

ВНЕКЛАССНОЕ ЗАНЯТИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

РАЗРЕЗАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР НА ЧАСТИ

Учитель математики сош № 41 ОАО «РЖД»

Кашенцева М.А.

ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЯ

Теорема Бойяи-Гервина гласит: любой многоугольник можно так разрезать на части, что из этих частей удастся сложить квадрат.

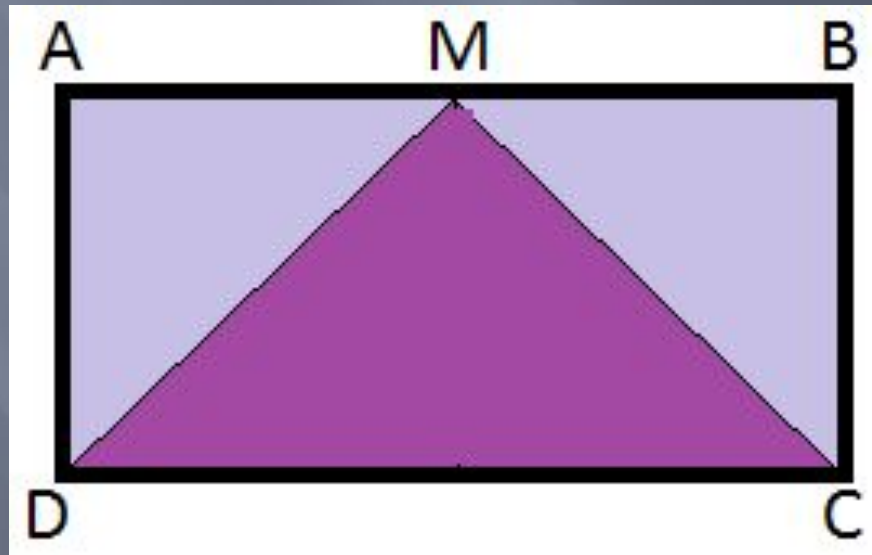
ЗАДАНИЕ 1

Разрежьте прямоугольник $a \times 2a$ на такие части, чтобы из них можно было составить квадрат.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 1

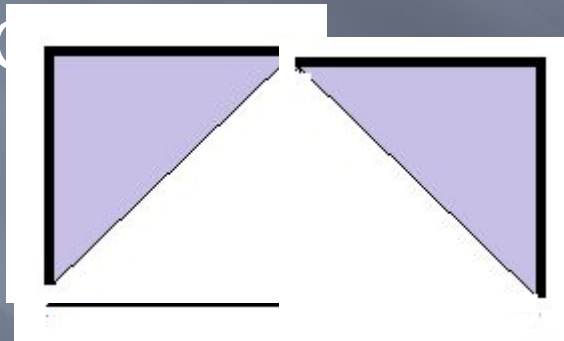
Прямоугольник $ABCD$ разрежем на три части по линиям MD и MC (M – середина AB)



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 1

Треугольник AMD переместим так, чтобы вершина M совместилась с вершиной C , катет AM переместится на отрезок DC .

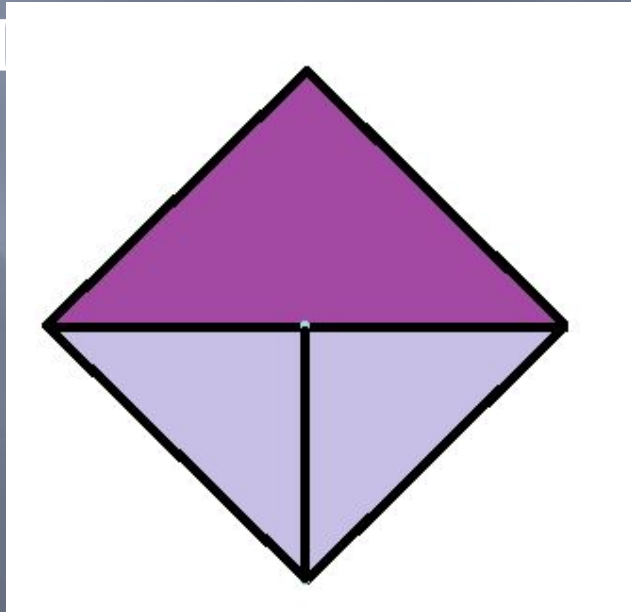
Треугольник MBC переместим влево и вниз так, что катет MB наложится на половину отрезка DC .



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 1

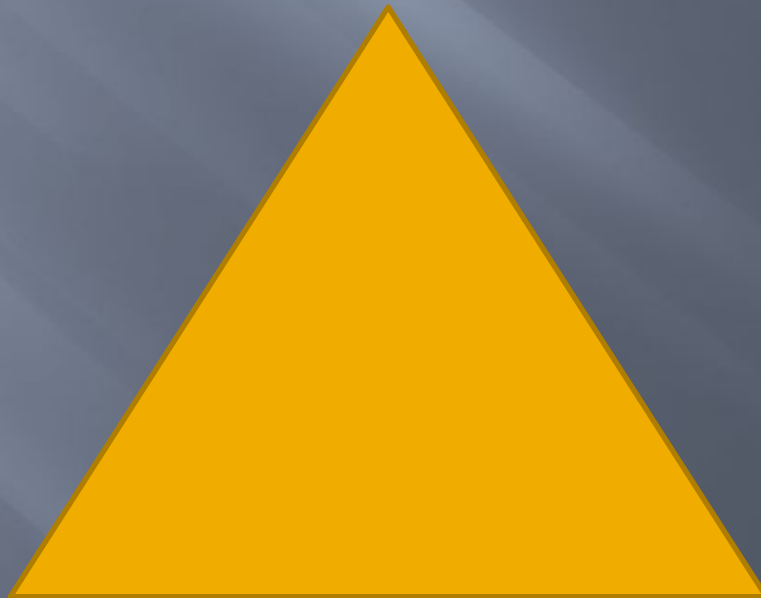
Треугольник AMD переместим так, чтобы вершина M совместилась с вершиной C , катет AM переместится на отрезок DC .

Треугольник MBC переместим влево и вниз так, что катет MB наложится на половину отрезка DC .



ЗАДАНИЕ 2

РАЗРЕЗАТЬ РАВНОСТОРОННИЙ
ТРЕУГОЛЬНИК НА ЧАСТИ ТАК, ЧТОБЫ ИЗ
НИХ МОЖНО БЫЛО СЛОЖИТЬ КВАДРАТ

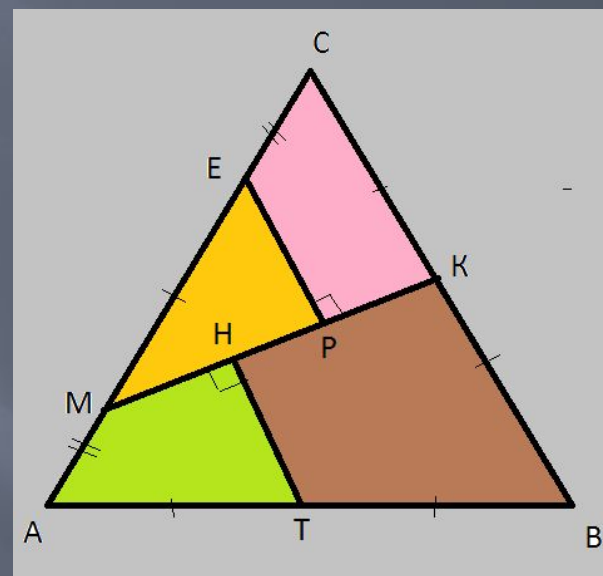


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 2

Обозначим данный правильный треугольник ABC . Необходимо разрезать $\triangle ABC$ на многоугольники так, чтобы из них можно было сложить квадрат. Тогда эти многоугольники должны иметь по крайней мере по одному прямому углу.

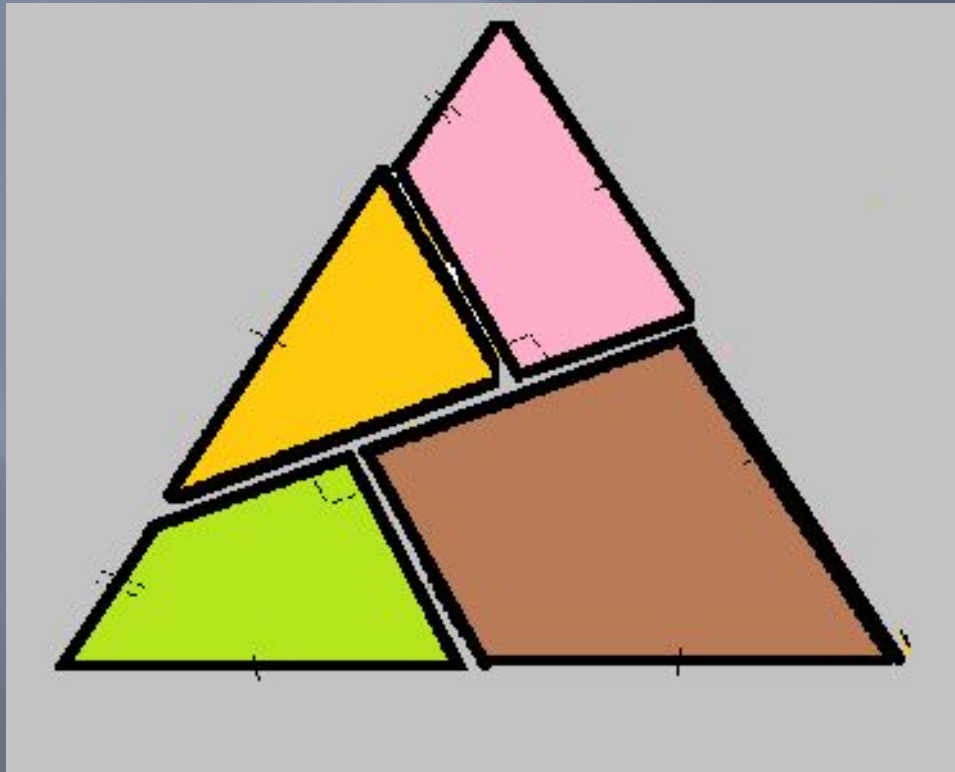
Пусть K – середина CB , T – середина AB , точки M и E выберем на стороне AC так, что $ME = AT = TB = BK = CK = a$, $AM = EC = a/2$.

Проведем отрезок MK и перпендикулярные к нему отрезки EP и TH .



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 2

Разрежем треугольник на части вдоль построенных линий:

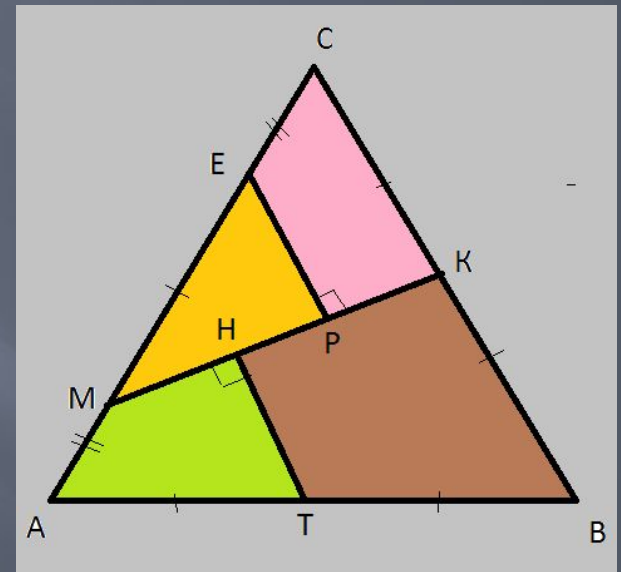


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 2

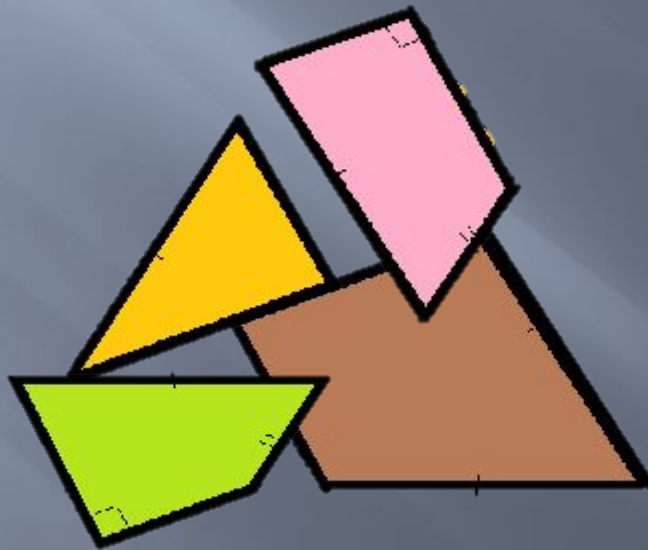
Четырехугольник КРЕС повернем по часовой стрелке относительно вершины К так, что СК совместится с отрезком КВ.

Четырехугольник АМНТ повернем по часовой стрелке относительно вершины Т так, что АТ совместится с ТВ.

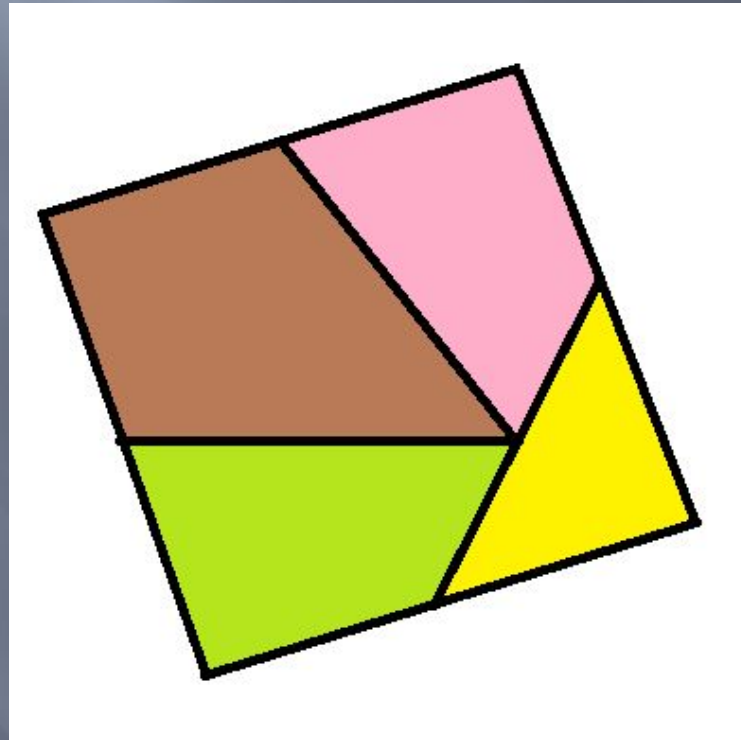
Треугольник МЕР переместим так, что в результате получится квадрат:



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 2



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 2



ЗАДАНИЕ 3

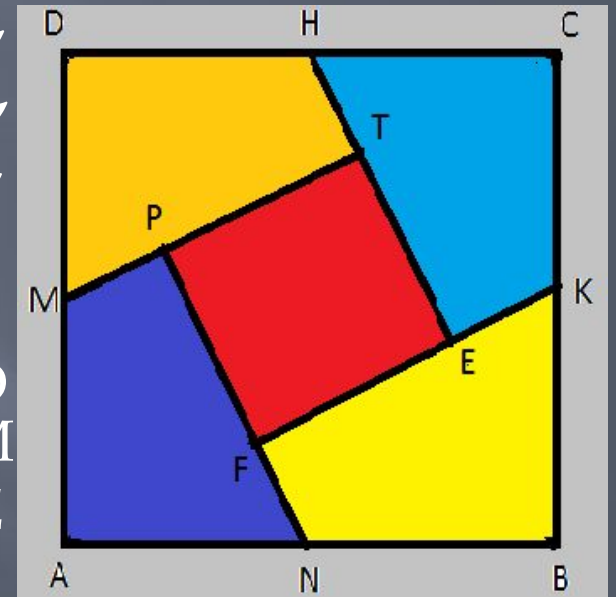
РАЗРЕЗАТЬ КВАДРАТ НА ЧАСТИ ТАК,
ЧТОБЫ ИЗ НИХ МОЖНО БЫЛО СЛОЖИТЬ
ДВА КВАДРАТА.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 3

ОБОЗНАЧИМ ИСХОДНЫЙ КВАДРАТ $ABCD$. ОТМЕТИМ СЕРЕДИНЫ СТОРОН КВАДРАТА - ТОЧКИ M , N , K , H . ПРОВЕДЕМ ОТРЕЗКИ MT , HE , KF И NP - ЧАСТИ ОТРЕЗКОВ MC , NB , KA И ND СООТВЕТСТВЕННО.

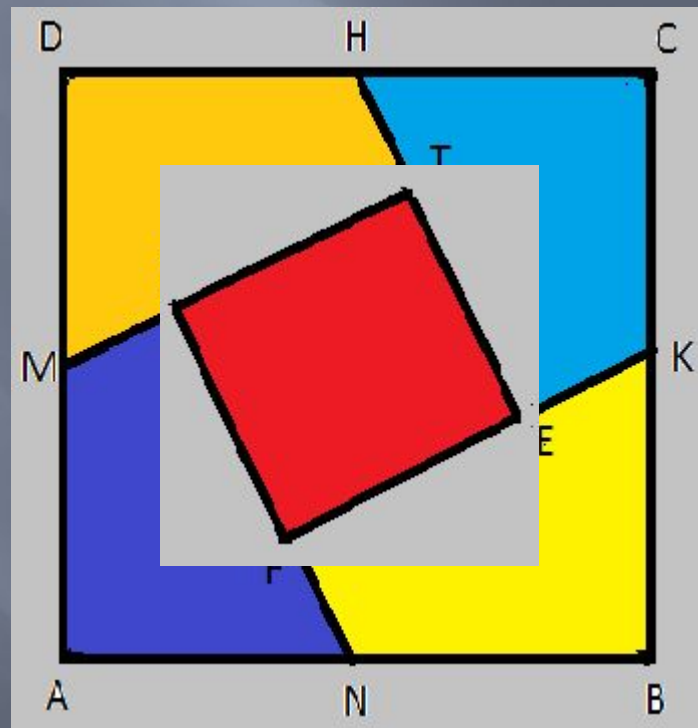
РАЗРЕЗАВ КВАДРАТ $ABCD$ ПО ПРОВЕДЕННЫМ ЛИНИЯМ, ПОЛУЧИМ КВАДРАТ $PTEF$ И ЧЕТЫРЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА $MDHT$, $НСКЕ$, $КВNF$ И $НАMP$.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 3

РТЕФ – УЖЕ ГОТОВЫЙ КВАДРАТ.

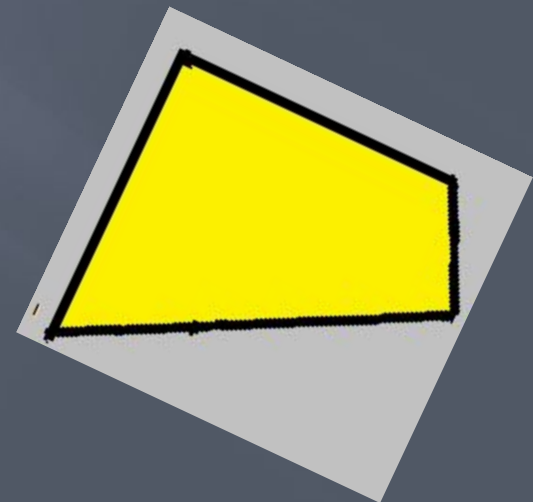
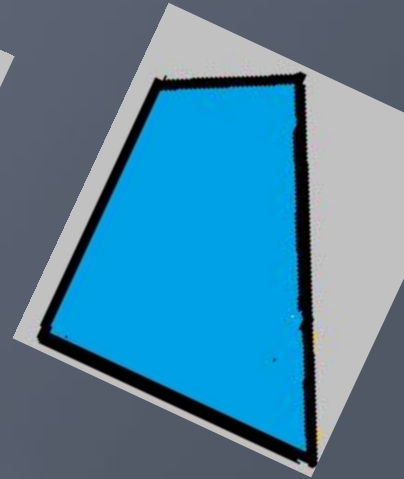
ИЗ ОСТАВШИХСЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ
СОСТАВИМ ВТОРОЙ КВАДРАТ.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 3

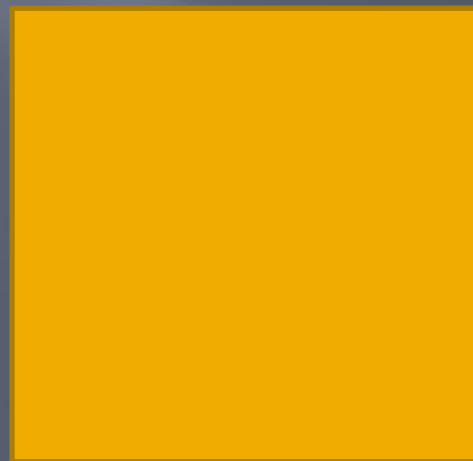
ВЕРШИНЫ А, В, С И D
СОВМЕСТИМ В ОДНУ ТОЧКУ,
ОТРЕЗКИ АМ И ВК, МD И
КС, ВN И СН, DН И АN
СОВМЕСТИТСЯ.

ТОЧКИ Р, Т, Е И F СТАНУТ
ВЕРШИНАМИ НОВОГО
КВАДРАТА.



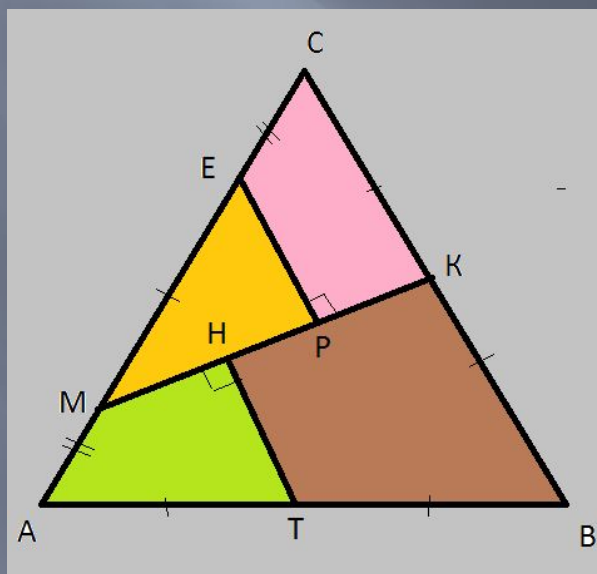
ЗАДАНИЕ 4

Из плотной бумаги вырезаны равносторонний треугольник и квадрат. Разрезать эти фигуры на многоугольники так, чтобы из них можно было сложить один квадрат, при этом части должны полностью его заполнять и не должны пересекаться.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 4

ТРЕУГОЛЬНИК РАЗРЕЖЕМ НА ЧАСТИ ТАК, КАК ПОКАЗАНО В ЗАДАНИИ 2. ДЛИНА СТОРОНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА – $2a$.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 4

- Теперь следует разделить на многоугольники квадрат так, чтобы из этих частей и того квадрата, который получился из треугольника, составить новый квадрат.

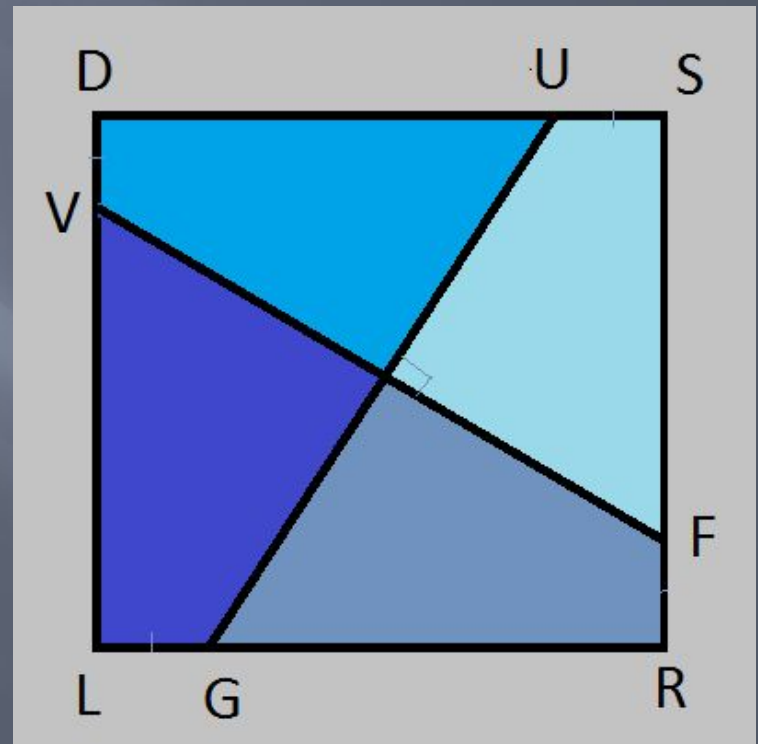


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 4

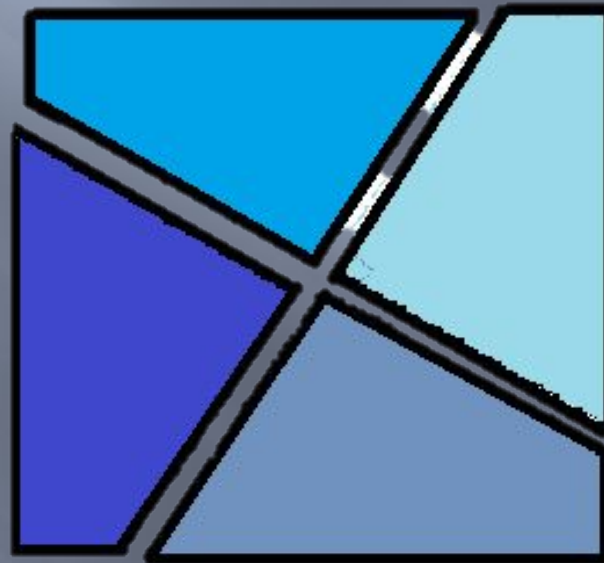
Возьмем квадрат со стороной $2a$, обозначим его LRSD.

Проведем взаимно перпендикулярные отрезки UG и VF так, что $DU=SF=RG=LV$.

Разрежем квадрат на четырехугольники.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 4

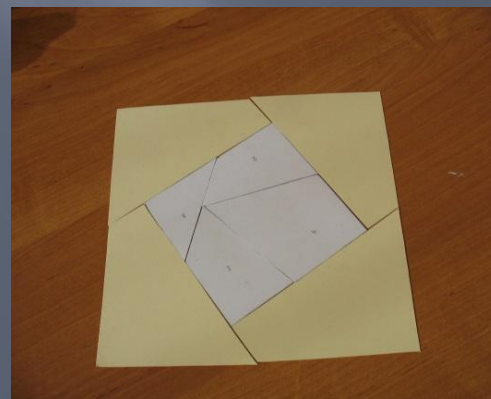
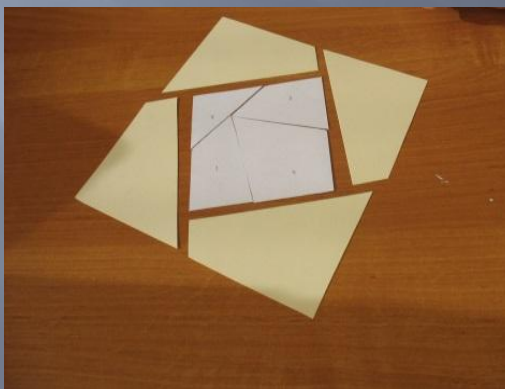
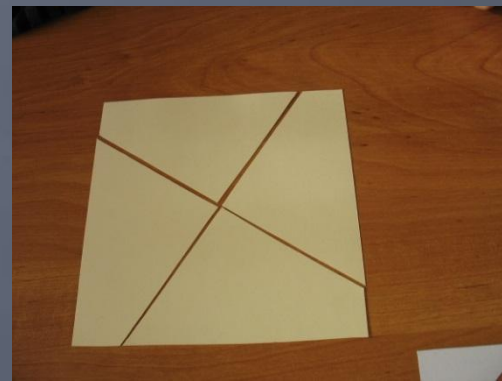
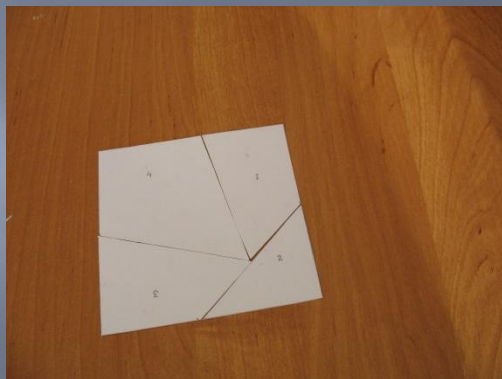
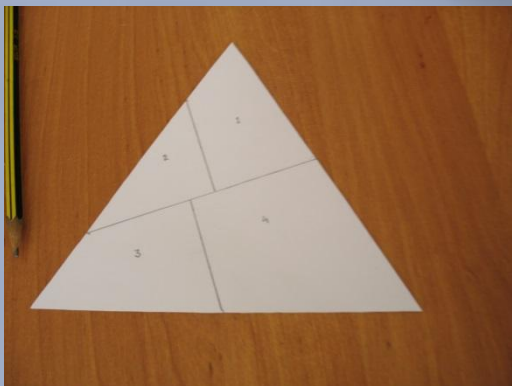


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 4

Возьмем квадрат, составленный из частей треугольника. Выложим четырехугольники – части квадрата так, как показано на рисунке.

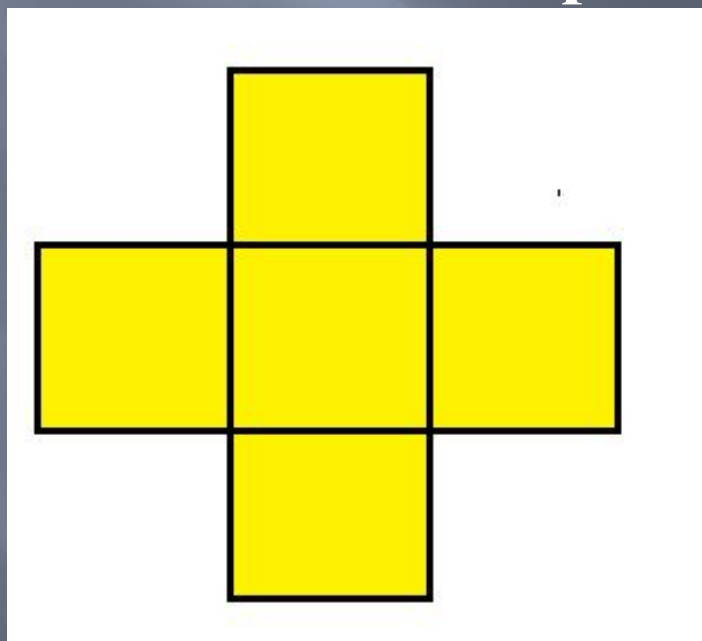


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 4



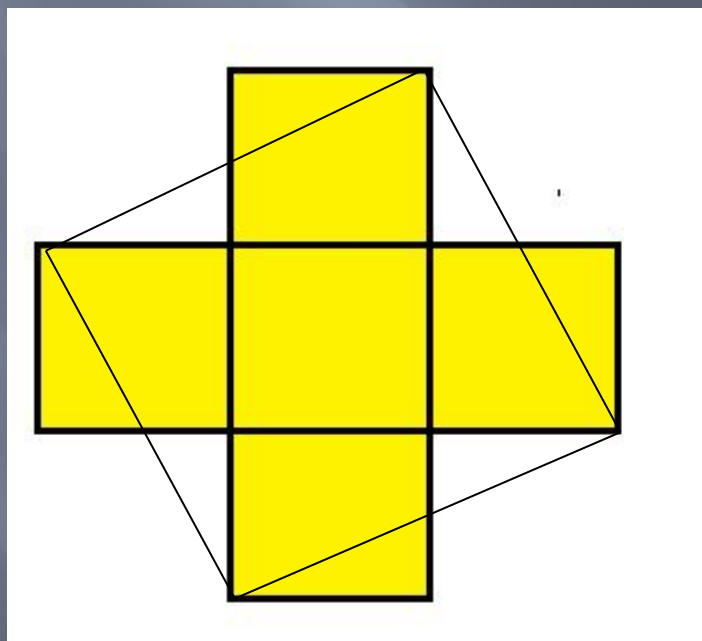
ЗАДАНИЕ 5

Крест составлен из пяти квадратов: один квадрат в центре, а остальные четыре прилежат к его сторонам. Разрезать его на такие части, чтобы из них можно было составить квадрат.



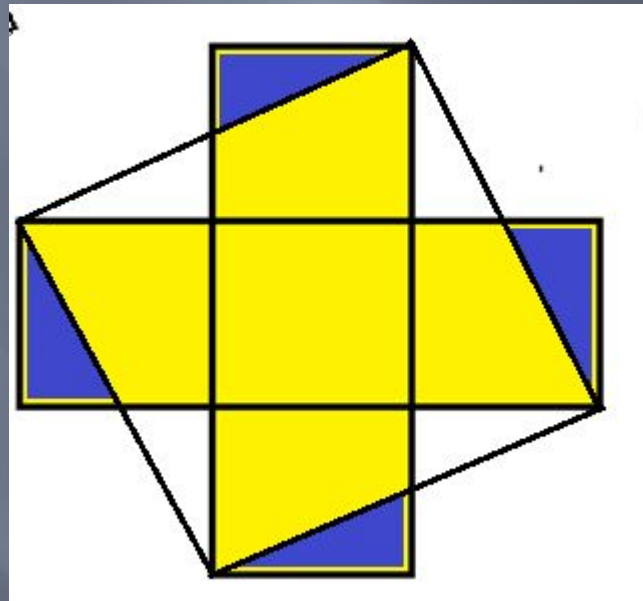
РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 5

СОЕДИНИМ ВЕРШИНЫ КВАДРАТОВ ТАК,
КАК ПОКАЗАНО НА РИСУНКЕ.

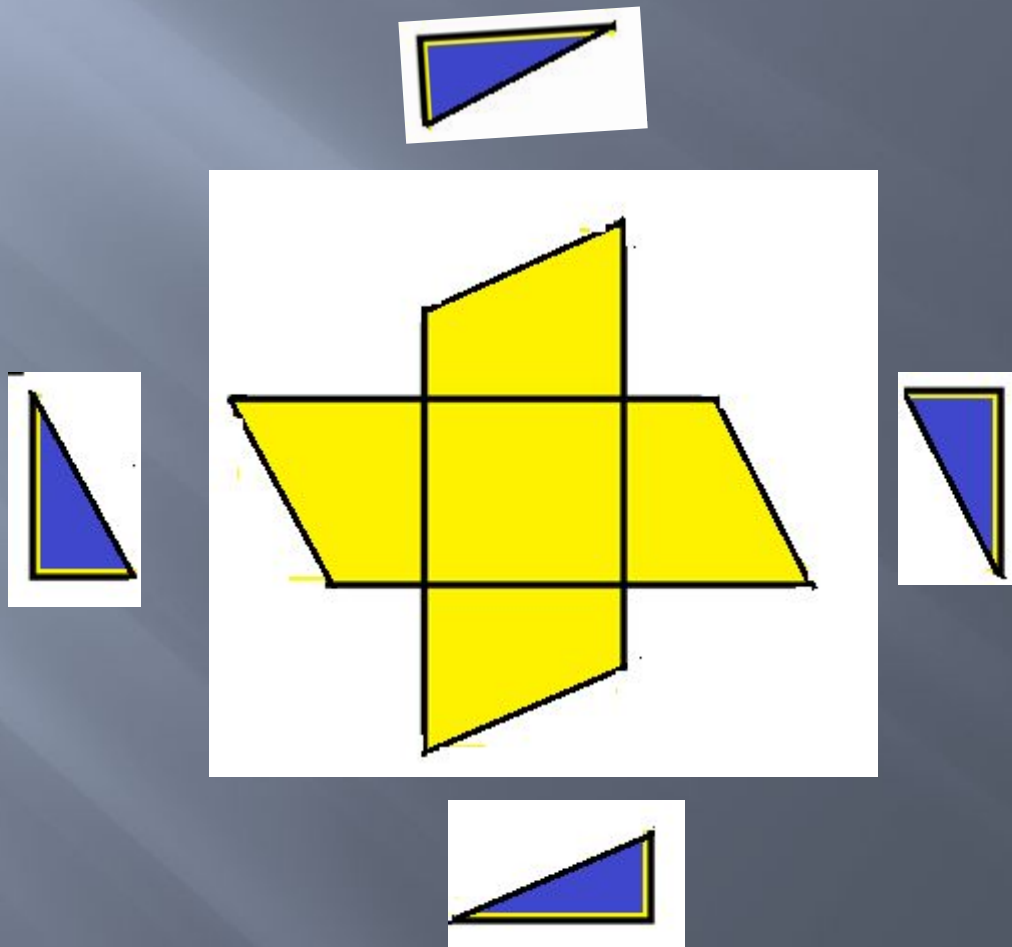


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 5.

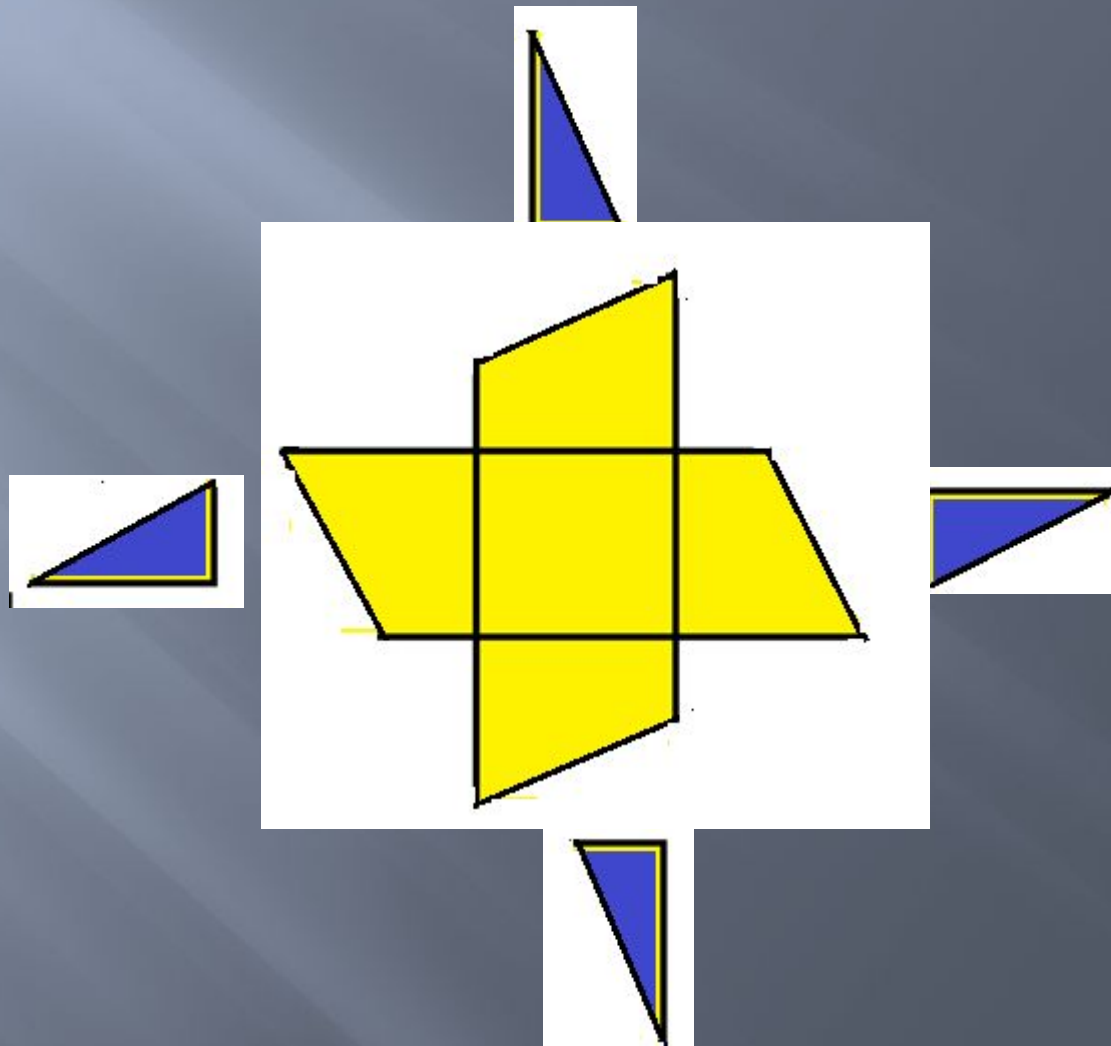
ОТРЕЖЕМ ТРЕУГОЛЬНИКИ,
ОКАЗАВШИЕСЯ ВНЕ КВАДРАТА.
ПЕРЕМЕСТИМ ИХ ТАК, КАК ПОКАЗАНО
НА СХЕМЕ.



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 5

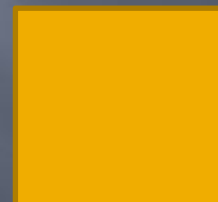


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 5.



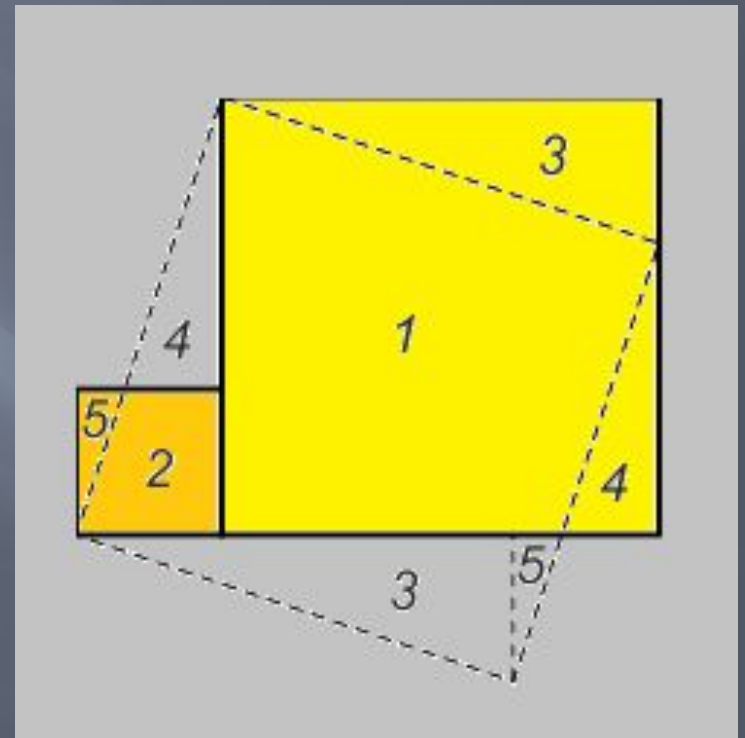
ЗАДАНИЕ 6

Перекроить два произвольных квадрата в один.



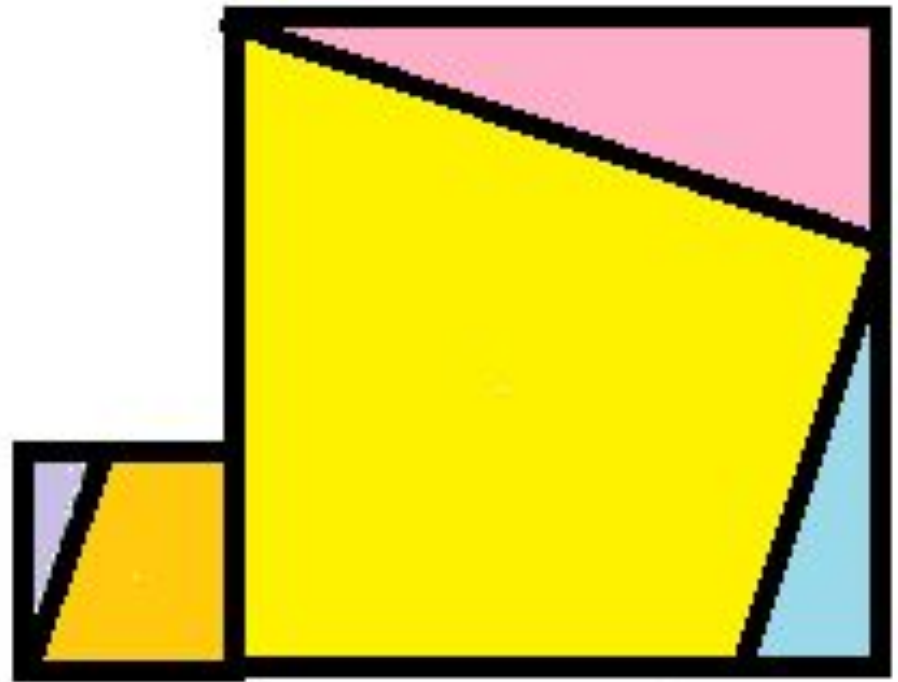
РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 6

На рисунке показано, как
нужно разрезать и
переместить части
квадратов

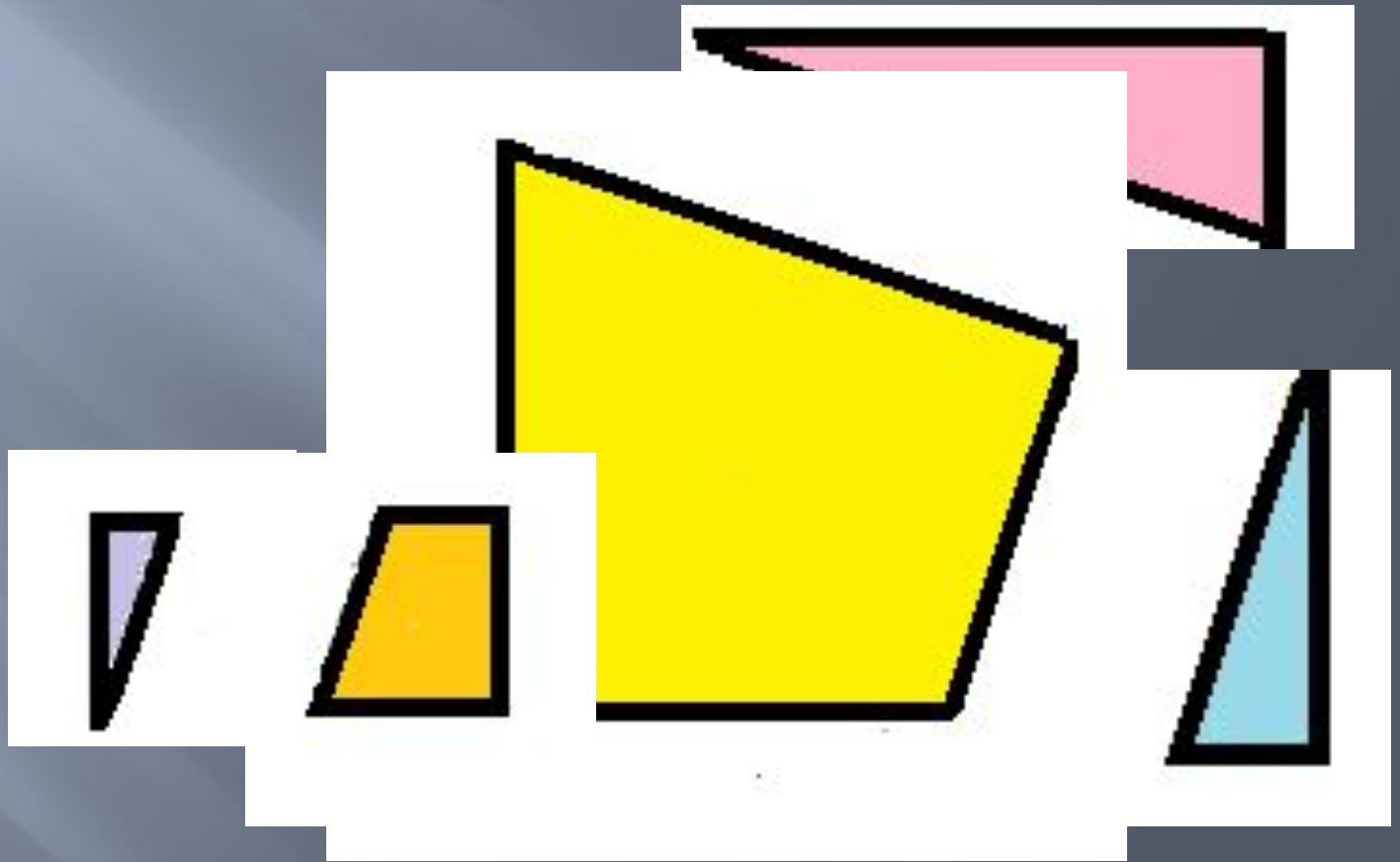


РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 6

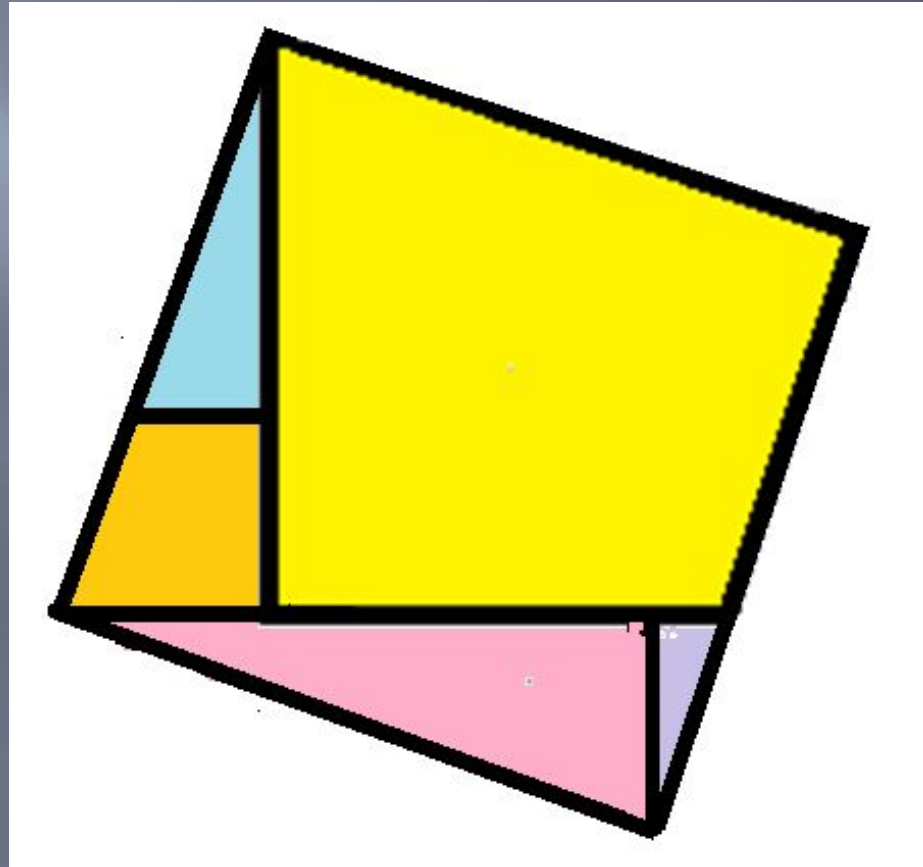
На рисунке показана фигура, которую нужно разрезать и переместить части, чтобы получить квадрат



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 6



РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЯ 6



ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.В. Фарков «Внеклассная работа по математике» 5-11 классы, Москва, Айрис-пресс, 2009
- 2. И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин «Задачи на смекалку», М., «Просвещение», 2006
- 3. И.Ф. Шарыгин, Л.Н. Ерганжиева «Наглядная геометрия», М., МИРОС, 1995