

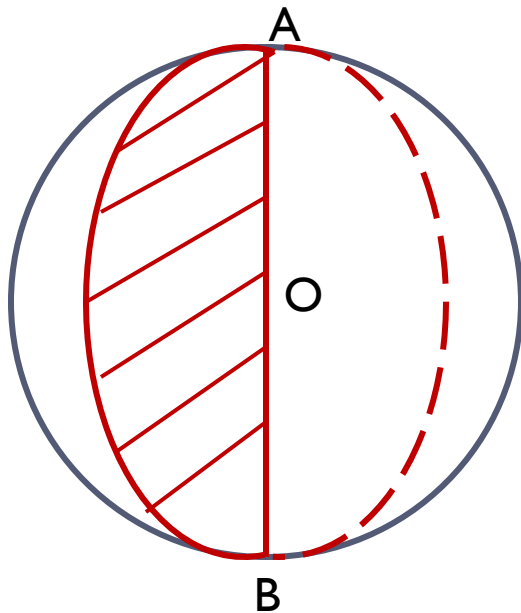
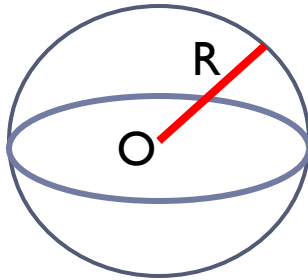
Сфера и шар

учитель математики МБОУ Одинцовской гимназии №13

Владими́рова Л.М.

11 класс

Определение сферы и её элементов.



Сферой называется поверхность, состоящая из точек пространства, расположенных на данном расстоянии (оно называется **радиусом сферы**) от данной точки (**центра сферы**).

Радиусом сферы называется любой отрезок, соединяющий центр сферы с точкой сферы.

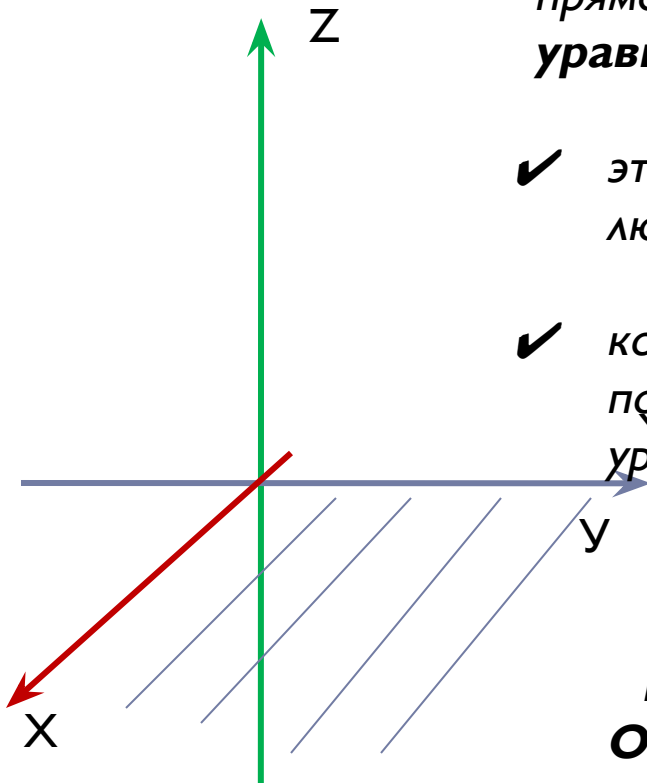
Диаметром сферы называется отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр.

Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра.



Уравнения с тремя переменными x, y, z в прямоугольной системе координат называется **уравнением поверхности F** , если:

- ✓ этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности F
- ✓ координаты точек, не принадлежащих поверхности F , не удовлетворяют этому уравнению.



Например, $z=0$ – уравнение плоскости Oxy .



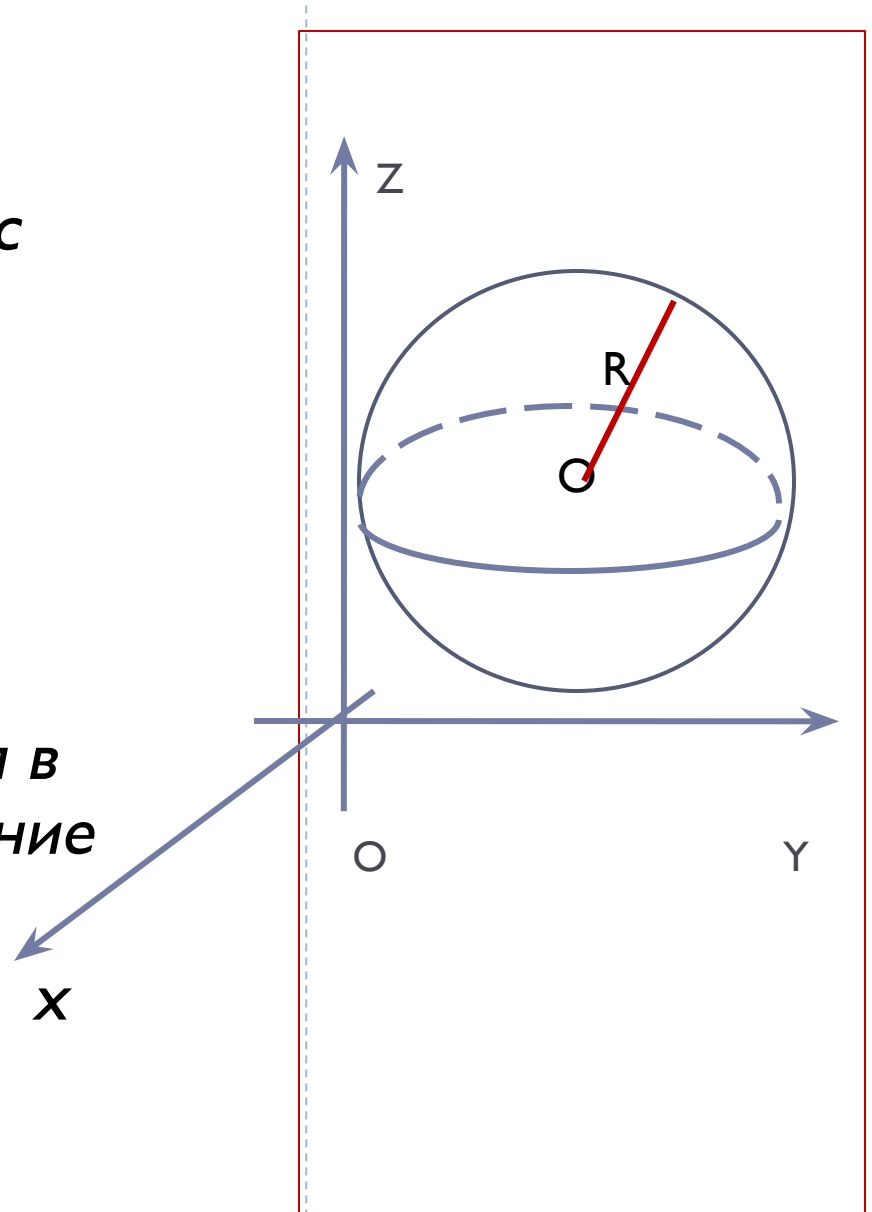
□ В прямоугольной системе координат сфера радиуса R с центром $C(x_c; y_c; z_c)$ имеет

□ уравнение:

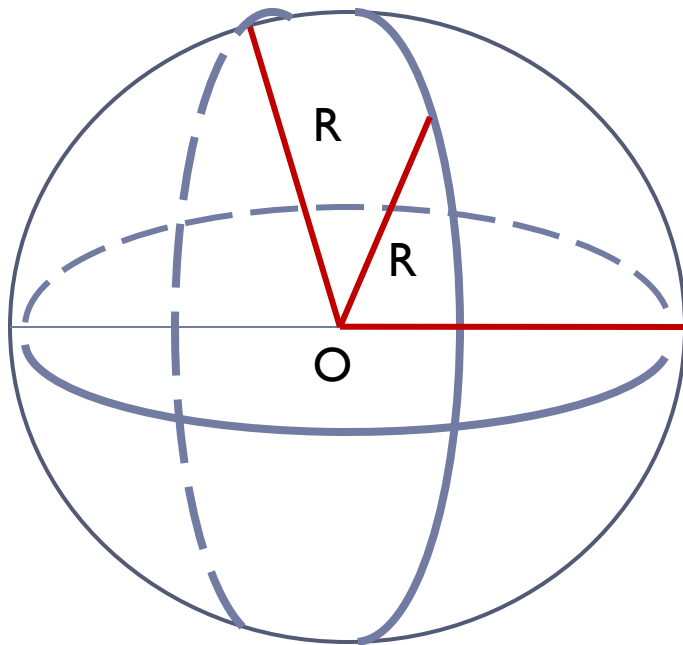
$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 + (z-z_c)^2 = R^2$$

□ Если центр сферы находится в начале координат, то уравнение сферы

□ $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$



□ Определение шара и его элементов



Шаром называется конечное тело, ограниченное сферой.

ИЛИ

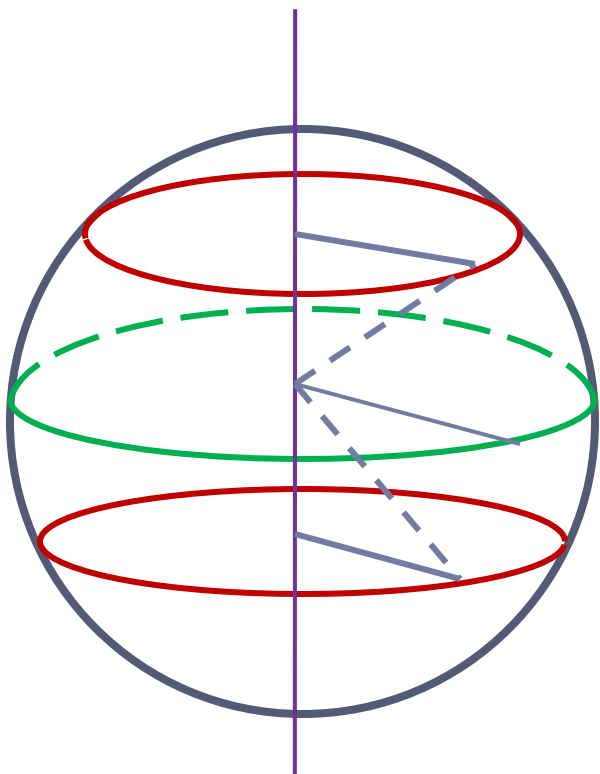
Шаром называется тело, состоящее из всех точек пространства, удалённых от данной точки на расстояние, не превышающее заданного.

Центр, радиус и диаметр сферы называются также центром, радиусом и диаметром **шара**



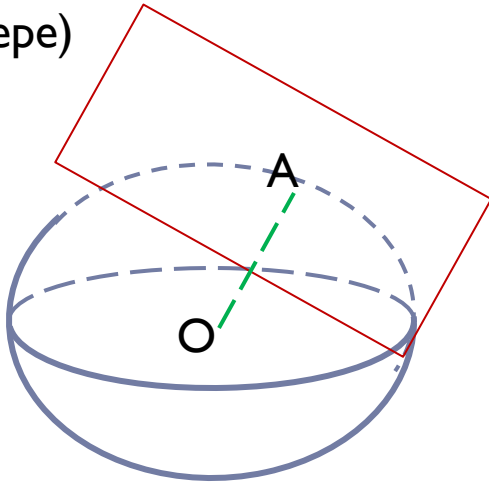
Полезная задача

1. Докажите, что сечения сферы, **одинаково** удалённые от её центра, имеют **равные** радиусы;
2. Из двух сечений сферы **большой** радиус имеет то сечение, плоскость которого ближе к центру сферы



Определение касательной к сфере

Теорема (свойство касательной плоскости к сфере)



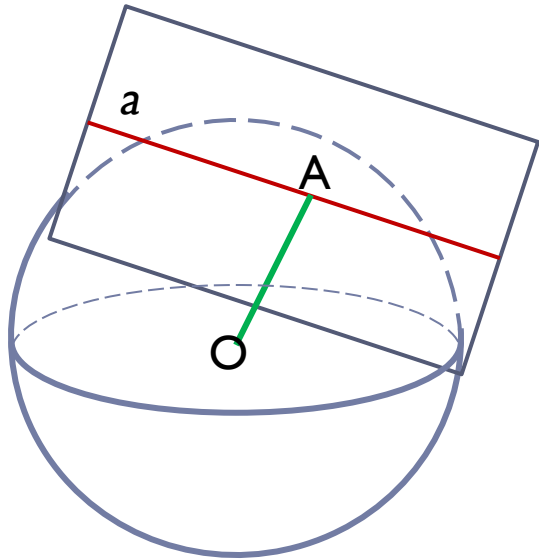
Теорема (признак касательной плоскости)

Касательной плоскостью к сфере называется плоскость, имеющая с данной сферой только одну общую точку (*касания*).

Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

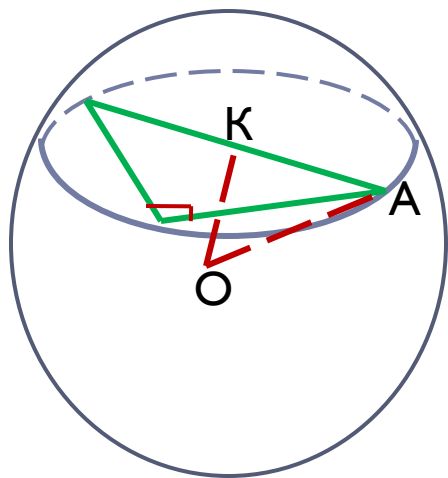
Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.





Касательной к сфере называется прямая, которая лежит в касательной плоскости и проходит через **точку касания сферы и плоскости**.

Касательная a имеет со сферой одну общую точку (точку касания A) и перпендикулярна к радиусу сферы, проведённому в эту точку.



Типовая задача

Все стороны прямоугольного треугольника с катетами 12 см и 16 см касаются сферы, радиус которой равен 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.

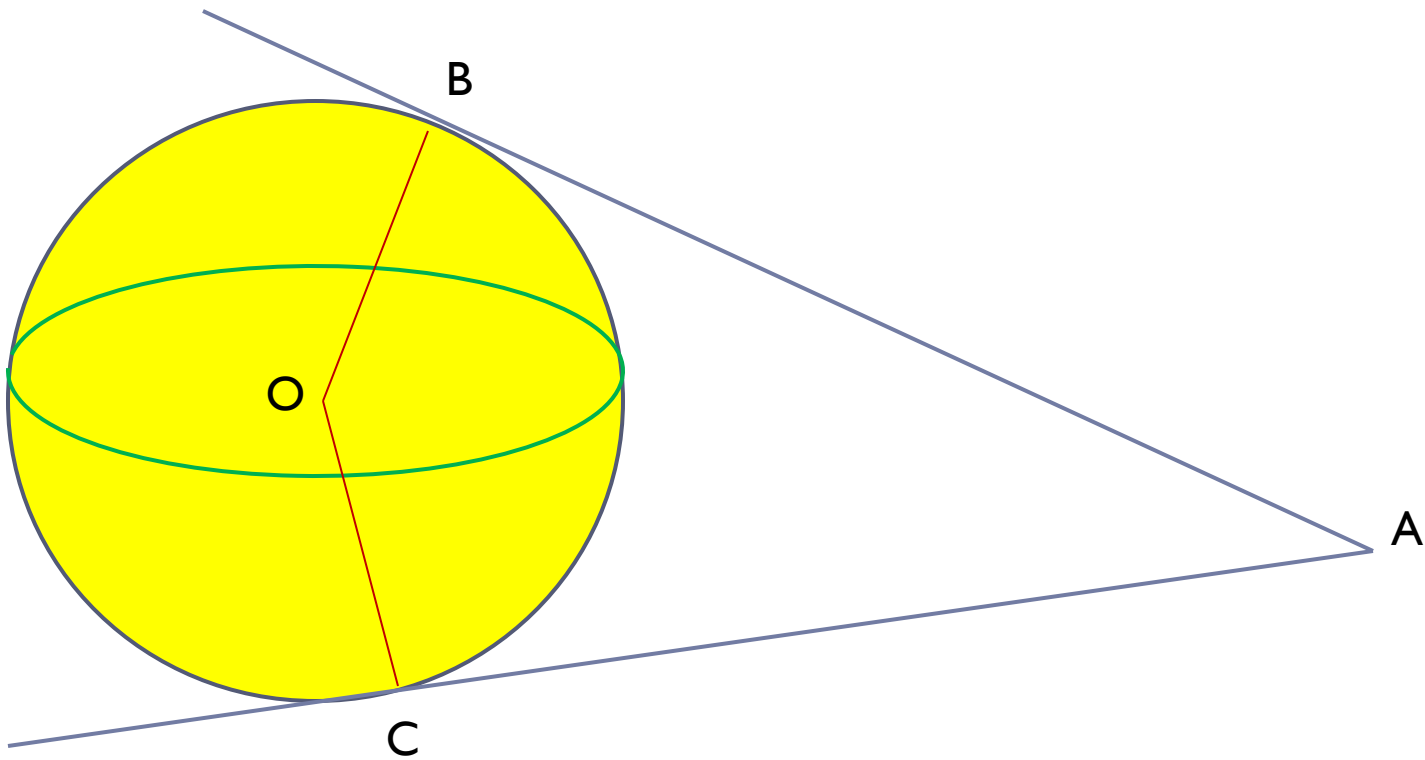
Решение задачи.

Из центра сферы проведём перпендикуляр (это **расстояние от центра сферы до плоскости треугольника**) к плоскости треугольника и радиус шара.

Перпендикуляр к плоскости треугольника пройдёт через середину гипотенузы треугольника, т.к. середина гипотенузы является центром окружности описанной около треугольника. Рассмотрим треугольник OAK . Найдём OK .

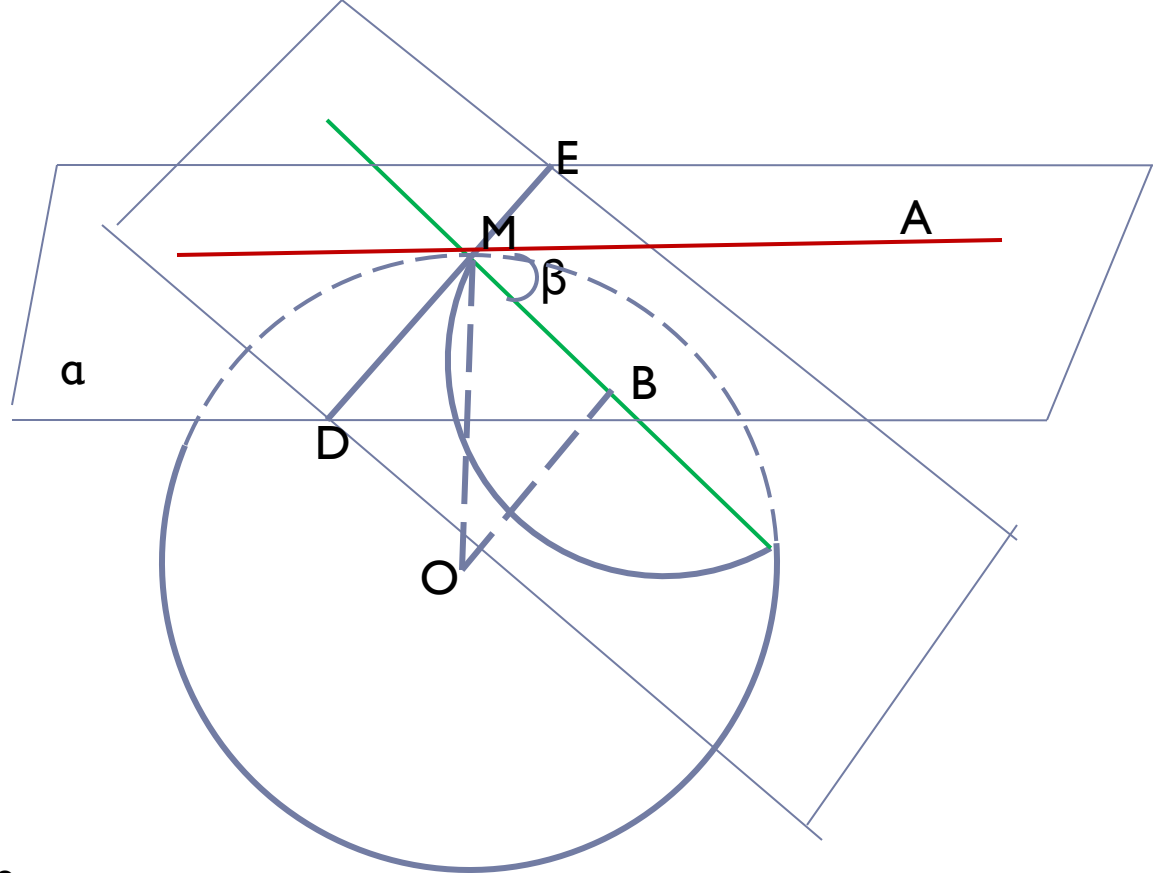
Полезная задача

Докажите, что все касательные, проведённые из данной точки к сфере, имеют равные длины.



Задача 590.

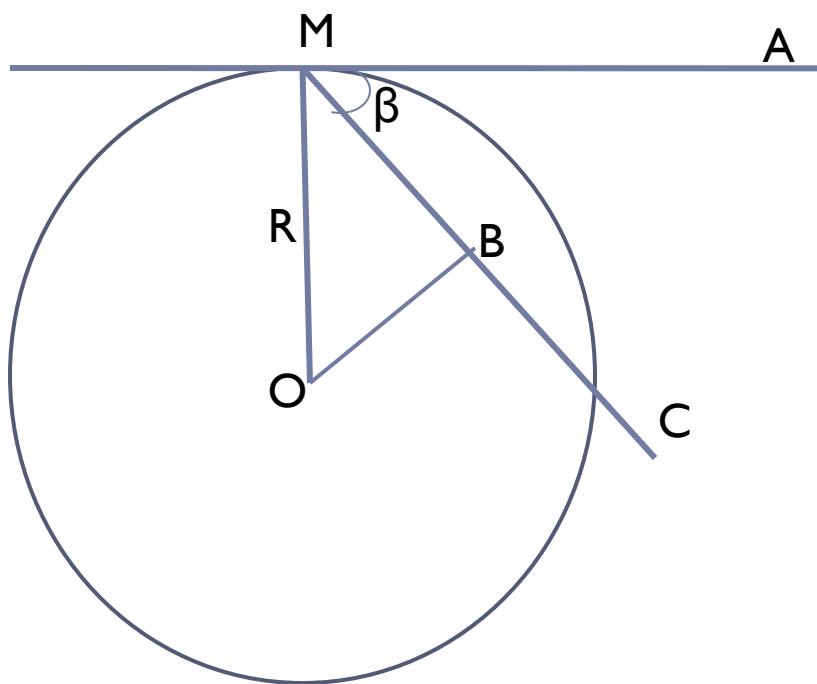
Через точку сферы радиуса R , которая является границей данного шара, проведены две плоскости, одна из которых является касательной к сфере, а другая наклонена под углом β к касательной плоскости. Найдите площадь сечения данного шара.



1. Объяснить, как построить линейный угол двугранного угла, образованного плоскостями.
2. Докажите, что перпендикуляр, проведённый из центра шара к секущей плоскости, проходит через центр сечения.
3. Найдите радиус сечения второй плоскостью.
4. Найдите площадь сечения.



Для решения задачи № 590 удобнее вынести чертёж и с помощью его уже решить данную задачу.



Для создания презентации были использованы: учебник по геометрии автор – Атанасян Л.С.
«Изучение геометрии в 10-11 классах» (методические рекомендации к учебнику) авторы Л.С. Атанасян и др.

