Решение задач с параметрами

Выполнила: Матвиенко Елена Валентиновна – учитель математики ГООУ санаторной школы-интерната г. Петровска Саратовской области.

1. Найти все значения параметра а, при которых решением системы является вся прямая.

$$\begin{cases} \dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}<2, \\ \dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}>-3. \end{cases}$$

?

2. При каких значениях параметра р функция определена при всех xєR ?

$$y=\sqrt{(4-p)x^2-5x+\frac{5}{8}(1-p)}$$

?

3. При каких значениях параметра а система неравенств

а) имеет единственное решение;

б) не имеет решений;

в) имеет бесконечно много решений?

$$\begin{cases} x^2-8x+15\geq 0, \\ x^2-(a+4)x+4a\leq 0. \end{cases}$$

?

1. Найти все значения параметра а, при которых решением системы является вся прямая.

$$\begin{cases} \dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1} < 2, \\ \dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1} > -3. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} \dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1} < 2, \\ \dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1} > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+ax-2-2x^2+2x-2}{x^2-x+1} < 0, \\ \dfrac{x^2+ax-2+3x^2-3x+3}{x^2-x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-(a+2)x+4}{x^2-x+1} > 0, \\ \dfrac{4x^2+(a-3)x+1}{x^2-x+1} > 0. \end{cases}$$

Оцените знаменатель дробей.

Так как квадратный трехчлен $x^2-x+1=(x^2-2\cdot 0,5\cdot x+0,25)+0,75=$ $\mathbf{(x-0,5)^2+0,75>0}$ при любом значении x, то получим систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2-(a+2)x+4>0, \\ 4x^2+(a-3)x+1>0. \end{cases}$$

Когда система неравенств будет иметь решением всю числовую прямую?

Система неравенств имеет решением всю числовую прямую, когда решение каждого неравенства этой системы – есть вся числовая прямая.

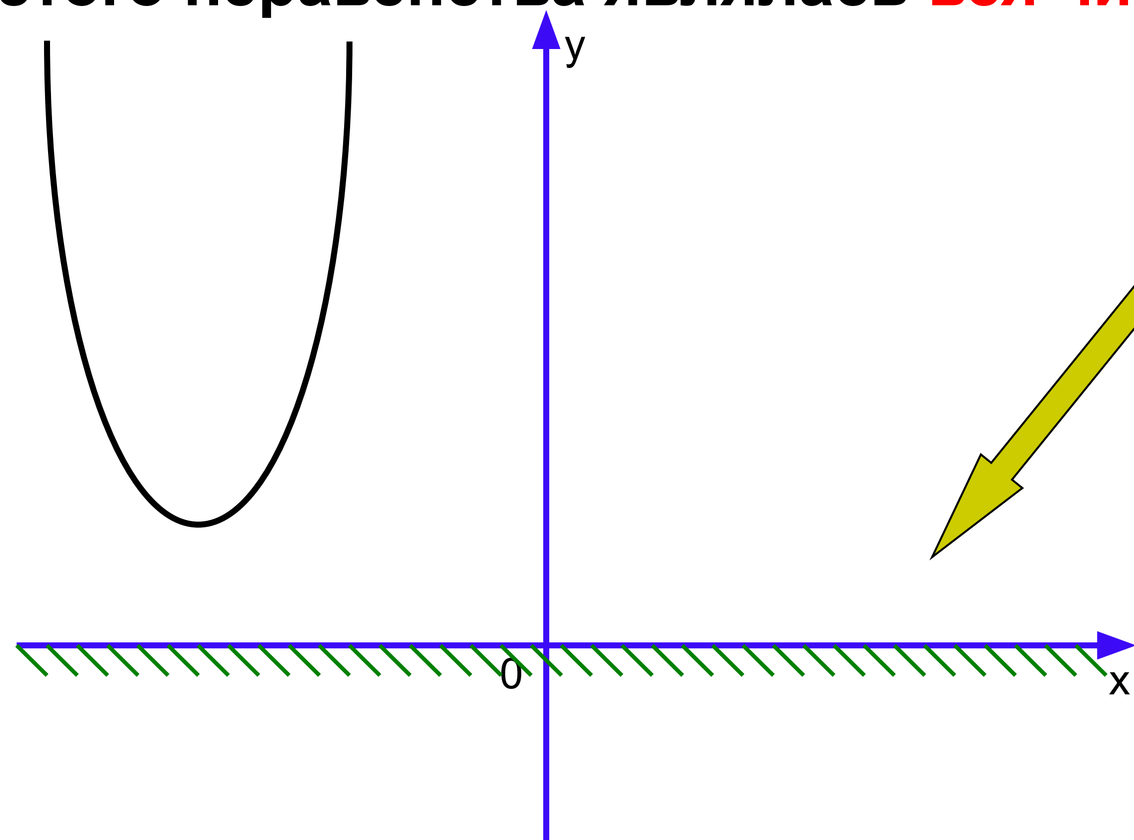
$$\begin{cases} x^2-(a+2)x+4>0, \\ 4x^2+(a-3)x+1>0. \end{cases}$$

Решим каждое неравенство системы:

1. $x^2-(a+2)x+4>0$

Какое условие должно выполняться, чтобы решением этого неравенства являлась вся числовая прямая?

Решением неравенства является вся числовая прямая, если $D<0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (a+2)^2-4\cdot 4<0$, т. е. квадратичная функция $y=x^2-(a+2)x+4$ **не пересекает ось абсцисс.**



$$(a+2)^2-4\cdot 4<0$$

Решим второе неравенство системы:

2. $4x^2+(a-3)x+1>0.$

Решением неравенства является вся числовая прямая, если

$D<0 \Leftrightarrow (a-3)^2-4\cdot 4\cdot 1<0$, т. е. квадратичная функция

$y=4x^2+(a-3)x+1$ **не пересекает ось абсцисс.**

Решением неравенства

является

вся числовая прямая,

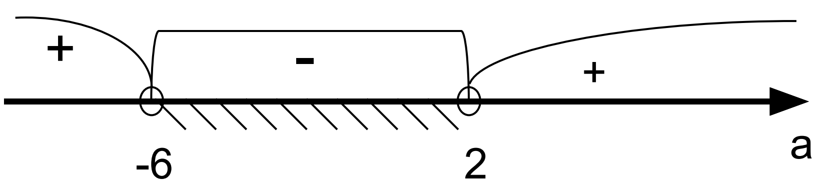
если…

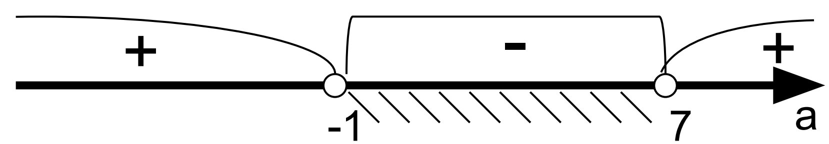
$$(a-3)^2-4\cdot 4\cdot 1<0$$

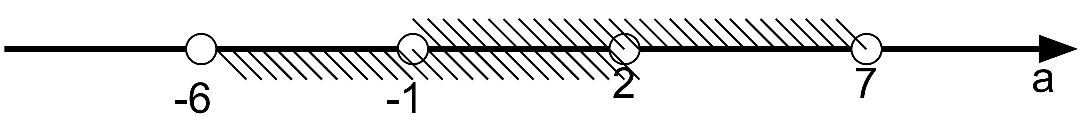
Решим систему неравенств:

$$\begin{cases}(a+2)^2-16<0,\\(a-3)^2-16<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+4a-12<0,\\a^2-6a-7<0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}(a+6)(a-2)<0,\\(a+1)(a-7)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6<a<2,\\-1<a<7.\end{cases}$$







Ответ: (-1;2).

2. При каких значениях параметра p функция определена при всех x∈R ?

$$y=\sqrt{(4-p)x^2-5x+\frac{5}{8}(1-p)}$$

Решение.

Область определения функции - множество действительных чисел, удовлетворяющих условию… $(4-p)x^2-5x+\frac{5}{8}(1-p)\geq 0$

Какие условия должны выполняться, чтобы **решением** этого неравенства $(4-p)x^2-5x+\frac{5}{8}(1-p)\geq 0$ являлась **вся числовая прямая?**

$$\begin{cases} D\leq 0, \\ 4-p>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25-4\cdot\frac{5}{8}(1-p)(4-p)\leq 0, \\ p<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^2-5p-6\geq 0, \\ p<4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} p\leq -1, \\ p\geq 6, \end{array}\right. \\ p<4 \end{cases} \Leftrightarrow \quad p\leq -1.$$

Ответ:(-∞ ; -1].

Домашнее задание:

3. При каких значениях параметра а система неравенств

а) имеет единственное решение;

б) не имеет решений;

в) имеет бесконечно много решений?

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0, \\ x^2 - (a+4)x + 4a \leq 0. \end{cases}$$