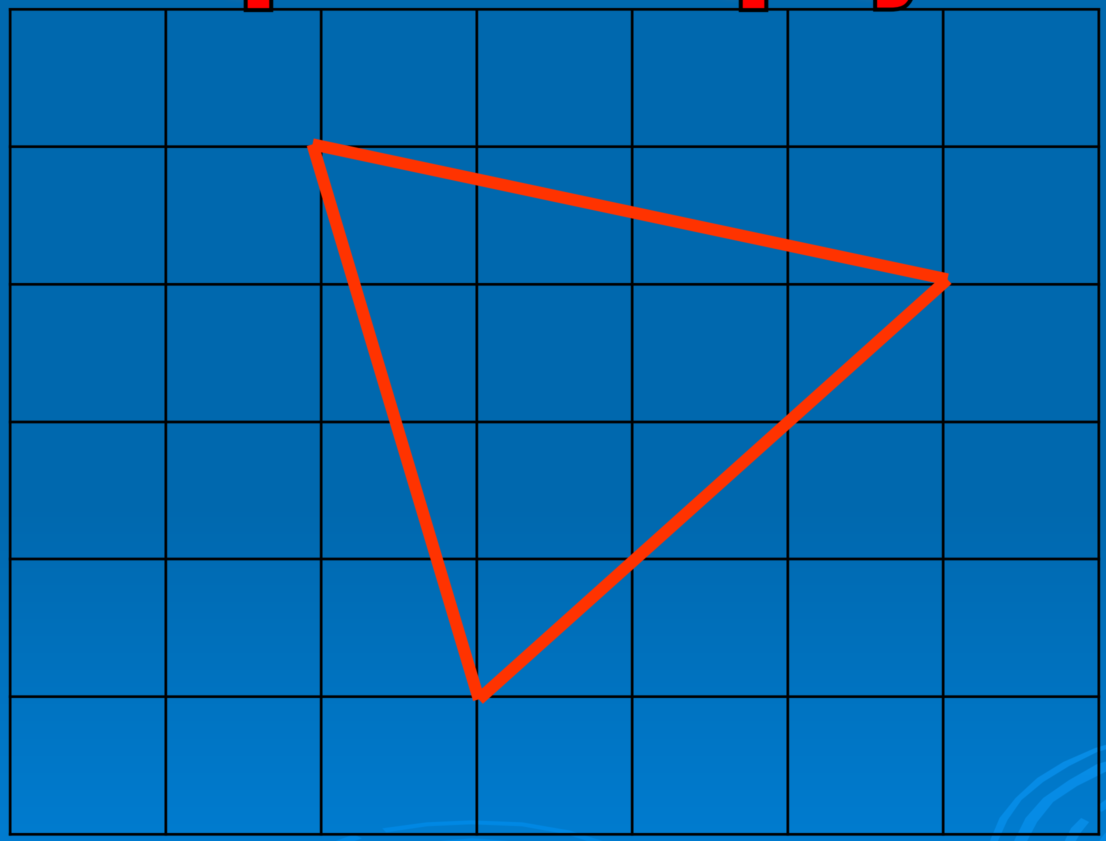
Равносторонний треугольник



900igr.net

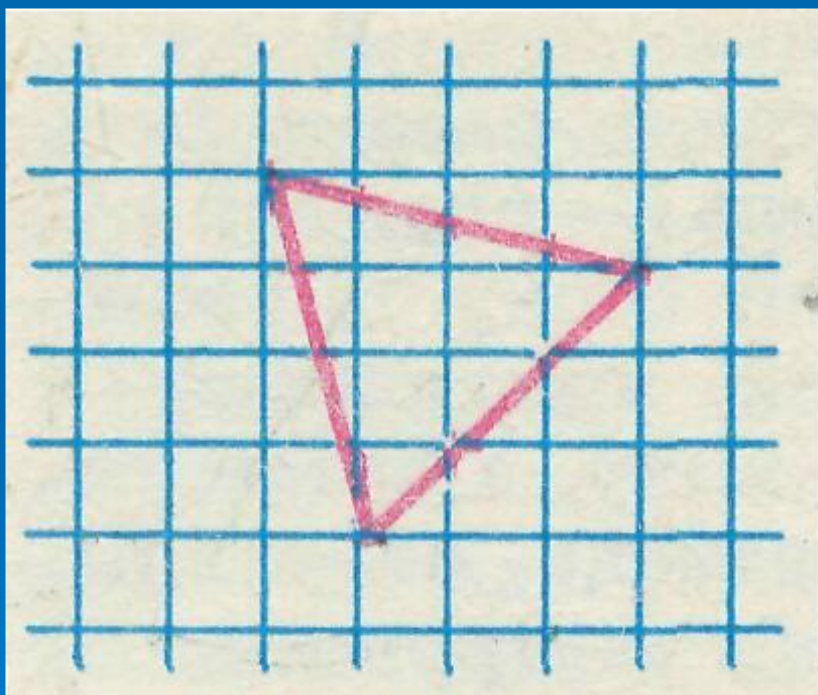
Цели работы

- Провести исследование, можно ли построить равносторонний треугольник на листе клеточной тетради с помощью линейки
- найти и изучить различные соотношения в равностороннем треугольнике
- выбрать наиболее интересные и представить их одноклассникам, и показать в своей работе

Как мы шли к этой цели?

- Посетили библиотеку, нашли необходимую научно-популярную литературу, прочли статьи в журналах «Квант» и «Математика в школе».
- Научились искать информацию в Интернете.
- Выбрали способы доказательства некоторых соотношений, используя дополнительные построения.
- Создали презентацию.

Можно ли построить равносторонний треугольник только при помощи линейки?



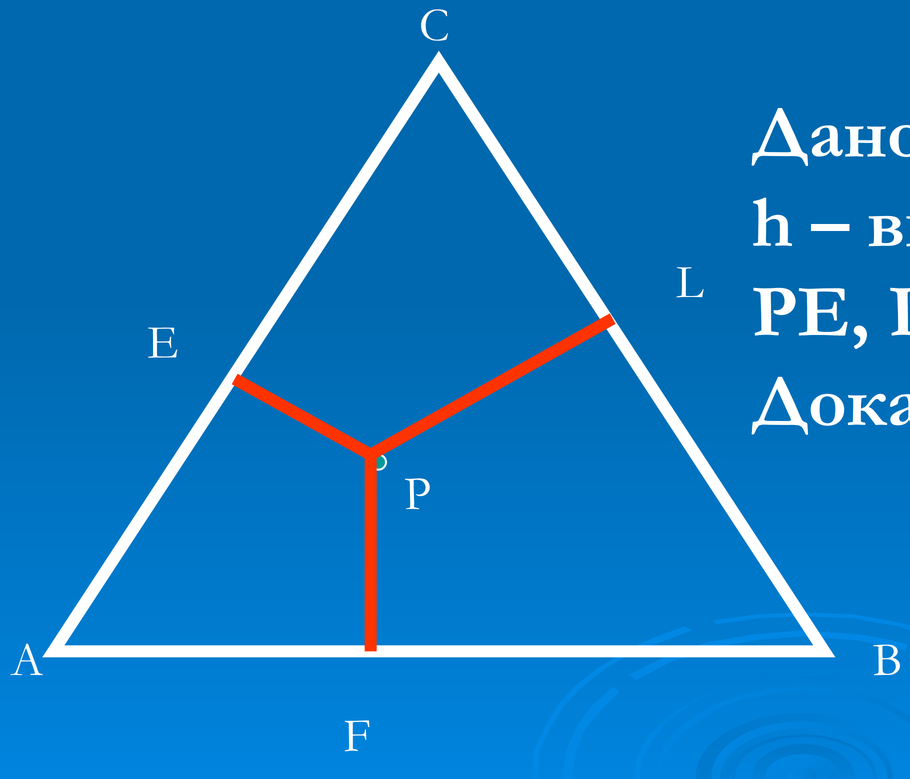
Оказывается, можно, расположив его вершины в узлах клеточной бумаги. В таком случае возникает ещё один вопрос: на самом ли деле стороны равны

Правда, изображенный на рисунке треугольник очень близок к равностороннему – длины его сторон различаются меньше, чем на 3%.

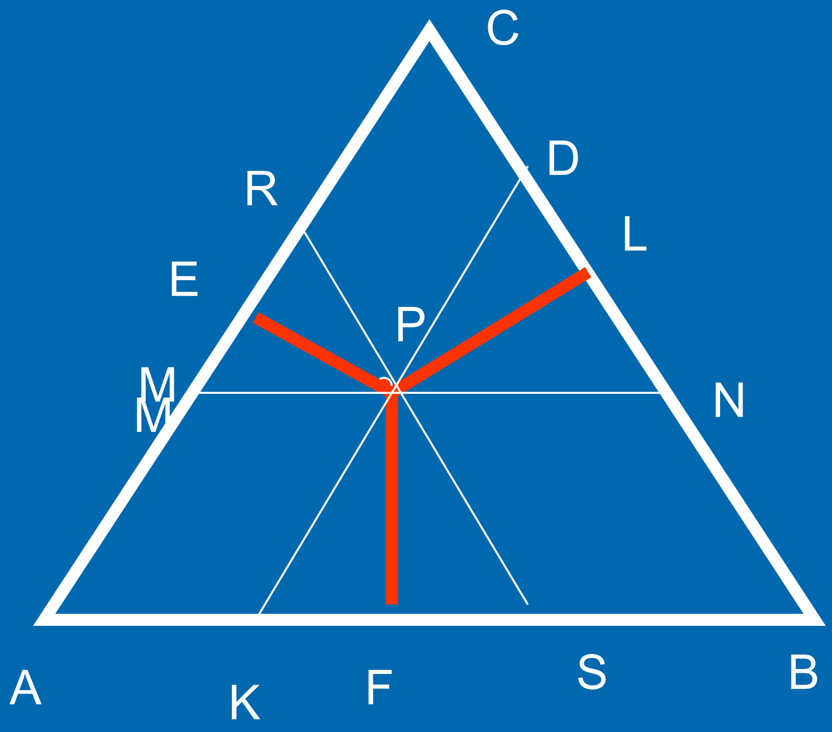
К сожалению, нарисовать равносторонний треугольник в узлах клеточной бумаги, нельзя.

удивительные соотношения в равностороннем треугольнике

1 .Теперь возьмём т. Р внутри равностороннего треугольника и отпустим из неё на стороны перпендикуляры РЕ, PL, PF. Оказывается, что сумма этих отрезков не зависит от выбора т. Р и равняется высоте треугольника.



Дано: ∆ ABC – равносторонний
h – высота, а - сторона
PE, PL, PF – перпендикуляры
Доказать: h = PF + PL + PE



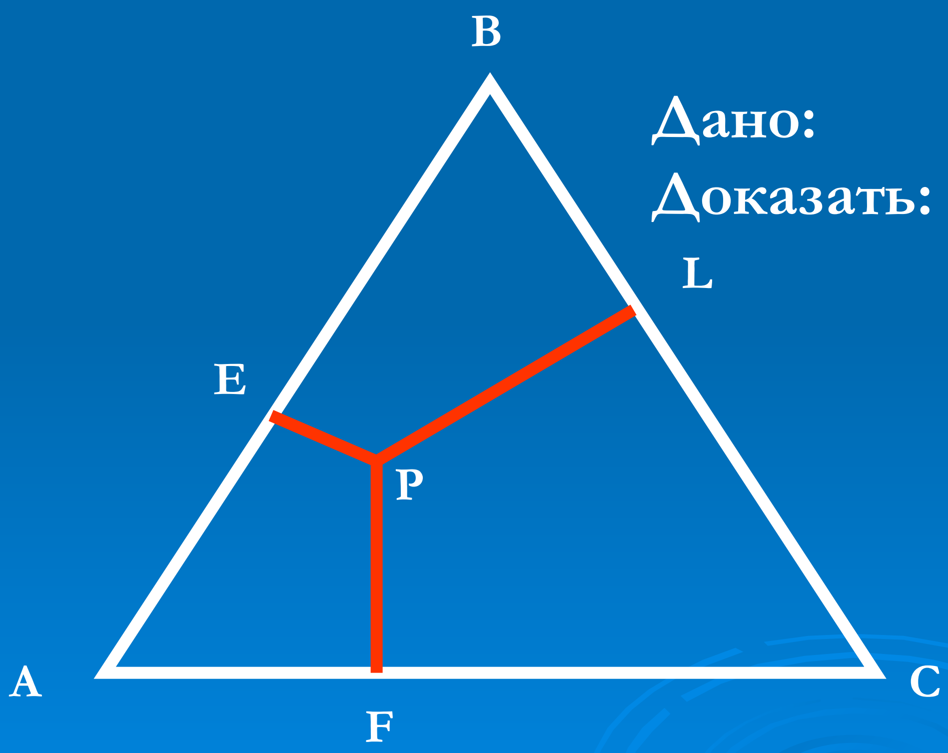
II способ

Проведем MN || AC, KD || AB, RS || BC.

∆KPS, ∆MPR , ∆NPD - равносторонние, т.к. прямые, параллельные сторонам правильного треугольника, образуют правильные треугольники. MP=AK, PN=SB, PD = RC т.к. замкнуты между параллельными прямыми и сами тоже параллельны. AK +KS + SB= AC, а потому и сумма высот этих треугольников равна высоте ∆ ABC, т.е. PE+ PL+ PF = h

Что и требовалось доказать.

2 . Внутри равностороннего треугольника взята точка P, и проведены перпендикуляры PE, PF, PL к сторонам этого треугольника. Сумма длин отрезков AF, BE и CL равна сумме длин отрезков CF, BL и AE.



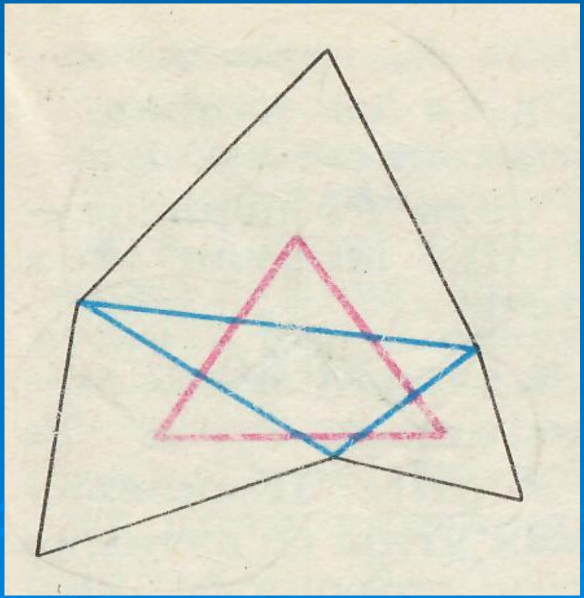
Дано: Δ ABC – равносторонний

Доказать: AF + CL + BE = CF + BL + AE

II способ. Проведем MN || AC, KD || AB, RS || BC.

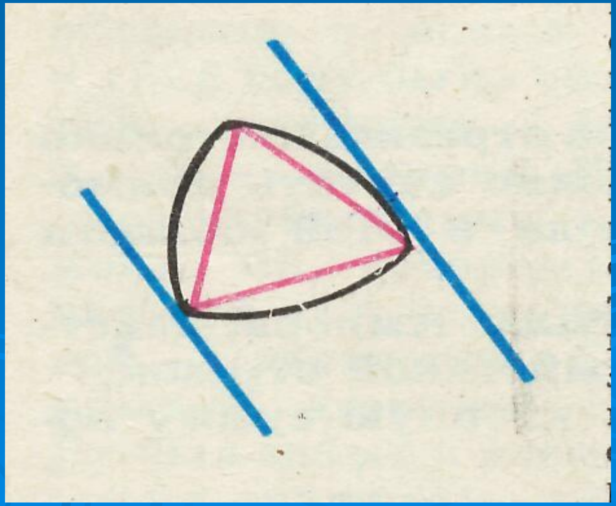
ΔKPS, ΔMPR , ΔNPD - равносторонние, т.к. прямые, параллельные сторонам правильного треугольника, образуют правильные треугольники. MP=AK, PN=SC, PD = RB, AM=KP т.к. замкнуты между параллельными прямыми и сами тоже параллельны. AK +KS + SB= AC. Пусть AK=x, KS=y, SC=z, то AE=y+0,5x, BL=x+0,5z, CF=z+0,5y
AE+BL+CF= 1,5(x+y+z).
AF=x+0,5y, CL=y+0,5z, BE=z+0,5x, тогда AF+CL+BE=1,5(x+y+z).
Следовательно, AF+CL+BE=AE+BL+CF
Что и требовалось доказать.

Если на сторонах произвольного треугольника во внешнюю сторону построить равносторонние треугольники, то их центры будут вершинами равностороннего треугольника. Этот факт верен и в том случае, если равносторонние треугольники строить внутрь данного.

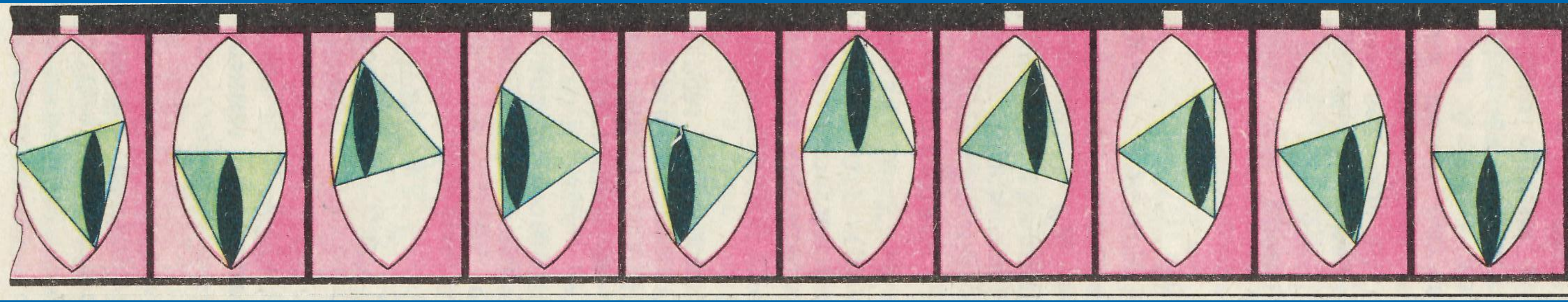


Заключение

Немецкий механик Франз Рело заметил, что если провести дуги окружностей с центрами в вершинах равностороннего треугольника, соединяющие две другие его вершины, то полученная (она получила название треугольник Реле) будет обладать свойством постоянства ширины, т.е. расстояние между двумя параллельными касательными к этой кривой будет постоянной величиной, равной стороне треугольника.



Равносторонний треугольник можно поворачивать внутри лупочки, составленной из двух дуг окружности, каждая из которых равняется 120, а радиус равен стороне треугольника.



Если же взять лупочку из двух дуг вдвое меньшего размера (60), а радиус равен высоте треугольника, то такую лупочку можно вращать внутри этого треугольника, так, что она всё время будет касаться всех его сторон.

Использованные ресурсы

- Скопец З.А. «Геометрические миниатюры», М. «Просвещение», 1991 г.
- Биографический указатель ХРОНОСа
- httphttp://http://wwwhttp://www.http://www.hronohttp://www.hrono.http://www.hrono.ruhttp://www.hrono.ru/http://www.hrono.ru/dahttp://www.hrono.ru/da/http://www.hrono.ru/da/cdhttp://www.hrono.ru/da/cd_http://www.hrono.ru/da/cd_romhttp://www.hrono.ru/da/cd_rom.http://www.hrono.ru/da/cd_rom.html
- Ж.«Квант» №5, М, «Наука», 1991 г.
- Н. Лэнгдон, Ч. Снейп, «С математикой в путь», М. «Педагогика», 1987 г.
- К. У. Шахно, «Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности», Минск