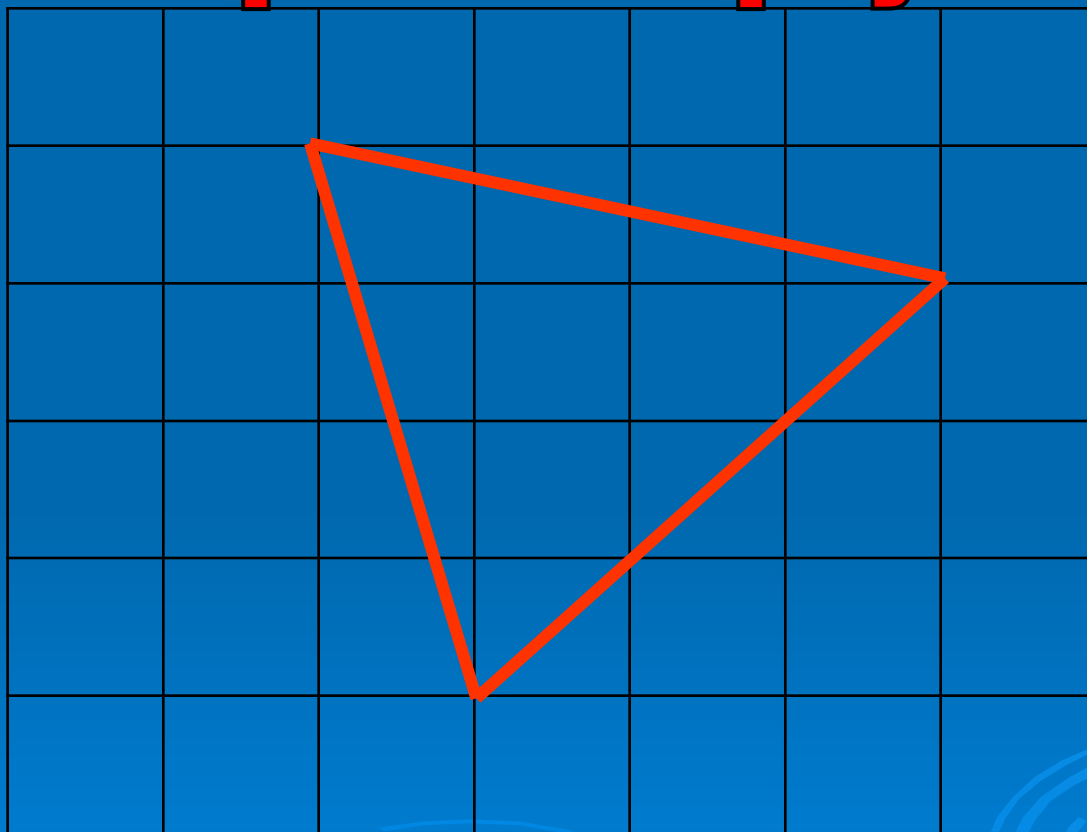


Равносторонний треугольник



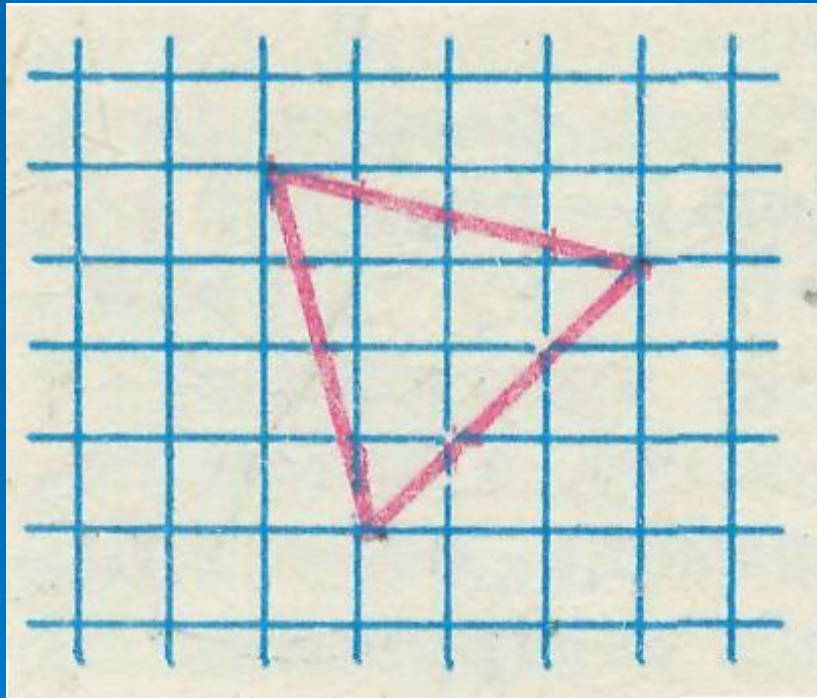
Цели работы

- Провести исследование, можно ли построить равносторонний треугольник на листе клеточной тетради с помощью линейки
- найти и изучить различные соотношения в равностороннем треугольнике
- выбрать наиболее интересные и представить их одноклассникам, и показать в своей работе

Как мы шли к этой цели?

- Посетили библиотеку, нашли необходимую научно-популярную литературу, прочли статьи в журналах «Квант» и «Математика в школе».
- Научились искать информацию в Интернете.
- Выбрали способы доказательства некоторых соотношений, используя дополнительные построения.
- Создали презентацию.

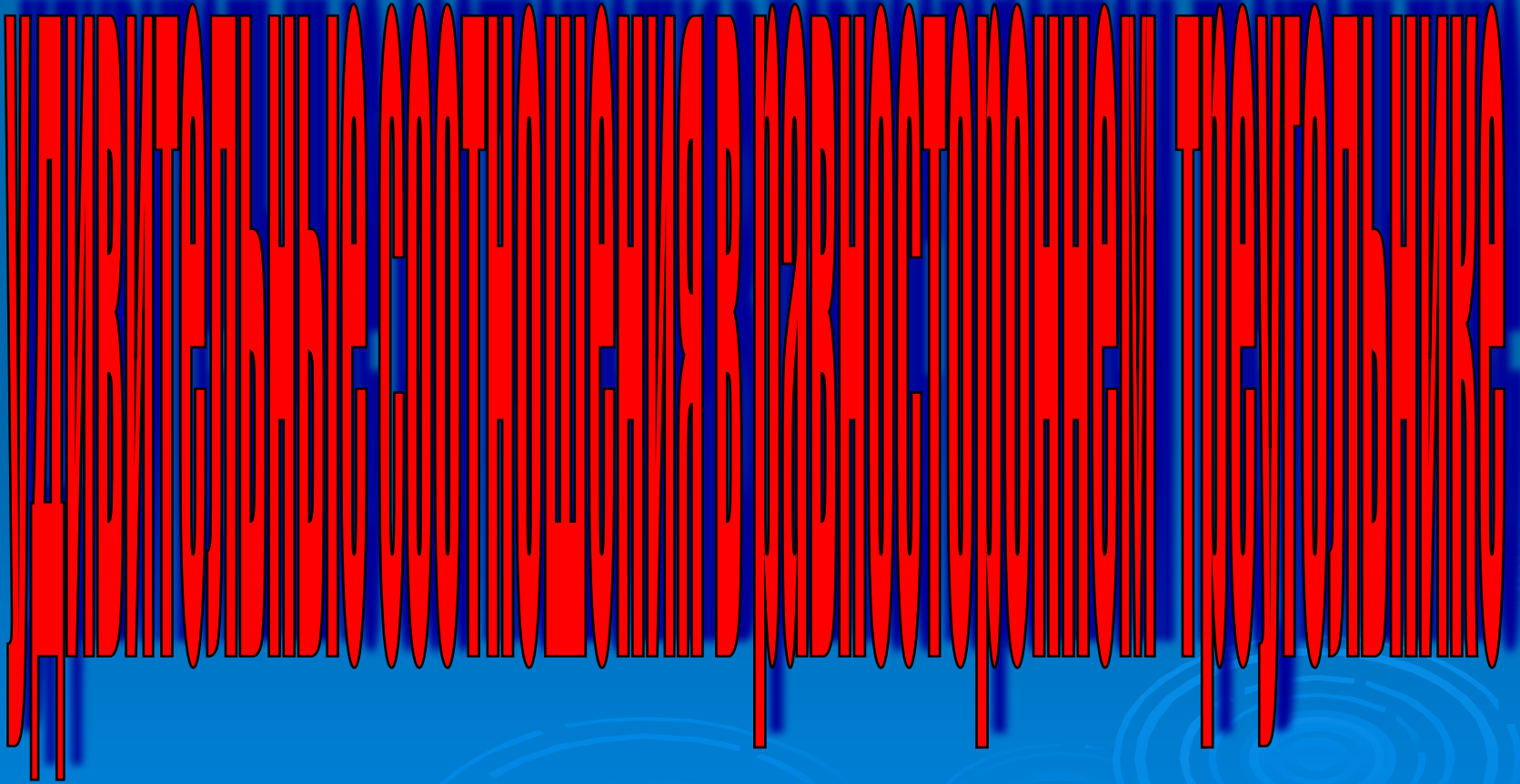
Можно ли построить равносторонний треугольник только при помощи линейки?



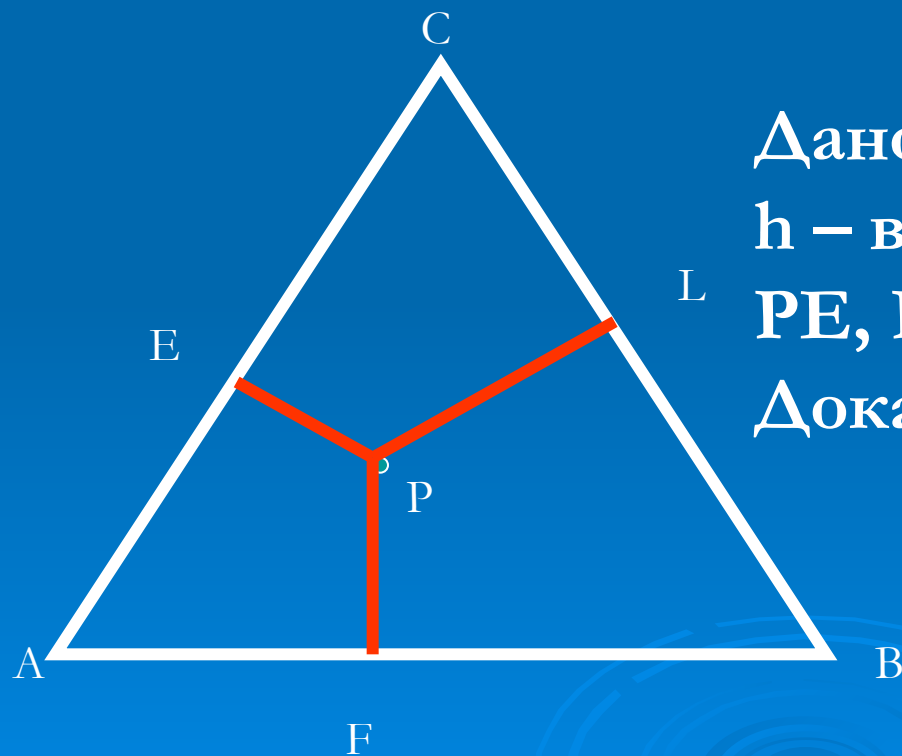
Оказывается, можно, расположив его вершины в узлах клеточной бумаги. В таком случае возникает ещё один вопрос: на самом ли деле стороны равны

Правда, изображенный на рисунке треугольник очень близок к равностороннему — длины его сторон различаются меньше, чем на 3%.

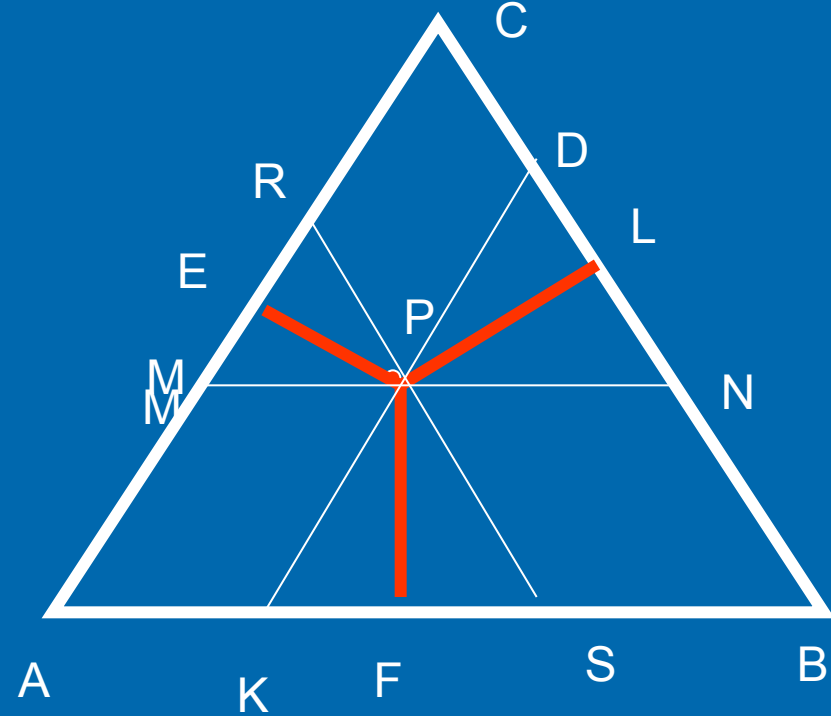
К сожалению, нарисовать равносторонний треугольник в узлах клеточной бумаги, **нельзя**.



1. Теперь возьмём т. Р внутри равностороннего треугольника и опустим из неё на стороны перпендикуляры РЕ, РL, РF. Оказывается, что сумма этих отрезков не зависит от выбора т. Р и равняется высоте треугольника.



Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний
 h – высота, a – сторона
РЕ, РL, РF – перпендикуляры
Доказать: $h = PF + PL + PE$

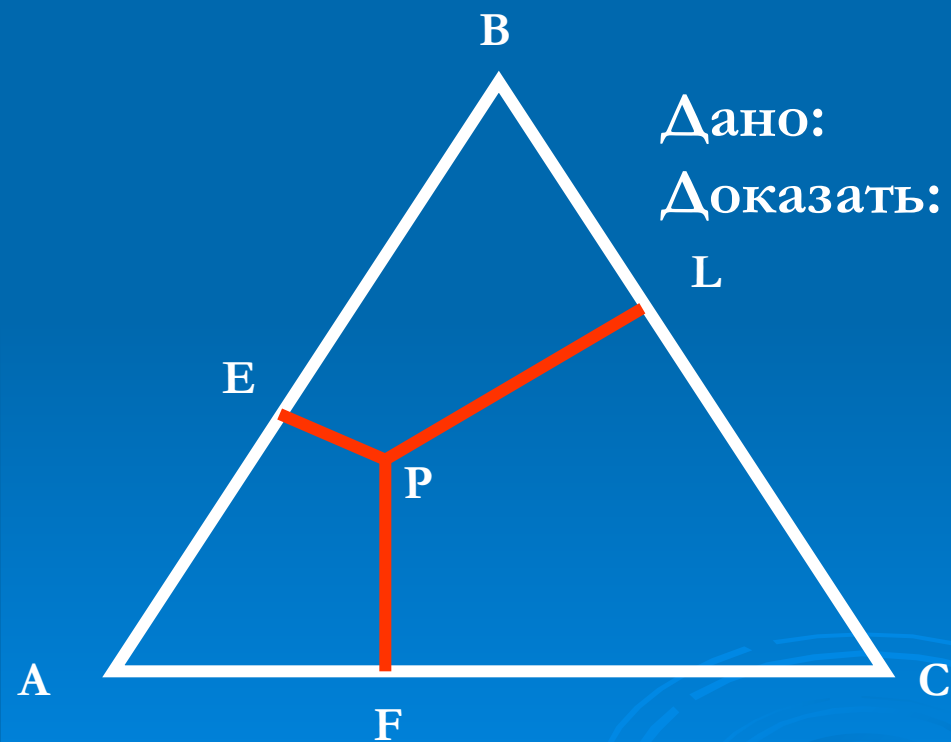


II способ

Проведем $MN \parallel AC$, $KD \parallel AB$,
 $RS \parallel BC$.

$\triangle KPS$, $\triangle MPR$, $\triangle NPD$ -
 равносторонние, т.к. прямые,
 параллельные сторонам
 правильного треугольника,
 образуют правильные
 треугольники. $MP=AK$, $PN=SB$,
 $PD = RC$ т.к. замкнуты между
 параллельными прямыми и
 сами тоже параллельны. AK
 $+KS + SB= AC$, а потому и
 сумма высот этих
 треугольников равна высоте
 $\triangle ABC$, т.е. $PE+ PL+ PF = h$
 Что и требовалось доказать.

2. Внутри равностороннего треугольника взята точка P, и проведены перпендикуляры PE, PF, PL к сторонам этого треугольника. Сумма длин отрезков AF, BE и CL равна сумме длин отрезков CF, BL и AE.



Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний

Доказать: $AF + CL + BE = CF + BL + AE$

II способ. Проведем $MN \parallel AC$, $KD \parallel AB$, $RS \parallel BC$.

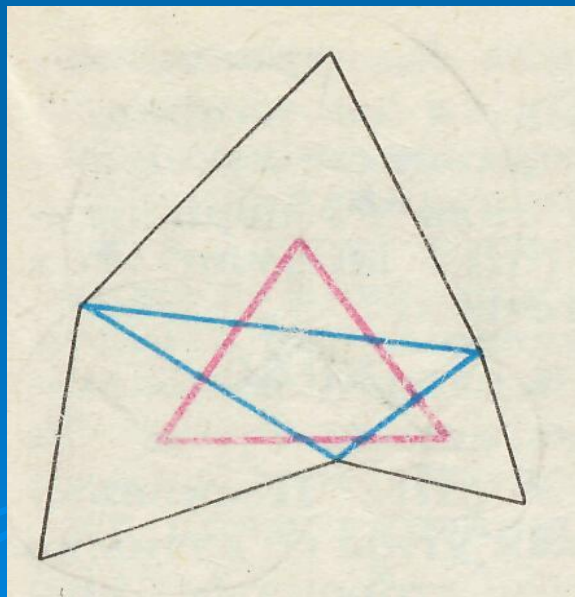
$\triangle KPS$, $\triangle MPR$, $\triangle NPD$ - равносторонние, т.к. прямые, параллельные сторонам правильного треугольника, образуют правильные треугольники. $MP=AK$, $PN=SC$, $PD=RB$, $AM=KP$ т.к. замкнуты между параллельными прямыми и сами тоже параллельны. $AK+KS+SB=AC$. Пусть $AK=x$, $KS=y$, $SC=z$, то $AE=y+0,5x$, $BL=x+0,5z$, $CF=z+0,5y$
 $AE+BL+CF=1,5(x+y+z)$.

$AF=x+0,5y$, $CL=y+0,5z$, $BE=z+0,5x$, тогда
 $AF+CL+BE=1,5(x+y+z)$.

Следовательно, $AF+CL+BE=AE+BL+CF$

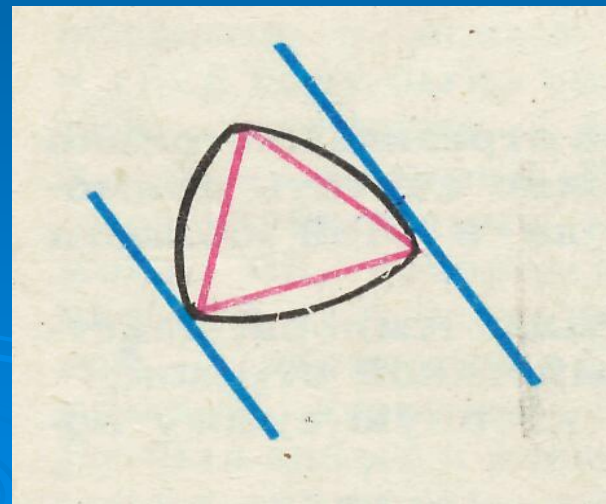
Что и требовалось доказать.

Если на сторонах произвольного треугольника во внешнюю сторону построить равносторонние треугольники, то их центры будут вершинами равностороннего треугольника. Этот факт верен и в том случае, если равносторонние треугольники строить внутри данного.

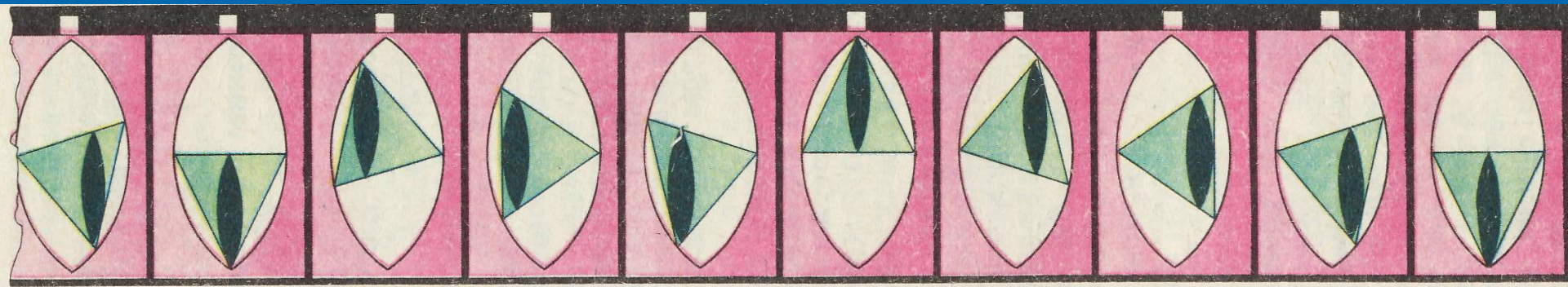


ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Немецкий механик Франц Рело заметил, что если провести дуги окружностей с центрами в вершинах равностороннего треугольника, соединяющие две другие его вершины, то полученная (она получила название треугольник Реле) будет обладать свойством постоянства ширины, т.е. расстояние между двумя параллельными касательными к этой кривой будет постоянной величиной, равной стороне треугольника.



Равносторонний треугольник можно поворачивать внутри лупочки, составленной из двух дуг окружности, каждая из которых равняется 120 , а радиус равен стороне треугольника.



Если же взять лупочку из двух дуг вдвое меньшего размера (60), а радиус равен высоте треугольника, то такую лупочку можно вращать внутри этого треугольника, так, что она всё время будет касаться всех его сторон.

Использованные ресурсы

- Скопец З.А. «Геометрические миниатюры», М. «Просвещение», 1991 г.
- Биографический указатель ХРОНОСа
- http://www.hrono.ru/da/cd_rom.html
- Ж. «Квант» №5, М, «Наука», 1991 г.
- Н. Лэнгдон, Ч. Снейп, «С математикой в путь», М. «Педагогика», 1987 г.
- К. У. Шахно, «Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности». Минск

