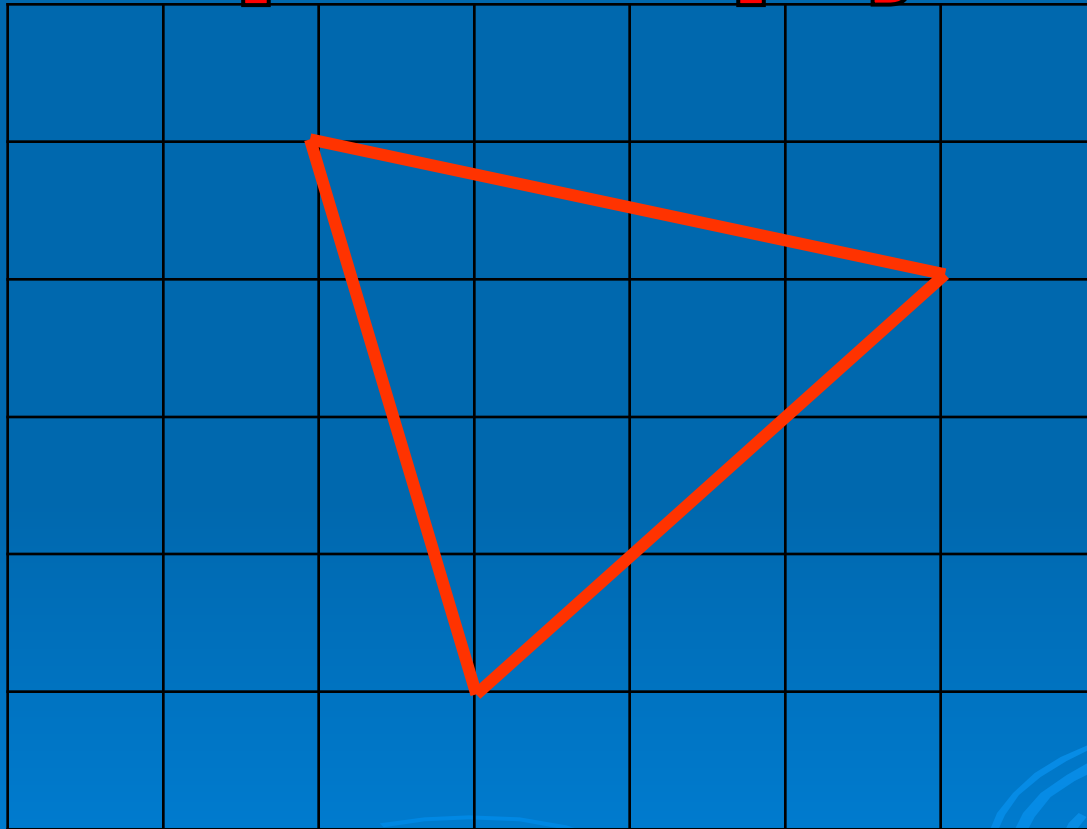


# Равносторонний треугольник



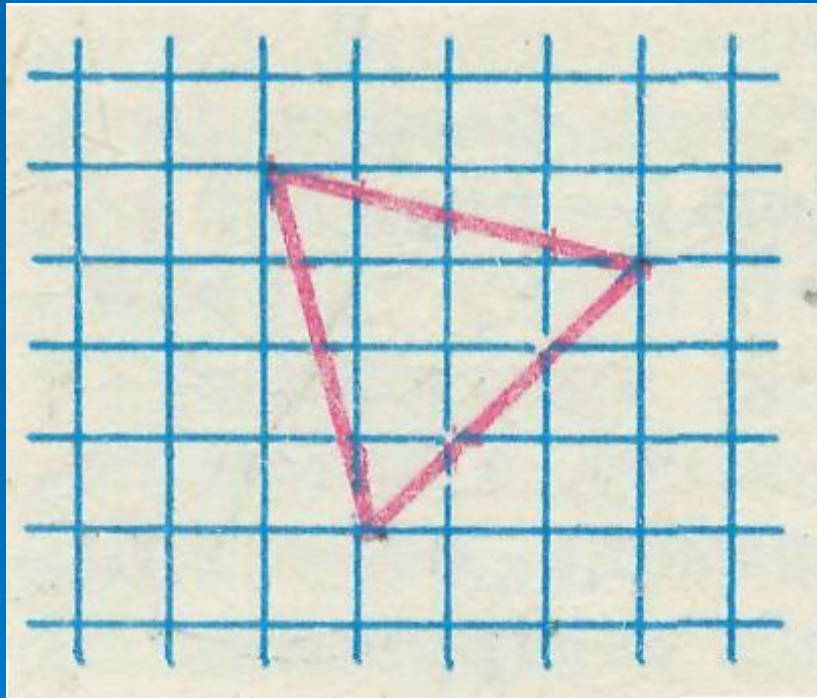
# Цели работы

- Провести исследование, можно ли построить равносторонний треугольник на листе клеточной тетради с помощью линейки
- найти и изучить различные соотношения в равностороннем треугольнике
- выбрать наиболее интересные и представить их одноклассникам, и показать в своей работе

# Как мы шли к этой цели?

- Посетили библиотеку, нашли необходимую научно-популярную литературу, прочли статьи в журналах «Квант» и «Математика в школе».
- Научились искать информацию в Интернете.
- Выбрали способы доказательства некоторых соотношений, используя дополнительные построения.
- Создали презентацию.

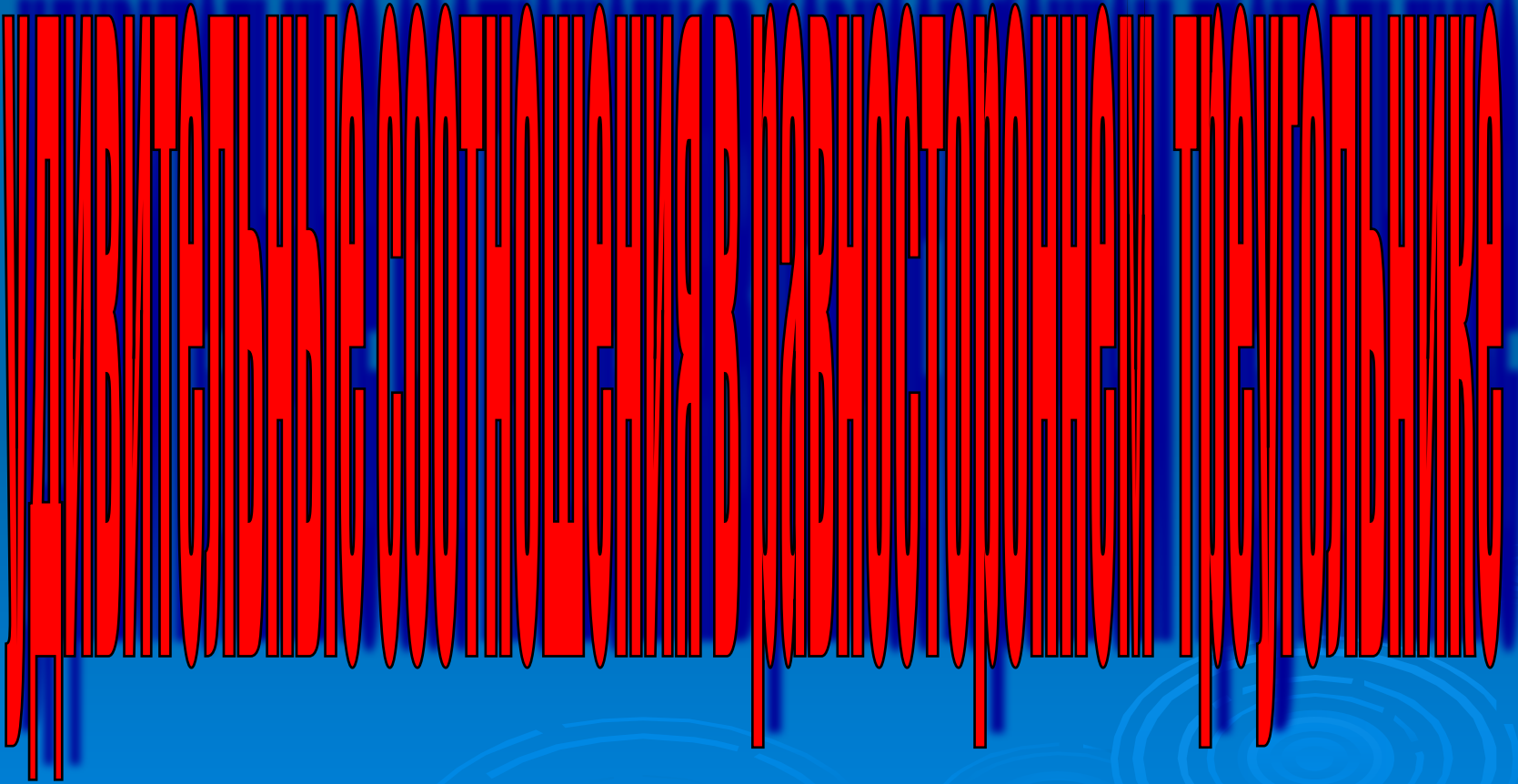
# Можно ли построить равносторонний треугольник только при помощи линейки?



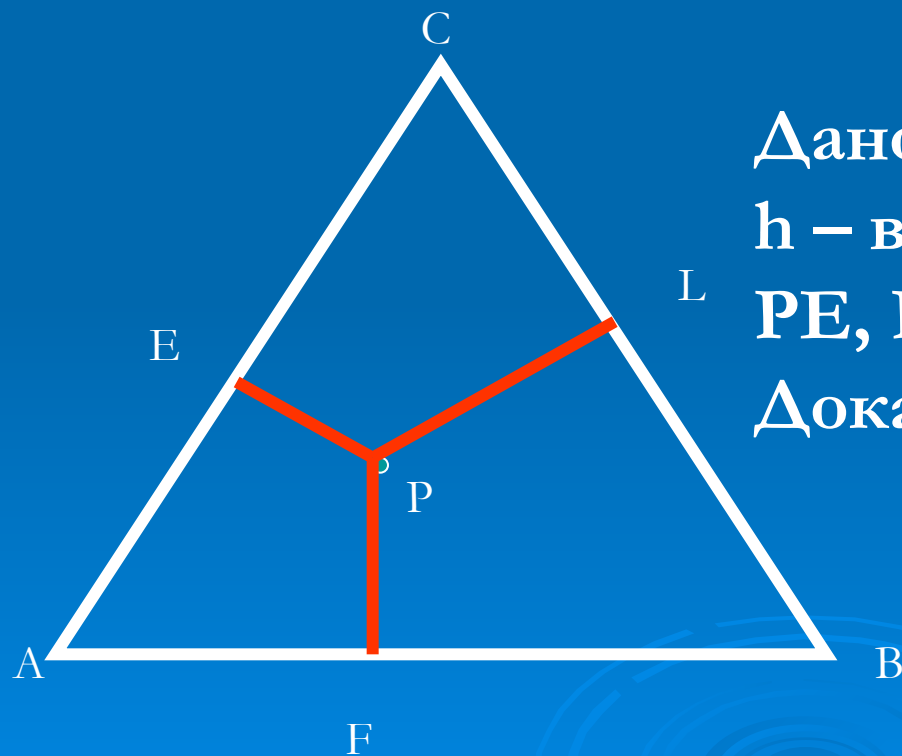
Оказывается, можно, расположив его вершины в узлах клеточной бумаги. В таком случае возникает ещё один вопрос: на самом ли деле стороны равны

Правда, изображенный на рисунке треугольник очень близок к равностороннему — длины его сторон различаются меньше, чем на 3%.

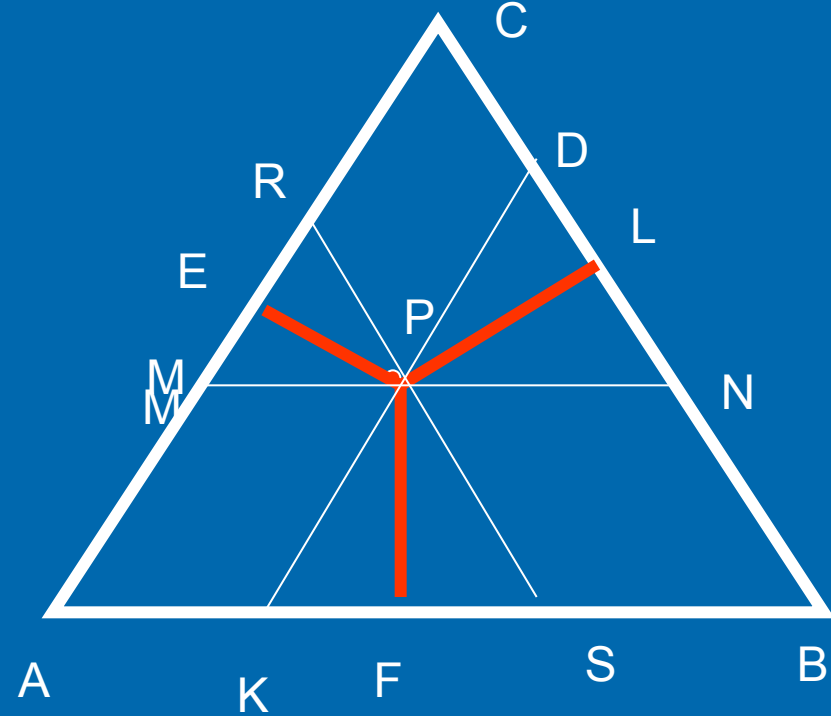
К сожалению, нарисовать равносторонний треугольник в узлах клеточной бумаги, **нельзя**.



1. Теперь возьмём т. Р внутри равностороннего треугольника и опустим из неё на стороны перпендикуляры РЕ, РL, РF. Оказывается, что сумма этих отрезков не зависит от выбора т. Р и равняется высоте треугольника.



Дано:  $\triangle ABC$  – равносторонний  
 $h$  – высота,  $a$  – сторона  
РЕ, РL, РF – перпендикуляры  
Доказать:  $h = PF + PL + PE$

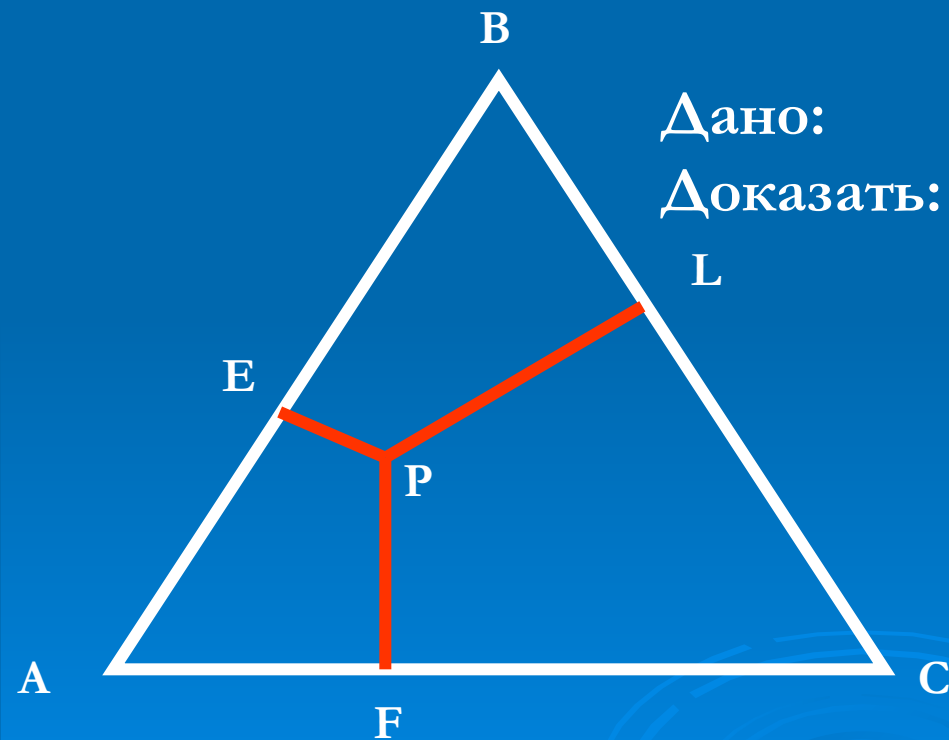


II способ

Проведем  $MN \parallel AC$ ,  $KD \parallel AB$ ,  
 $RS \parallel BC$ .

$\triangle KPS$ ,  $\triangle MPR$ ,  $\triangle NPD$  -  
 равносторонние, т.к. прямые,  
 параллельные сторонам  
 правильного треугольника,  
 образуют правильные  
 треугольники.  $MP=AK$ ,  $PN=SB$ ,  
 $PD = RC$  т.к. замкнуты между  
 параллельными прямыми и  
 сами тоже параллельны.  $AK$   
 $+KS + SB= AC$ , а потому и  
 сумма высот этих  
 треугольников равна высоте  
 $\triangle ABC$ , т.е.  $PE+ PL+ PF = h$   
 Что и требовалось доказать.

2. Внутри равностороннего треугольника взята точка P, и проведены перпендикуляры PE, PF, PL к сторонам этого треугольника. Сумма длин отрезков AF, BE и CL равна сумме длин отрезков CF, BL и AE.



Дано:  $\triangle ABC$  – равносторонний

Доказать:  $AF + CL + BE = CF + BL + AE$



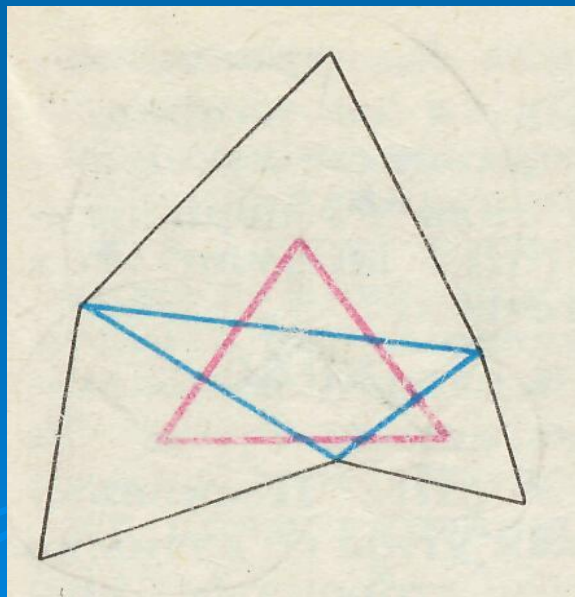
II способ. Проведем  $MN \parallel AC$ ,  $KD \parallel AB$ ,  $RS \parallel BC$ .

$\triangle KPS$ ,  $\triangle MPR$ ,  $\triangle NPD$  - равносторонние, т.к. прямые, параллельные сторонам правильного треугольника, образуют правильные треугольники.  $MP=AK$ ,  $PN=SC$ ,  $PD=RB$ ,  $AM=KP$  т.к. замкнуты между параллельными прямыми и сами тоже параллельны.  $AK+KS+SB=AC$ . Пусть  $AK=x$ ,  $KS=y$ ,  $SC=z$ , то  $AE=y+0,5x$ ,  $BL=x+0,5z$ ,  $CF=z+0,5y$   
 $AE+BL+CF=1,5(x+y+z)$ .

$AF=x+0,5y$ ,  $CL=y+0,5z$ ,  $BE=z+0,5x$ , тогда  
 $AF+CL+BE=1,5(x+y+z)$ .

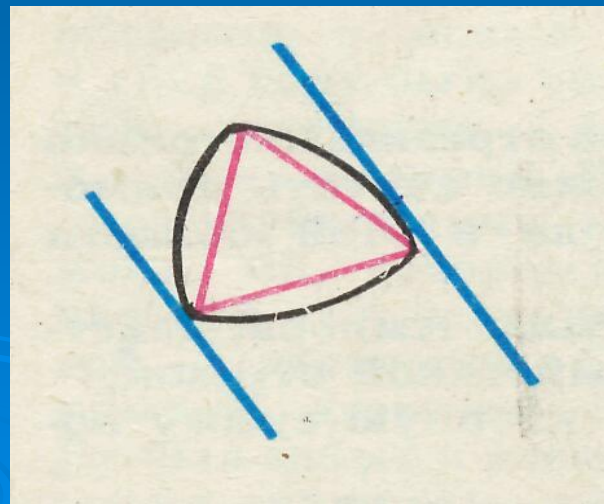
Следовательно,  $AF+CL+BE=AE+BL+CF$   
Что и требовалось доказать.

Если на сторонах произвольного треугольника во внешнюю сторону построить равносторонние треугольники, то их центры будут вершинами равностороннего треугольника. Этот факт верен и в том случае, если равносторонние треугольники строить внутри данного.

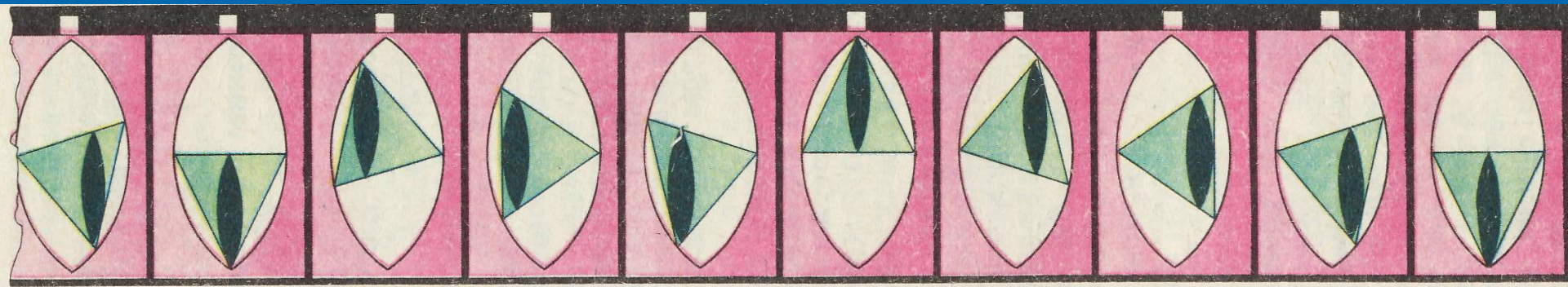


# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Немецкий механик Франц Рело заметил, что если провести дуги окружностей с центрами в вершинах равностороннего треугольника, соединяющие две другие его вершины, то полученная (она получила название треугольник Реле) будет обладать свойством постоянства ширины, т.е. расстояние между двумя параллельными касательными к этой кривой будет постоянной величиной, равной стороне треугольника.



Равносторонний треугольник можно поворачивать внутри лупочки, составленной из двух дуг окружности, каждая из которых равняется  $120^\circ$ , а радиус равен стороне треугольника.



Если же взять лупочку из двух дуг вдвое меньшего размера ( $60^\circ$ ), а радиус равен высоте треугольника, то такую лупочку можно вращать внутри этого треугольника, так, что она всё время будет касаться всех его сторон.

# Использованные ресурсы

- Скопец З.А. «Геометрические миниатюры», М. «Просвещение», 1991 г.
- Биографический указатель ХРОНОСа
- [http://www.hrono.ru/da/cd\\_rom.html](http://www.hrono.ru/da/cd_rom.html)
- Ж. «Квант» №5, М, «Наука», 1991 г.
- Н. Лэнгдон, Ч. Снейп, «С математикой в путь», М. «Педагогика», 1987 г.
- К. У. Шахно, «Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности». Минск

