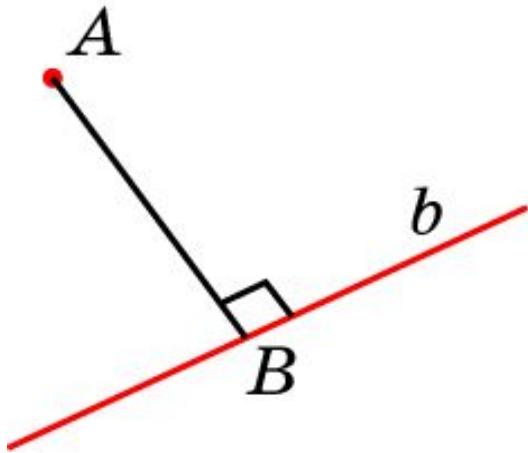
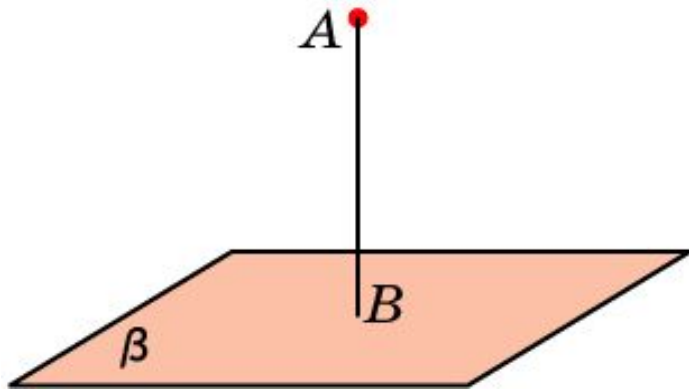


# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

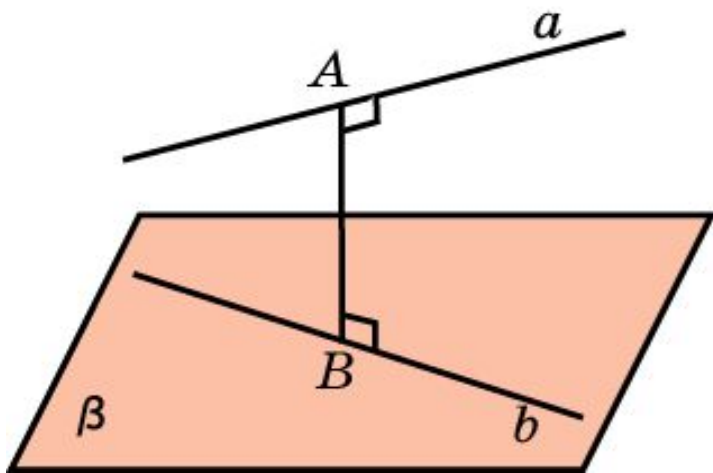


Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.



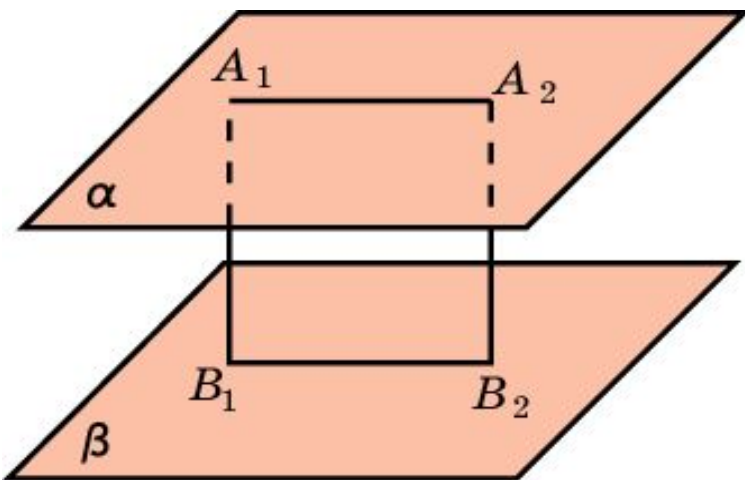
Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость.

# РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ И ПЛОСКОСТЯМИ



Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым.

Если одна из двух данных прямых лежит в плоскости, а другая – параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью.



Расстоянием между двумя параллельными плоскостями называется расстояние от какой-нибудь точки одной плоскости до другой плоскости.

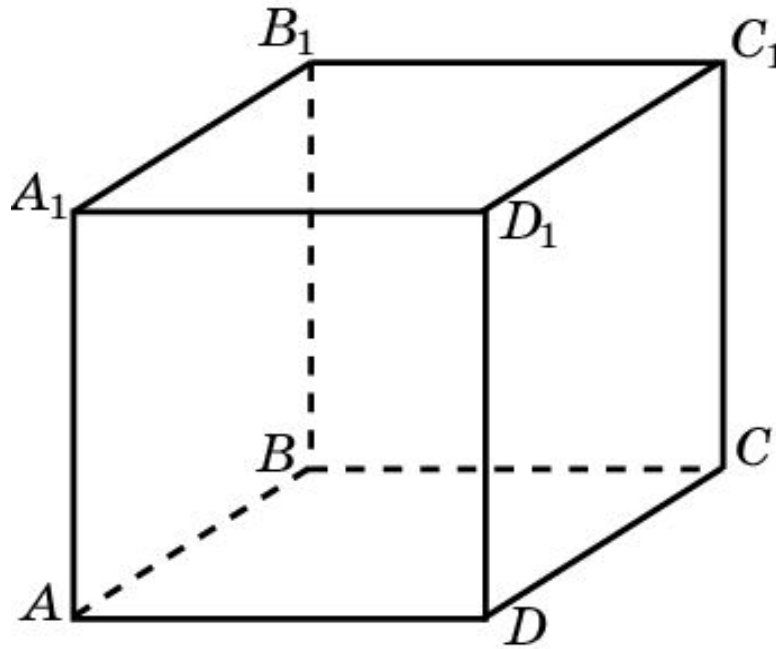
## Упражнение 1

Из точки  $A$ , не принадлежащей плоскости  $\alpha$ , проведена наклонная к этой плоскости. Определите угол между этой наклонной и плоскостью  $\alpha$ , если расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\alpha$ : а) равно ортогональной проекции наклонной; б) в два раза меньше самой наклонной.

Ответ: а)  $45^\circ$ ; б)  $30^\circ$ .

## Упражнение 2

В кубе  $A...D_1$  с ребром  $a$  найдите расстояние между вершиной  $A_1$  и: а) ребром  $CD$ ; б) диагональю  $BD$ ; в) диагональю  $AC_1$ .



Ответ: а)  $a\sqrt{2}$ ; б)  $a\frac{\sqrt{6}}{2}$ ; в)  $a\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

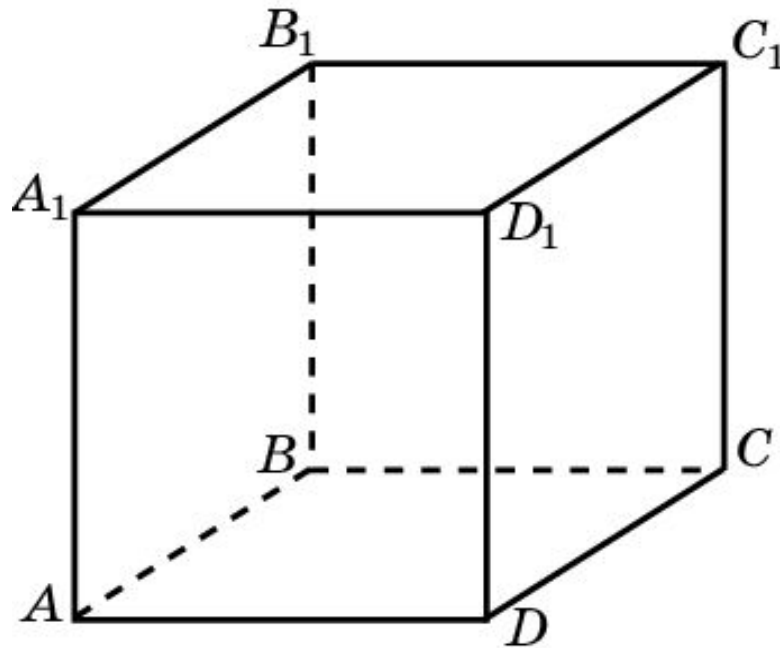
## Упражнение 3

Чему равно расстояние между параллельными гранями в кубе?

Ответ: Ребру куба.

## Упражнение 4

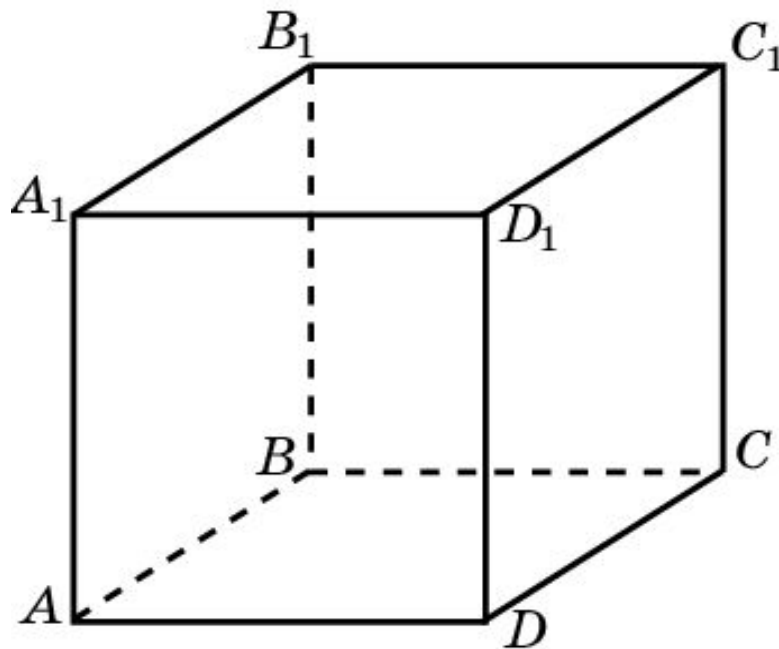
В кубе  $A...D_1$  с ребром  $a$  найдите расстояние: а) от вершины  $A_1$  до плоскости грани  $ABCD$ ; б) от вершины  $A$  до плоскости грани  $BB_1D_1D$ ; в) от вершины  $A_1$  до плоскости  $AB_1D_1$ .



Ответ: а)  $a$ ; б)  $a \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; в)  $a \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

## Упражнение 5

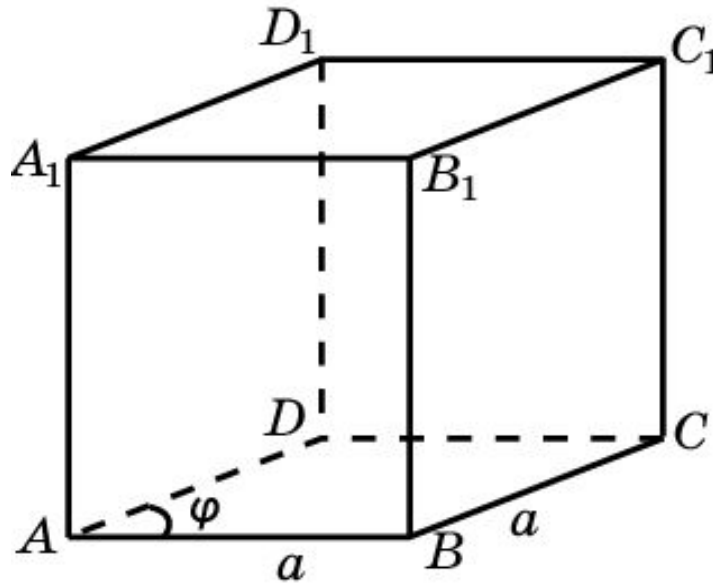
Найдите расстояние между вершиной  $A_1$  и плоскостью  $AB_1D_1$  куба  $A\dots D_1$ , если ребро куба равно  $a$ .



Ответ:  $a\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

## Упражнение 6

В прямой четырехугольной призме, в основании которой - ромб со стороной  $a$  и острым углом  $\phi$ , найдите расстояние между противоположными боковыми гранями.

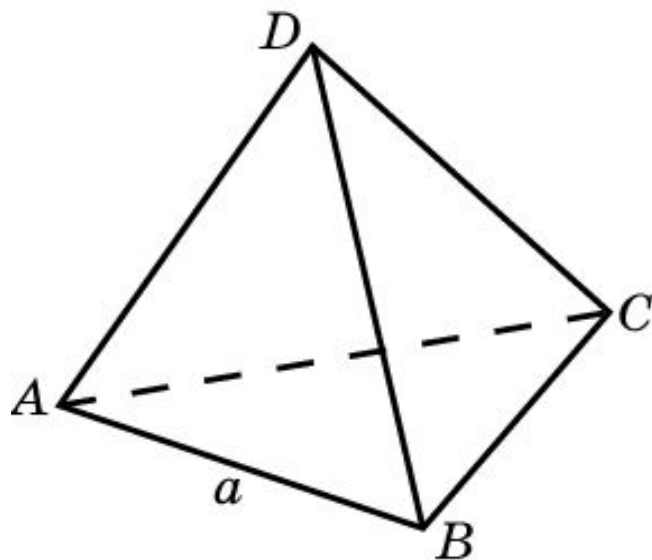


Ответ:  $a \cdot \sin \phi$ .



## Упражнение 7

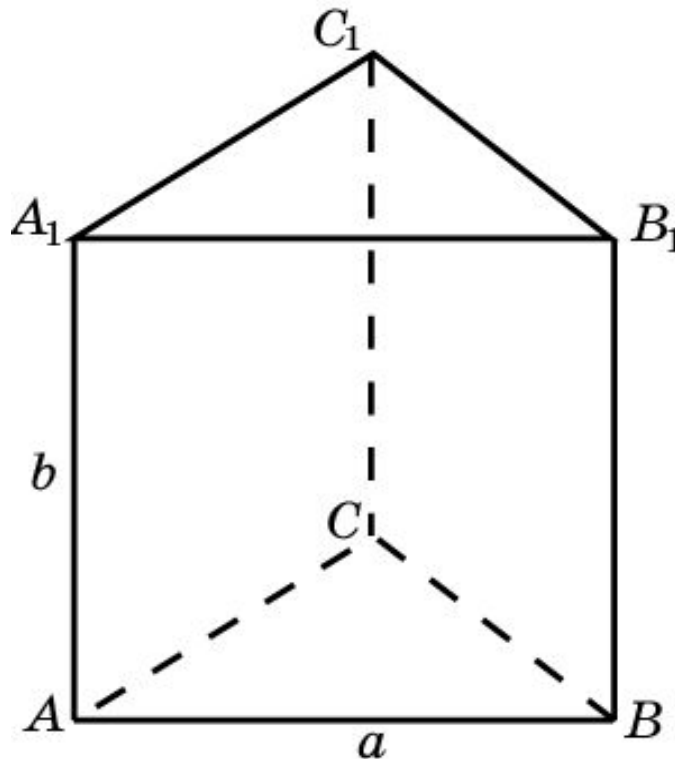
Ребро правильного тетраэдра равно  $a$ . Найдите расстояние между его скрещивающимися ребрами.



Ответ:  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

## Упражнение 8

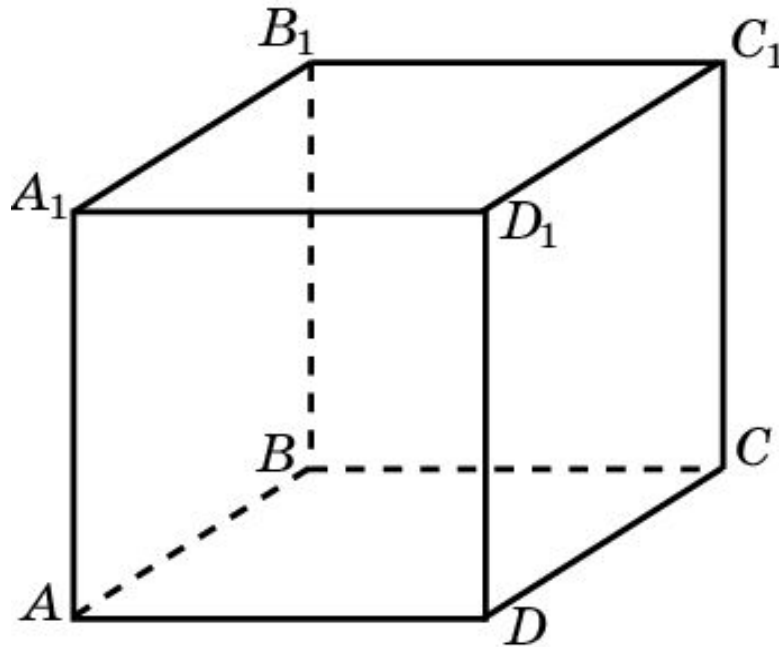
В правильной треугольной призме со стороной основания  $a$  и боковым ребром  $b$  найдите расстояния между скрещивающимися ребрами.



Ответ:  $\frac{a\sqrt{3}}{2}, b$ .

## Упражнение 9

Для куба  $A...D_1$  с ребром  $a$  найдите расстояние между скрещивающимися прямыми: а)  $AD$  и  $A_1C_1$ ; б)  $AC_1$  и  $DD_1$ ; в)  $AD$  и  $A_1B_1$ ; г)  $AC$  и  $B_1D_1$ ; д)  $AC$  и  $DD_1$ ; е)  $AC_1$  и  $BD$ .



Ответ: а)  $a$ ; б)  $a\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; в)  $a$ ; г)  $a$ ; д)  $a\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; е)  $a\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

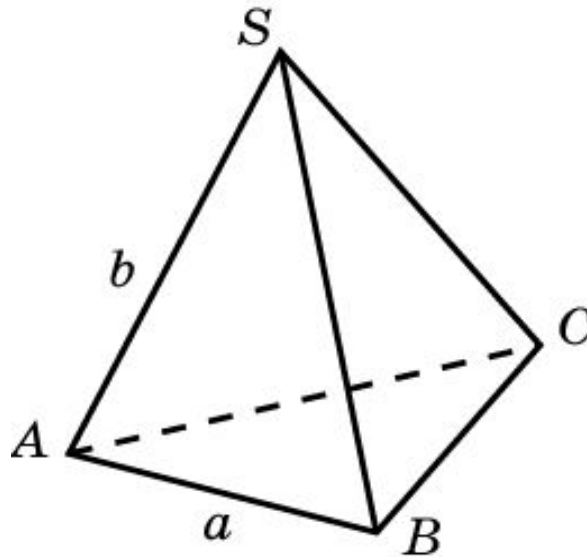
## Упражнение 10

Найдите геометрическое место точек пространства, равноудаленных от двух параллельных прямых.

Ответ: Плоскость.

## Упражнение 11

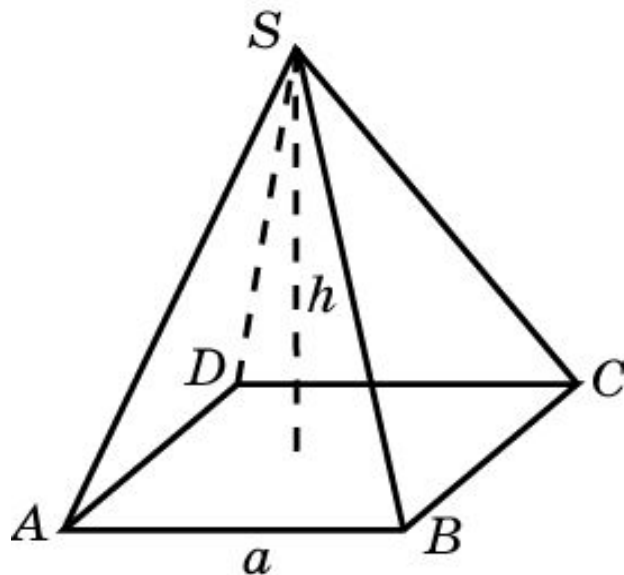
В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $a$ , боковое ребро -  $b$ . Найдите высоту пирамиды.



Ответ:  $\sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}}$  .

## Упражнение 12

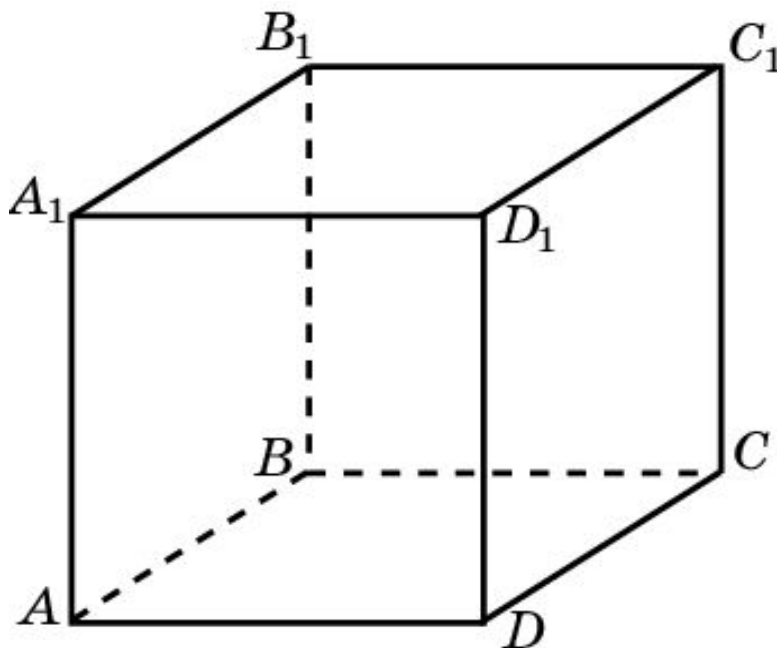
В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна  $a$ , высота -  $h$ . Найдите боковое ребро пирамиды.



Ответ:  $\sqrt{\frac{a^2 + 2h^2}{2}}$  .

## Упражнение 13

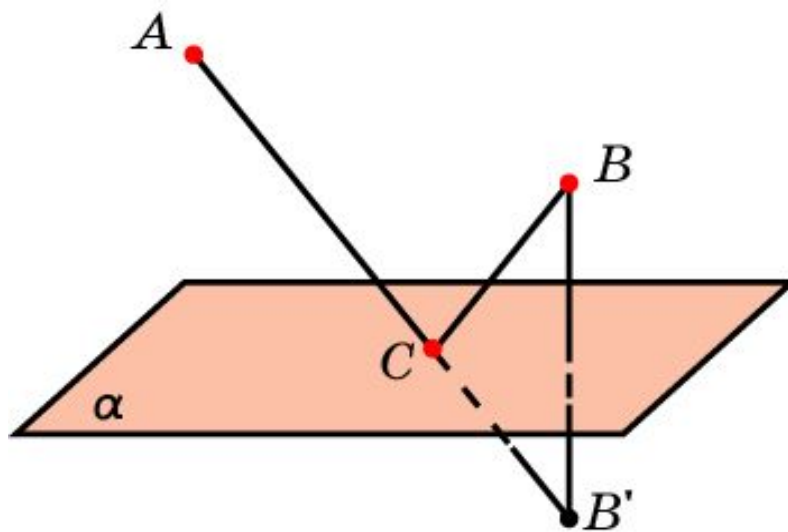
Ребро куба равно  $a$ . Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями смежных граней.



Ответ:  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

## Упражнение 14

Дана плоскость  $\alpha$  и две точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от нее. Найдите точку  $C$  на плоскости  $\alpha$ , чтобы сумма расстояний  $AC + CB$  была наименьшей.



**Ответ:** Обозначим  $B'$  точку симметричную точке  $B$  относительно плоскости  $\alpha$ . Искомая точка  $C$  будет точкой пересечения прямой  $AB'$  и плоскости  $\alpha$ .