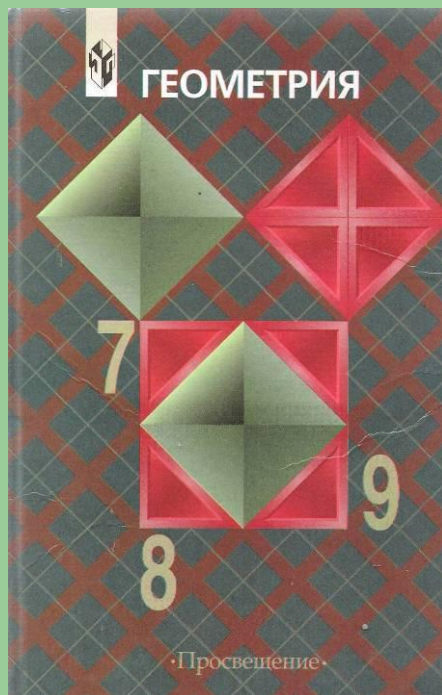


# Решение треугольников



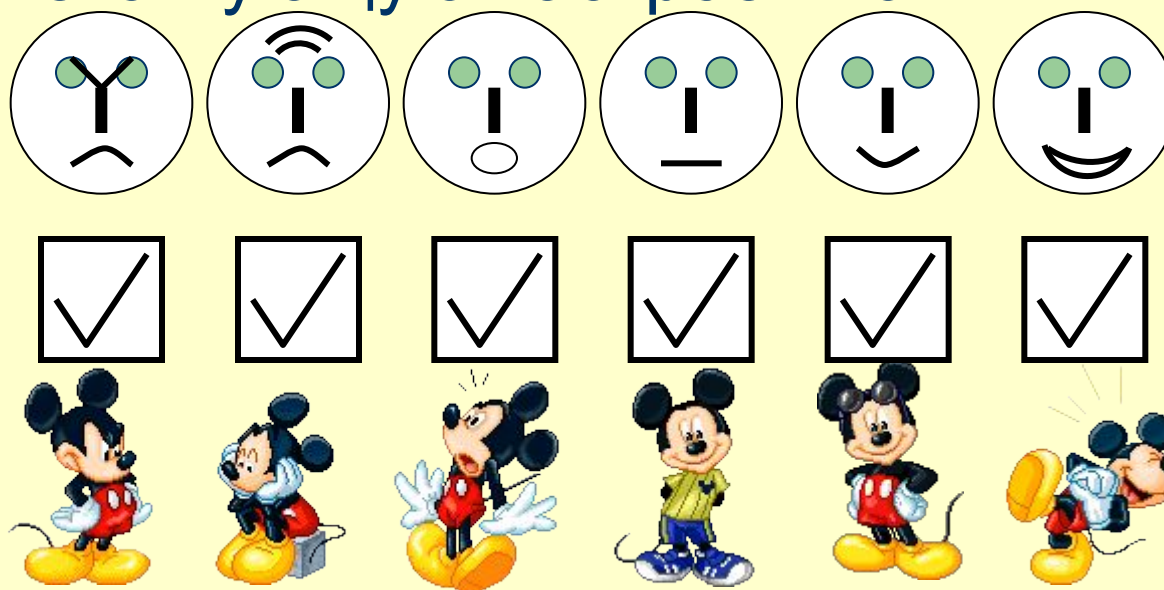
Геометрия 9 класс

# Организационный момент

Часто знает и дошкольник,  
Что такое треугольник,  
А уж вам-то, как не знать...  
Но совсем другое дело –  
Очень быстро и умело  
Треугольники считать!

# Психологическая разминка

Определите своё эмоциональное состояние в начале. Поставьте галочку в клетку, соответствующую настроению



# Тест на определение истинности (ложности) утверждения

1. **И** В треугольнике против угла в  $150^\circ$  лежит большая сторона.
2. **И** В равностороннем треугольнике внутренние углы равны между собой и каждый равен  $60^\circ$ .
3. **Л** Существует треугольник со сторонами 2 см, 7 см, 3 см.
4. **И** Прямоугольный равнобедренный треугольник имеет равные катеты.
5. **Л** Сумма длин двух других сторон любого треугольника меньше третьей стороны.
6. **И** Если острый угол прямоугольного треугольника равен  $60^\circ$ , то прилежащий к нему катет равен половине гипотенузы.
7. **Л** Существует треугольник с двумя тупыми углами.
8. **И** В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна  $90^\circ$ .

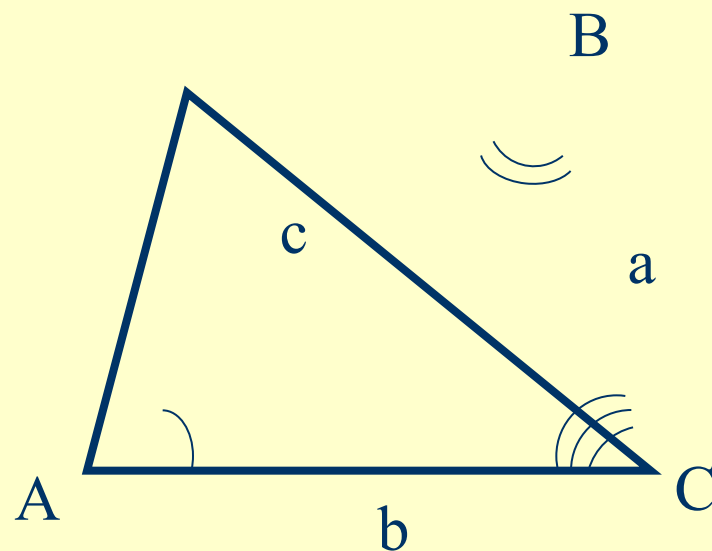
# План изучения темы «Решение треугольников»

- ▶ Что это значит?
- ▶ Для этого вспомним...
- ▶ Как это делать?
- ▶ Примеры задач.
- ▶ Реши сам.

# Определение



*Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (то есть трёх сторон и трёх углов) по каким-нибудь трём данным элементам.*



# Для этого вспомним



Решение данных задач основано на использовании теорем синуса и косинуса, теоремы о сумме углов треугольника и следствии из теоремы синусов: в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.

Причем, при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов.

Соотношения между сторонами и углами в треугольнике

1. Сумма углов треугольника.
2. Теорема синусов.
3. Теорема косинусов.



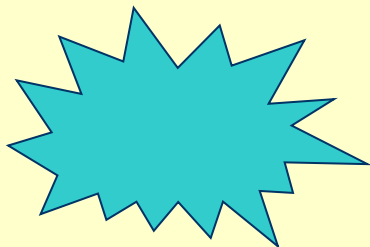
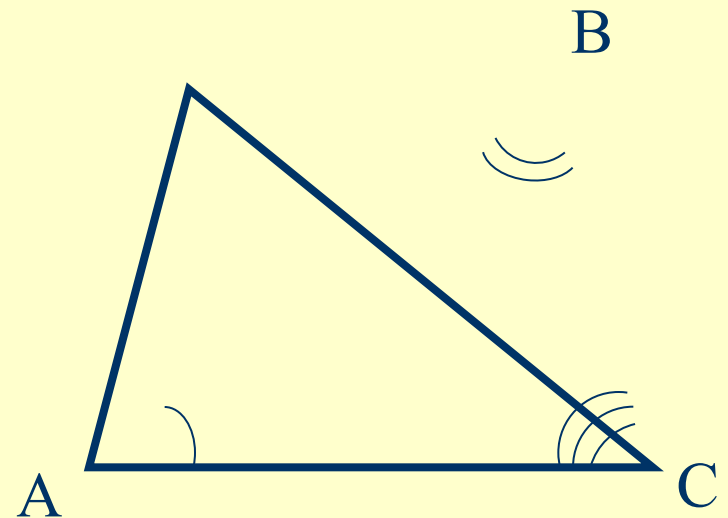
РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



# Сумма углов треугольника

Сумма углов  
треугольника равна  $180^\circ$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



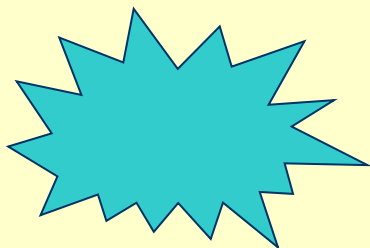
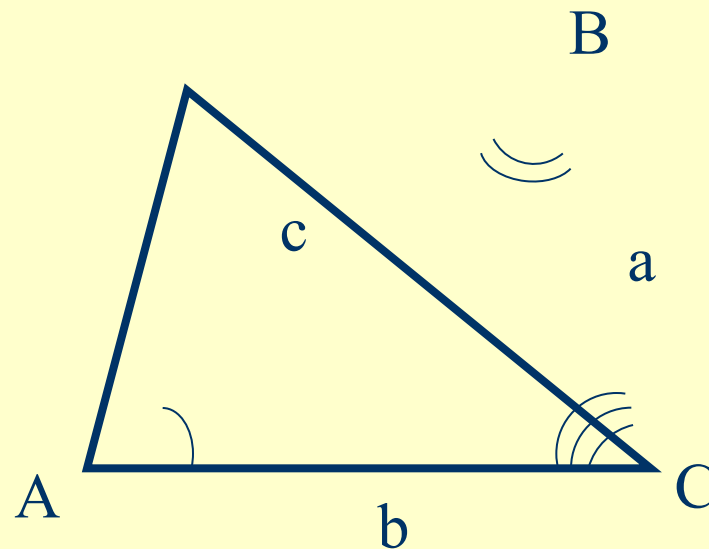


# Теорема синусов



Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

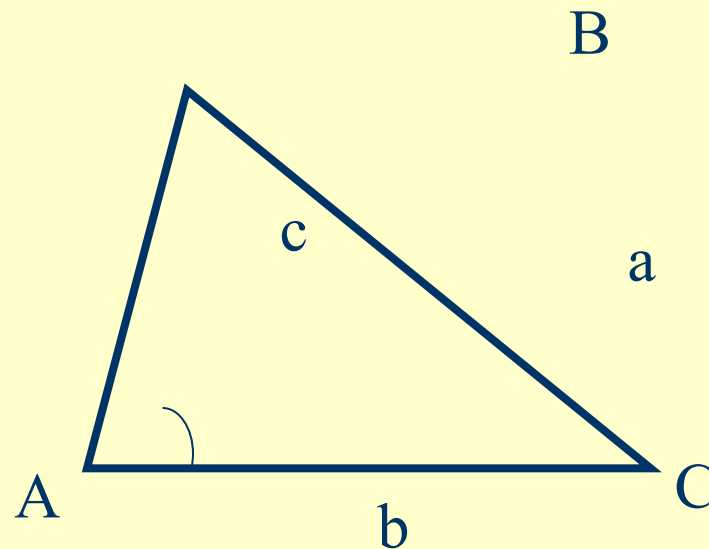
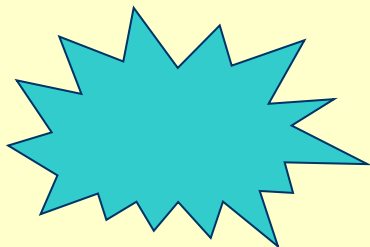


# Теорема косинусов



Квадрат стороны  
треугольника равен сумме  
квадратов двух других сторон  
минус удвоенное  
произведение этих сторон на  
косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



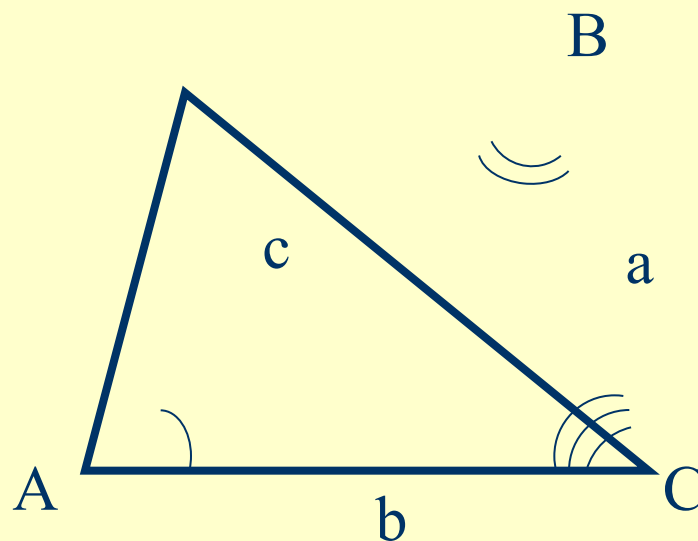
# Три задачи на решение треугольника

Рассмотрим 3 задачи на решение треугольника:

- решение треугольника по двум сторонам и углу между ними;
- решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам;
- решение треугольника по трем сторонам.

# Договоримся

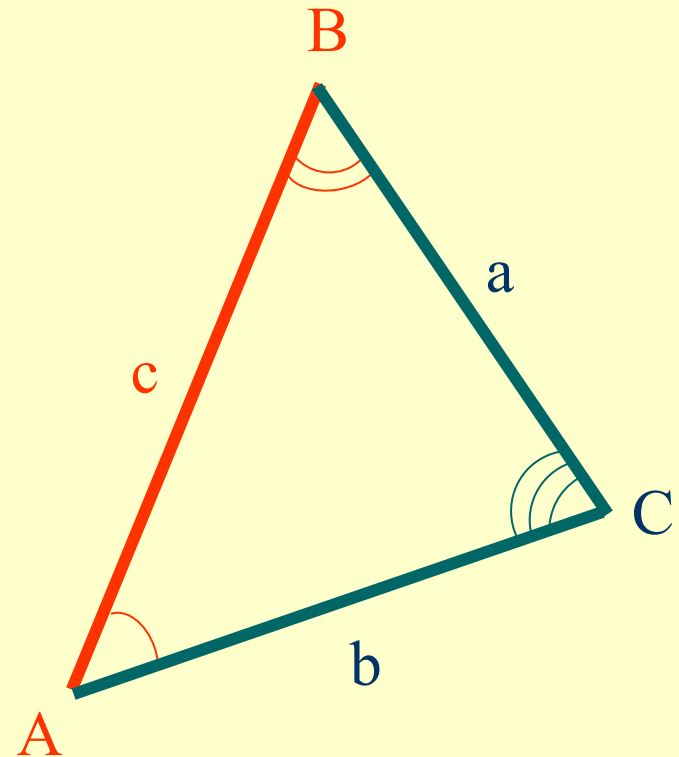
При решении  
треугольников будем  
пользоваться  
следующими  
обозначениями для  
сторон треугольника  
 $ABC$ :  
 $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $CA = b$ .



# Задача 1. Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\angle C$

Найти:  $c$ ,  $\angle A$ ,  $\angle B$ .



# Задача 1. Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

1. Применим теорему косинусов

$$\tilde{h} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$$

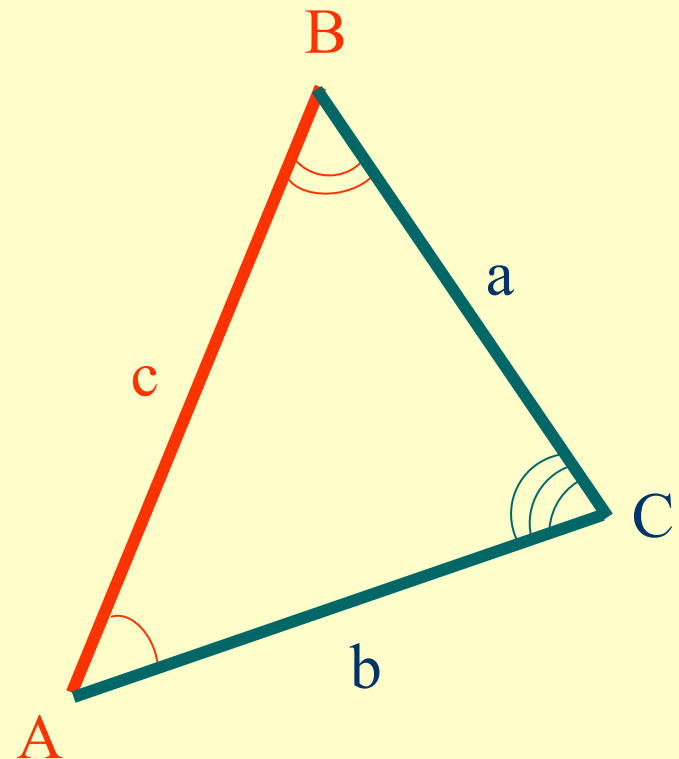
2. По теореме косинусов находим

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

3. Угол  $A$  находим с помощью таблицы Брадиса

$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$$

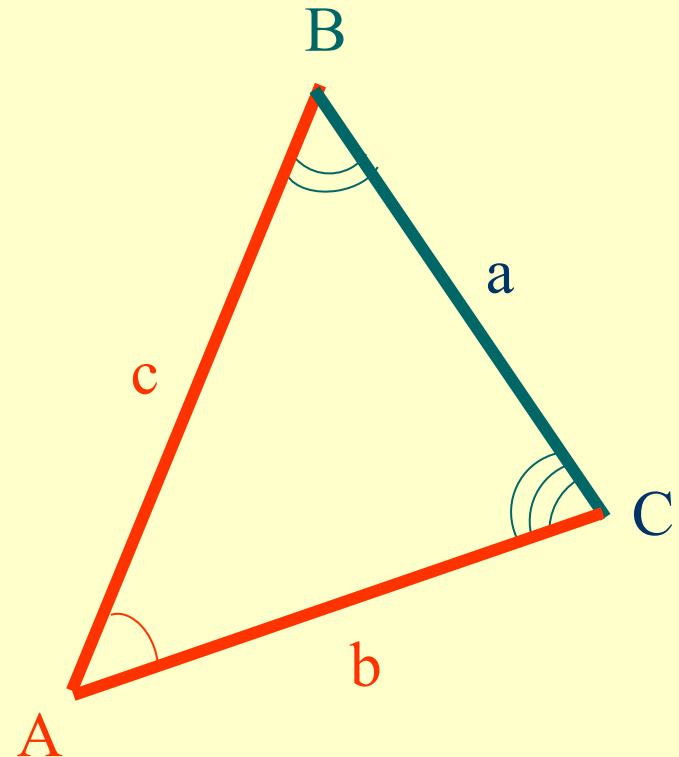
4. Запишем ответ



## Задача 2. Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $a$ ,  $\angle B$ ,  
 $\angle C$

Найти:  $b$ ,  $c$ ,  $\angle A$



## Задача 2. Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

1. Найдём неизвестный угол

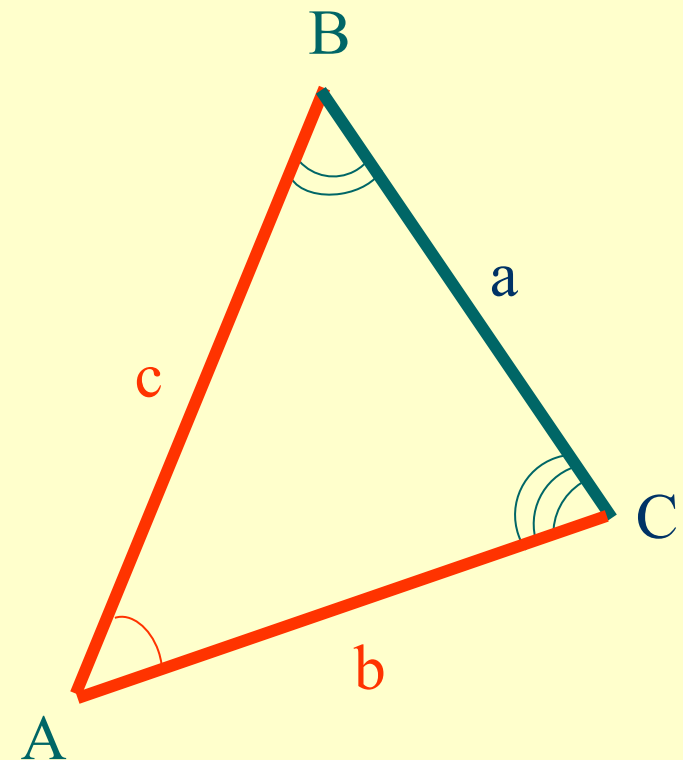
$$\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$$

2. С помощью теоремы синусов:

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

$$\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$$

3. Запишем ответ

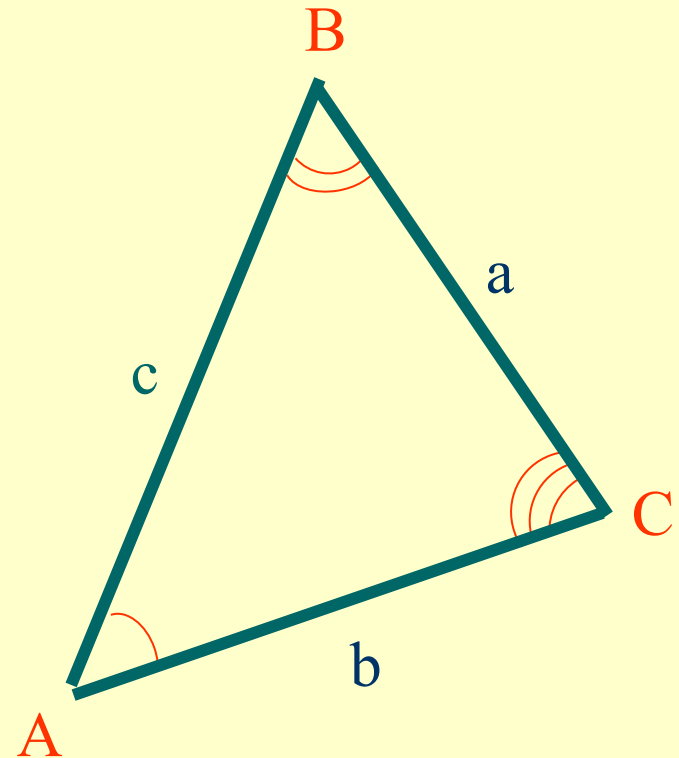




## Задача 3. Решение треугольника по трём сторонам

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$

Найти:  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$ .



## Задача 3. Решение треугольника по трём сторонам

1. По теореме косинусов найдём

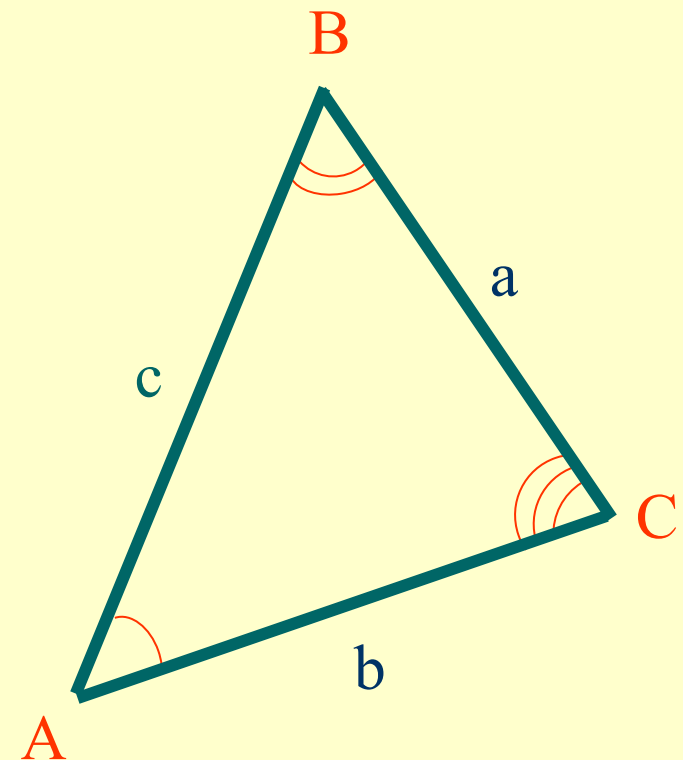
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$$

2. Значения углов A и C находим с помощью таблицы Брадиса.
3. Находим оставшийся угол

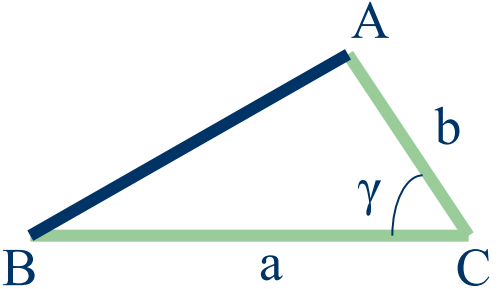
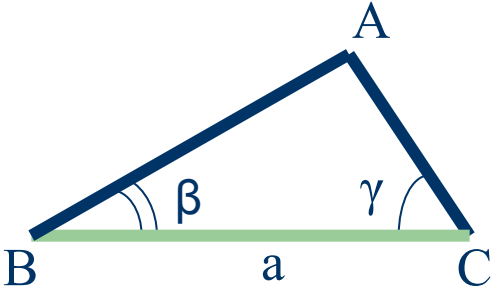
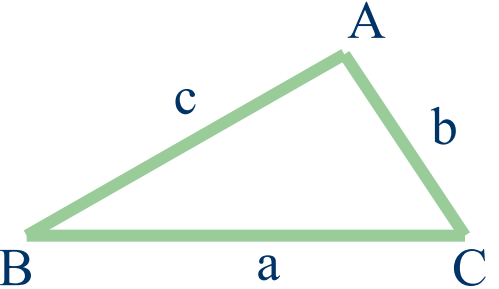
$$\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$$

4. Запишем ответ



# Таблица – памятка



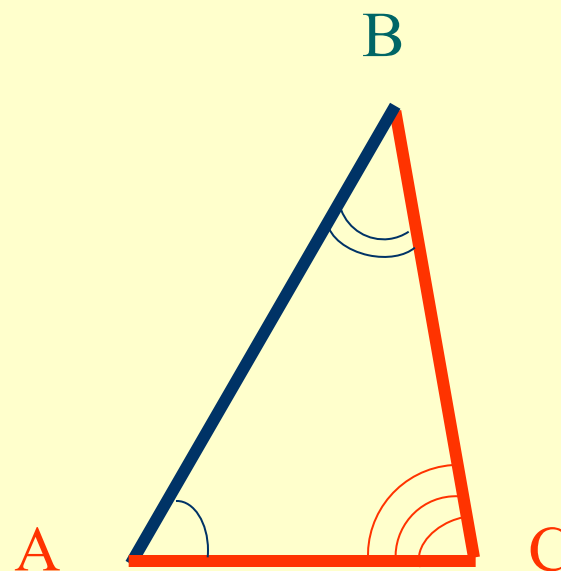
Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
		
$\tilde{n} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$	$\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$ $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$ $\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$ $\angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$

# Решаем задачу 1

Решить треугольник ABC, если  
 $\angle A=60^\circ$   $\angle B=40^\circ$ ,  $c=14\text{см}$ .

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle A=60^\circ$ ,  
 $\angle B=40^\circ$ ,  $c=14\text{см}$ .  
Найти:  $a$ ,  $b$ ,  $\angle C$ .

Ответ

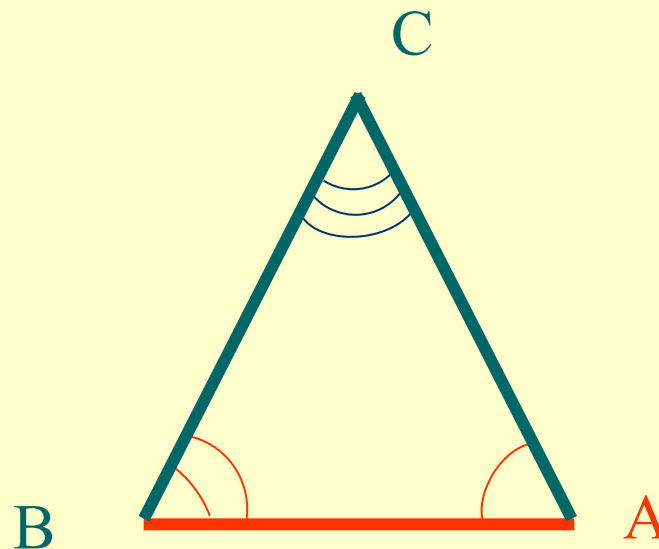


## Решаем задачу 2

Решить треугольник ABC, если  $a=6,3$  см,  $b=6,3$  см,  $\angle C=54^\circ$ .

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $a=6,3$  см,  
 $b=6,3$  см,  $\angle C=54^\circ$ .  
Найти:  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $c$ .

Ответ



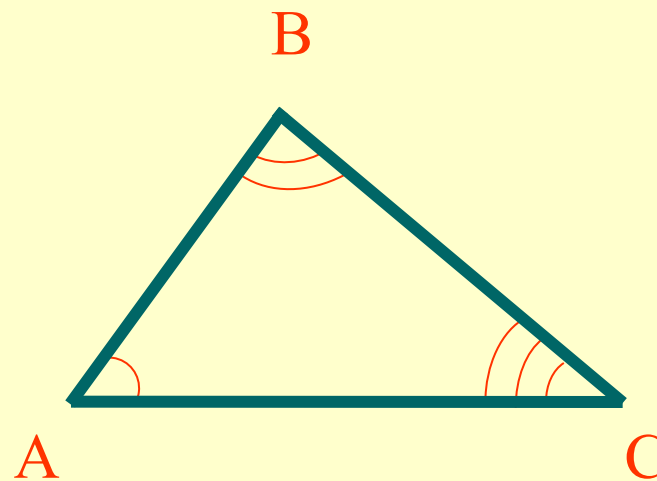
## Решаем задачу 3

Решить треугольник ABC, если  
 $a=6$  см,  $b=7,7$  см,  $c=4,8$  см.

Дано:  $a=6$  см,  $b=7,7$  см,  
 $c=4,8$  см.

Найти:  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$ .

Ответ

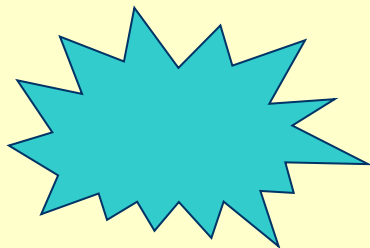


# Ответ к примеру 1

$$\angle C = 80^\circ$$

$$a \approx 12,3 \text{ см}$$

$$b \approx 9,1 \text{ см}$$

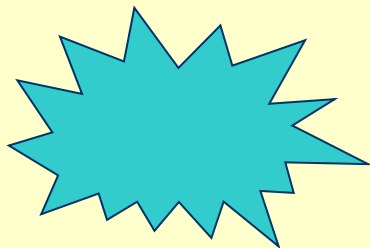


## Ответ к примеру 2

$$\angle A = 63^\circ$$

$$\angle B = 63^\circ$$

$$c \approx 5,7 \text{ см}$$



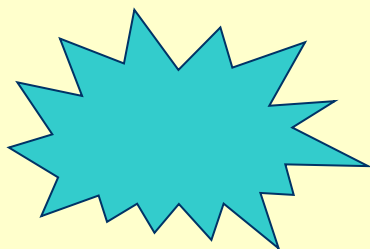


## Ответ к примеру 3

$$\angle A = 54^{\circ}52'$$

$$\angle B = 84^{\circ}16'$$

$$\angle C = 40^{\circ}52'$$



# Найди ошибку

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

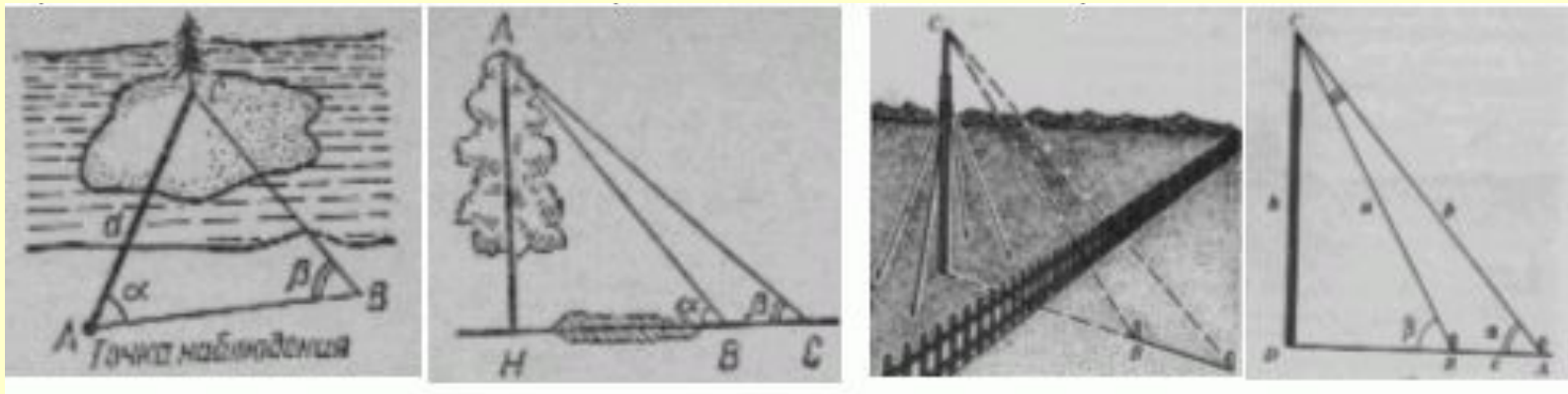
$$2R = \frac{\sin A}{a}$$

$$a^2 = a^2 + c^2 - 2ac \sin \alpha$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2r$$

# Измерительные работы

Тригонометрические функции могут быть использованы для проведения различных измерительных работ на местности.



Об этом мы поговорим на следующем уроке.

# Задание на дом



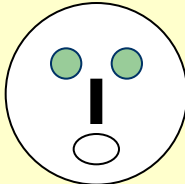
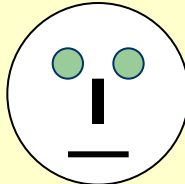
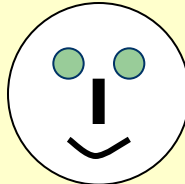
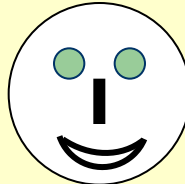








- Изучить материалы пунктов 96 – 99,
- решить любые 3 задачи, вычислив неизвестные элементы треугольника ABC:

№	a	b	c	A	B	C
1	3		2		60°	
2		3	4	135°		
3	2, 4	1, 3				28°
4	5				30°	45°
5	2	4		60°		
6	7	2	8			
7		12		36°	25°	
8			14	64°	48°	
9	3	5				60°
10	15	24	18			

# Психологическая заминка

Урок заканчивается, пожалуйста определите своё эмоциональное состояние в конце урока. Поставьте на этой же карточке галочку в клетку, соответствующую настроению

					
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
					

РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



**Спасибо за урок! Успехов!**

До новых встреч!



## Использованная литература

- «Геометрия 7-9 класс» Анатасян Л.С.
- «Задачи к урокам геометрии 7-11 класс» Зив Б.Г.

# Желаю удачи!

Разработка урока:

Косулина Людмила Павловна  
учитель математики

МОУ СОШ №28 г. Белгорода

