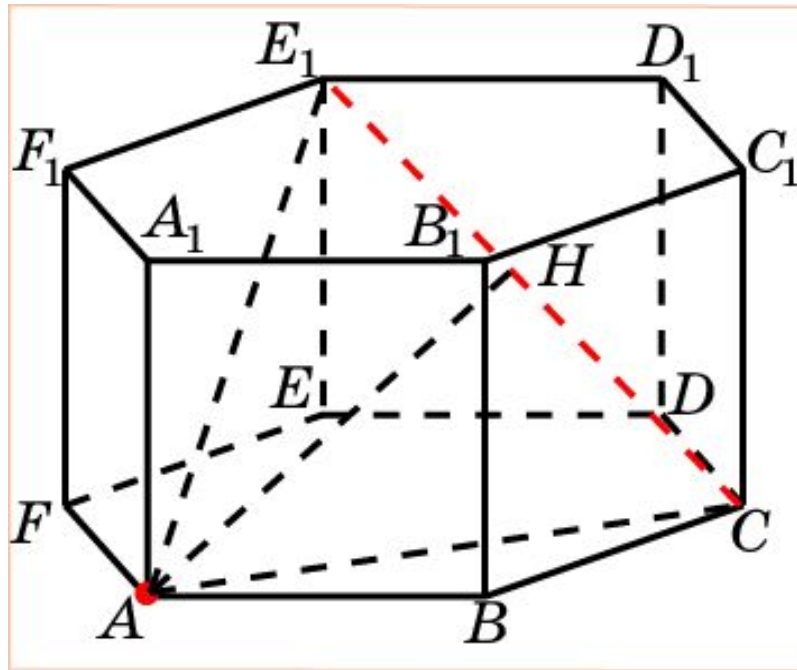
**Решение:** Искомое расстояние равно длине отрезка  $AC$ .

Оно равно  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

## Призма 23

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CE_1$ .

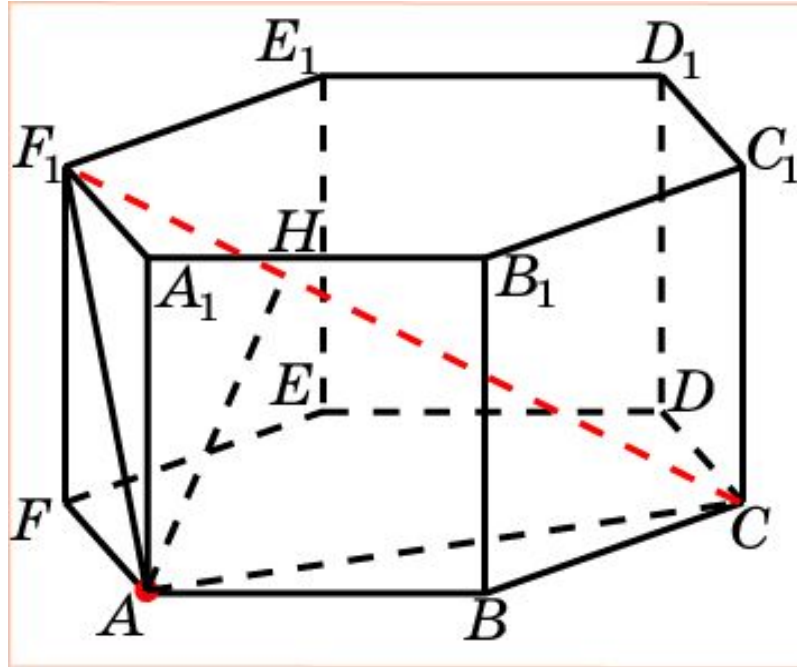


**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $ACE_1$ , в котором  $AC = \sqrt{3}$ ,  $CE_1 = AC_1 = 2$ .

$$AH = \frac{\sqrt{39}}{4}. \quad \text{Ответ: } \frac{\sqrt{39}}{4}.$$

## Призма 24

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CF_1$ .



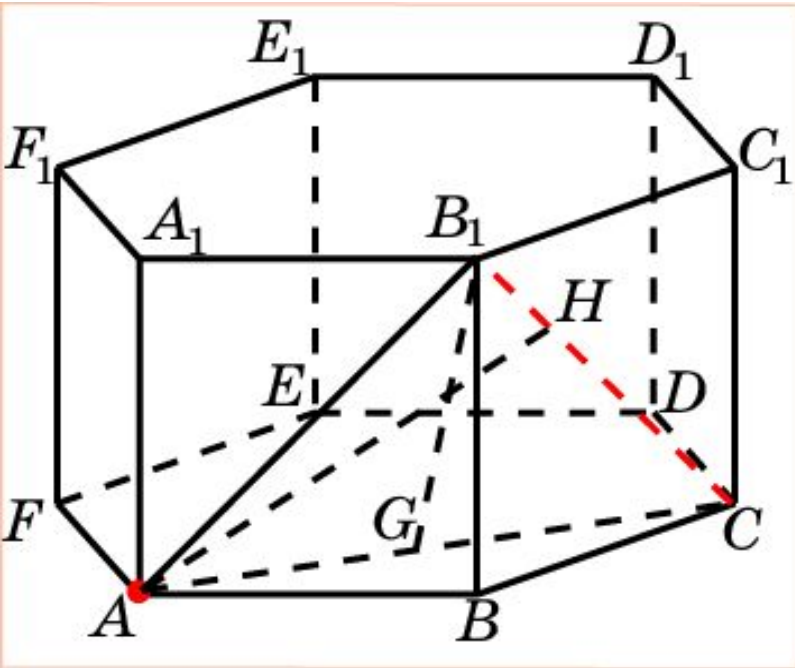
**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  прямоугольного треугольника  $ACF_1$ , в котором  $AC = \sqrt{3}$ ,  $AF_1 = \sqrt{2}$ ,  $CF_1 = \sqrt{5}$ .

Из подобия треугольников  $ACF_1$  и  $NAF_1$  находим  $AH = \frac{\sqrt{30}}{5}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{30}}{5}$ .

# Призма 25

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CB_1$ .



**Решение:** Искомое расстояние равно высоте  $AH$  треугольника  $ACA_1$ , в котором  $AC = \sqrt{3}$ ,  $AB_1 = CB_1 = \sqrt{2}$ .

Высота  $B_1G$  этого треугольника равна  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ . Его площадь равна

$$\frac{1}{2} AC \cdot B_1G = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

С другой стороны, эта площадь равна

$$\frac{1}{2} CB_1 \cdot AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot AH.$$

Приравняв площади, получим  $AH = \frac{\sqrt{30}}{4}$ .

Ответ:  $\frac{\sqrt{30}}{4}$ .