

# ***Симетрія відносно прямої***

***Геометрія, 9 клас***

# Притча про осьову симетрію

Якось чужоземець, вражений красою Бухарського мінарету Кальян, вигукнув: “Як ви будете такі високі мінарети?” – “Дуже просто”, - відповів Ходжа

Насреддін. І, хизуючись своєю дотепністю, пояснив:

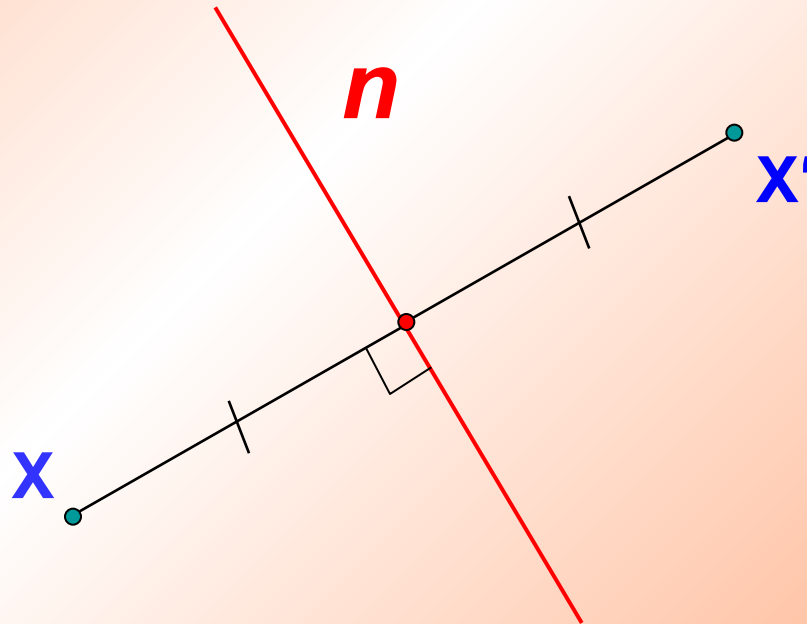
Спочатку  
викопуємо  
глибокий  
колодязь,  
а потім  
вивертаємо  
його навиворіт



# Означення

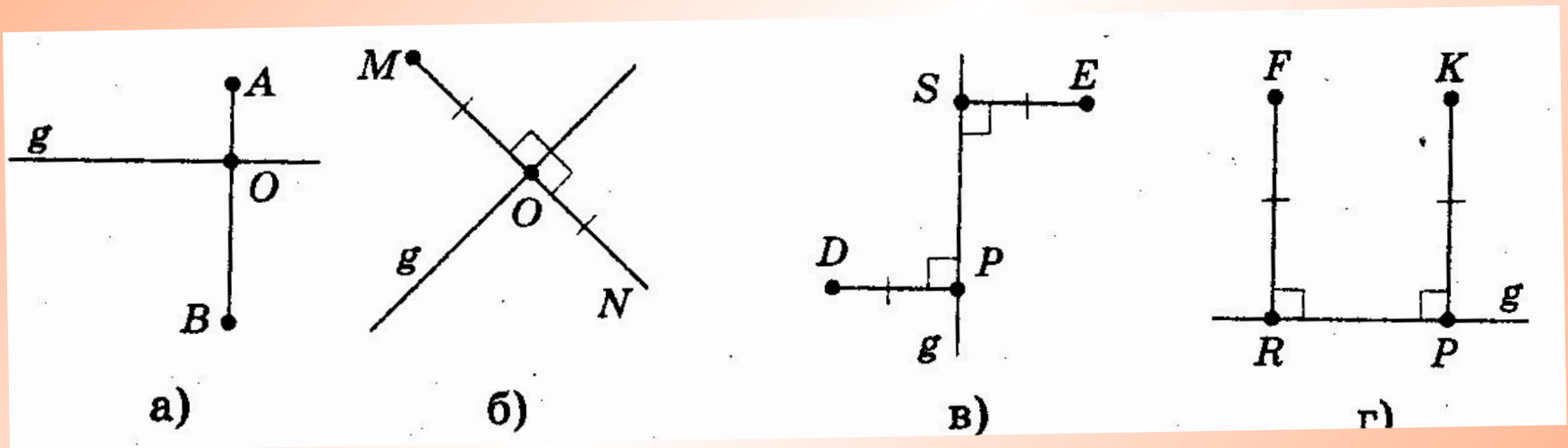
Точки  $X$  і  $X'$  називаються **симетричними** відносно прямої  $n$ , якщо ця пряма перпендикулярна до відрізка  $XX'$  і проходить через його середину.

Пряма  $n$  є серединним перпендикуляром до відрізка  $XX'$  і називається **віссю симетрії**.



# Усні вправи

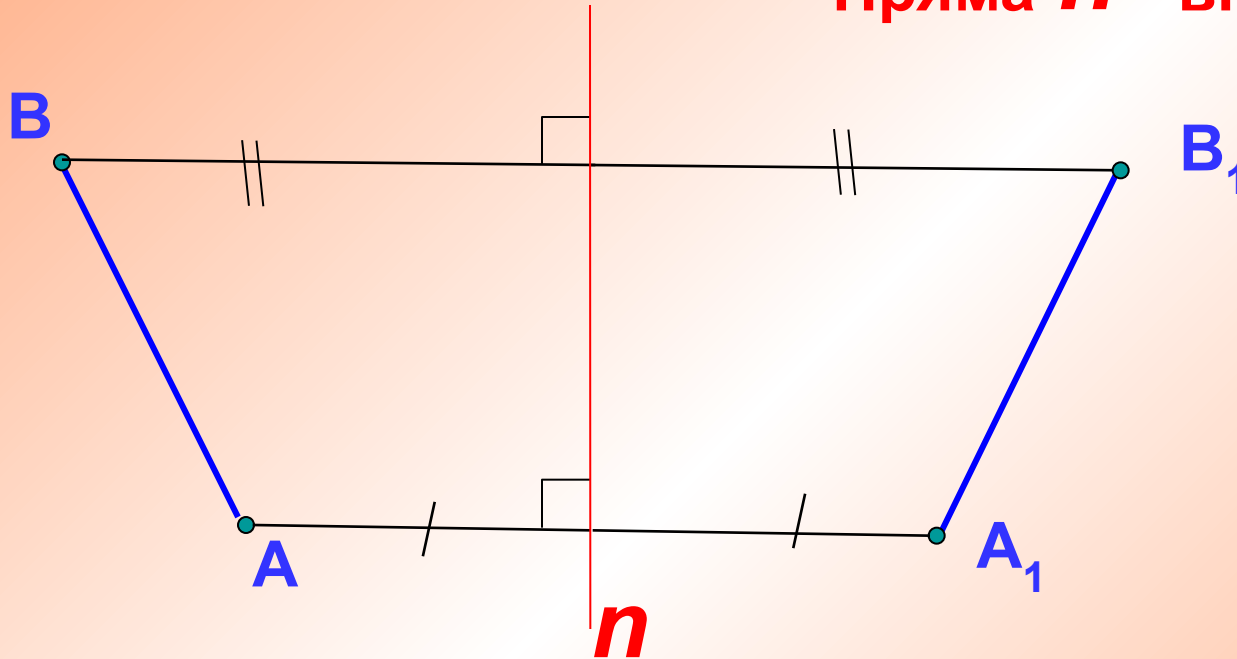
- Назвіть точки, симетричні відносно прямої  $g$ .



- Чому точки  $A$  і  $B$ ,  $D$  і  $E$ ,  $F$  і  $K$  не є симетричними відносно прямої  $g$ .
- Покажіть точку, симетричну точці  $O$  відносно прямої  $g$ .

Побудувати відрізок  $A_1B_1$  симетричний відрізку  $AB$  відносно прямої  $n$

Пряма  $n$  – вісь симетрії



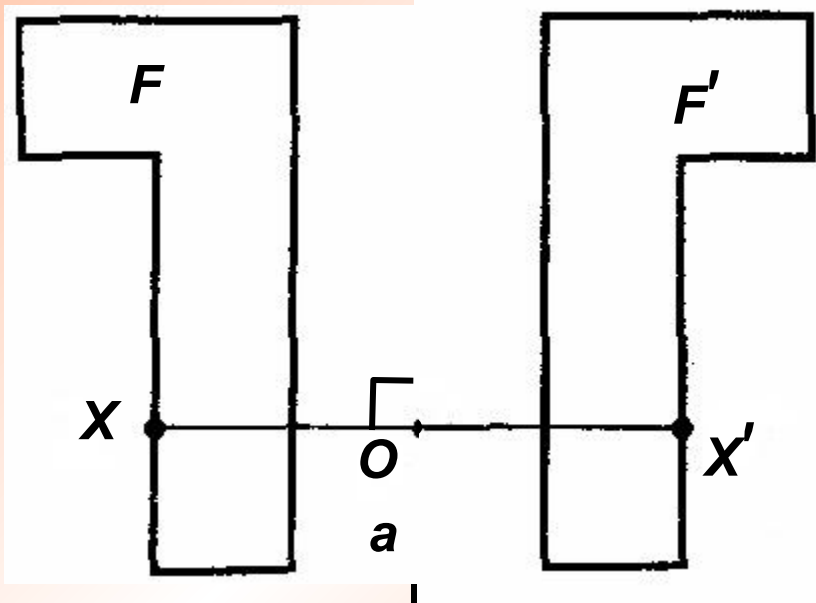
$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, AB \rightarrow A_1B_1$

# Симетричні фігури

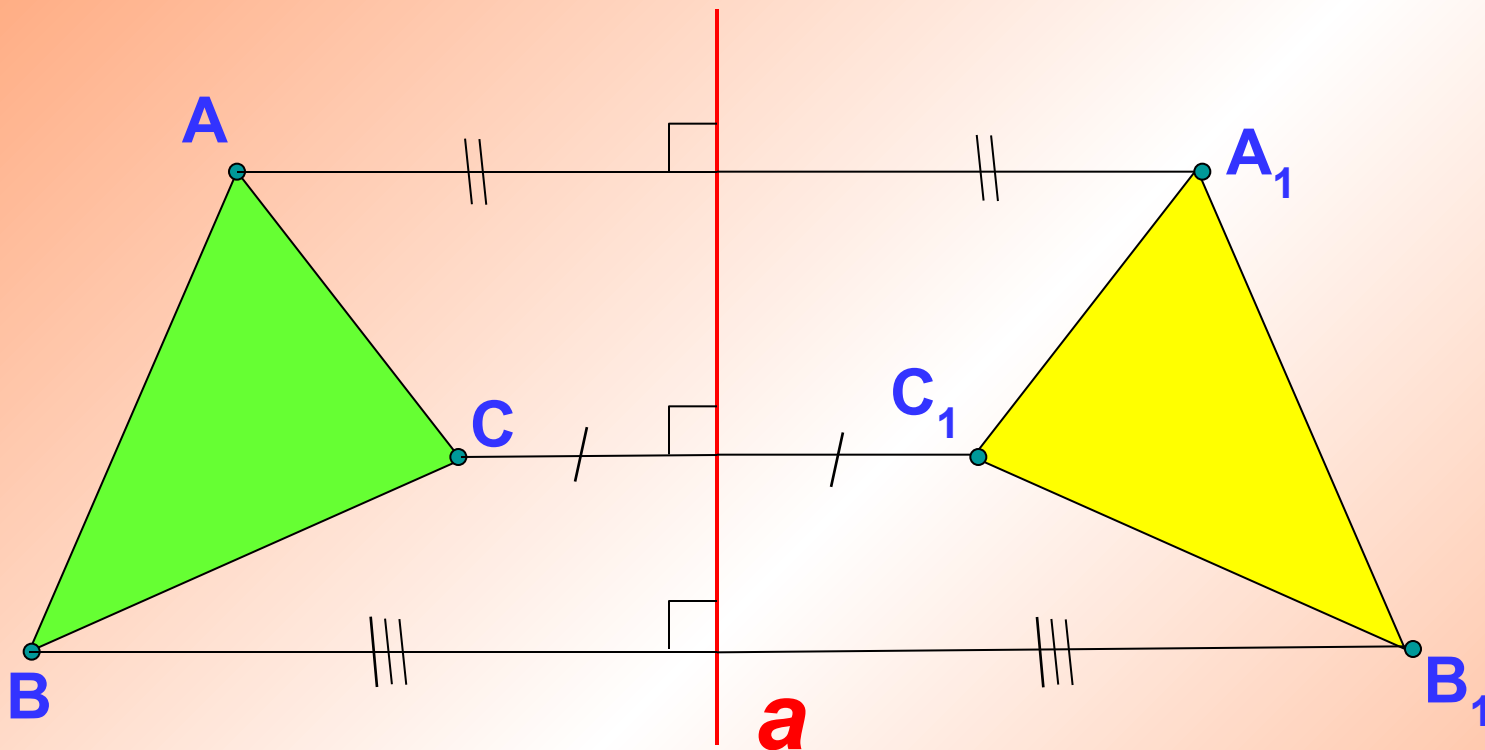
- **Перетворенням симетрії** (симетрією) відносно прямої  $a$  називають таке перетворення фігури  $F$  у фігуру  $F'$ , внаслідок якого кожна точка  $X$  фігури  $F$  переходить у точку  $X'$  фігури  $F'$ , симетричну точці  $X$  відносно прямої  $a$ .

Фігури  $F$  і  $F'$  називають симетричними відносно прямої  $a$ .

Симетрію відносно прямої називають **осьовою симетрією**.



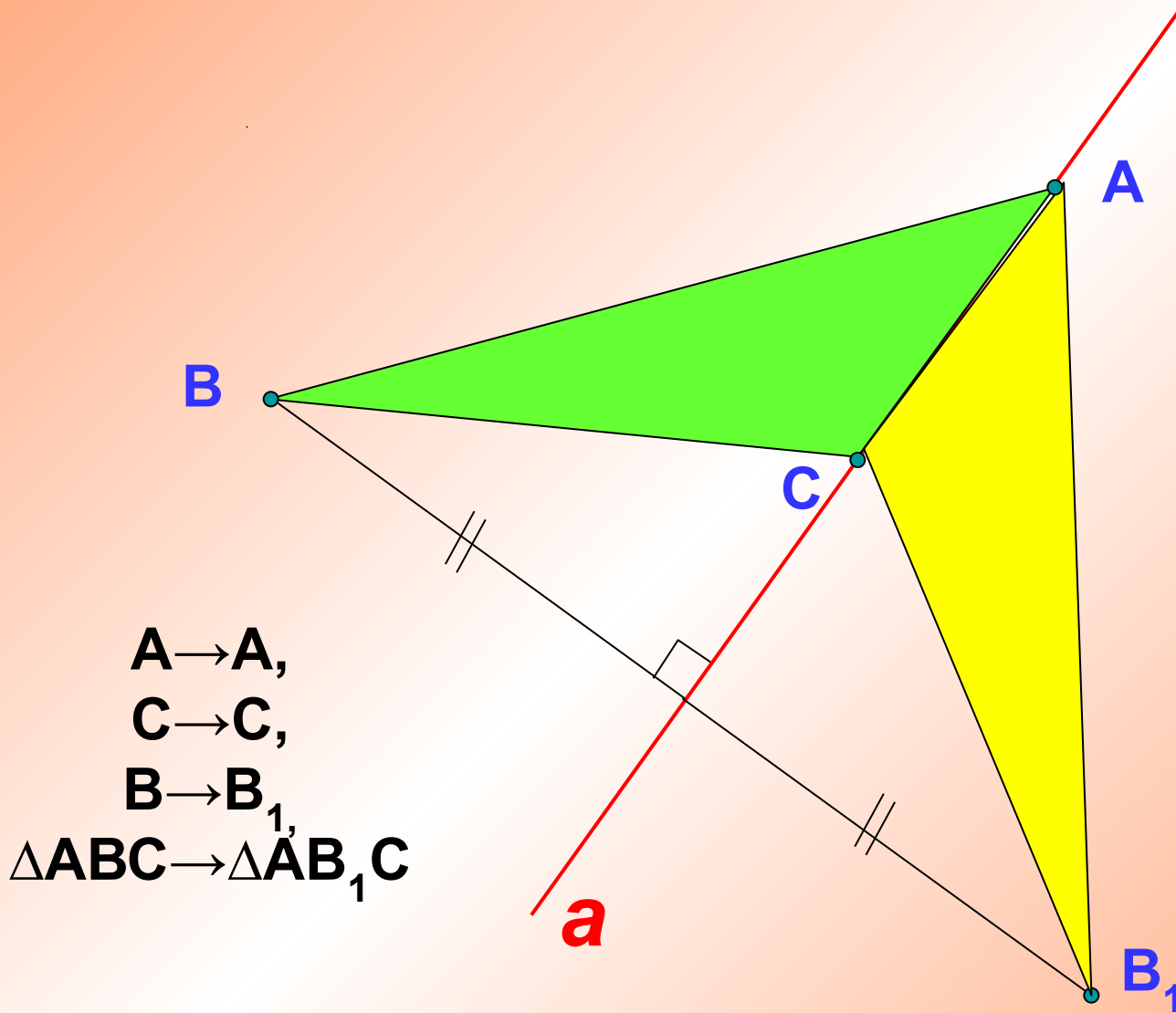
Побудувати трикутник  $A_1B_1C_1$  симетричний трикутнику  $ABC$  відносно прямої ***a***



$A \rightarrow A_1, C \rightarrow C_1, B \rightarrow B_1,$   
 $\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$

Пряма ***a*** – вісь симетрії

Побудувати трикутник  $A_1B_1C_1$  симетричний трикутнику  $ABC$  відносно прямої  $a$

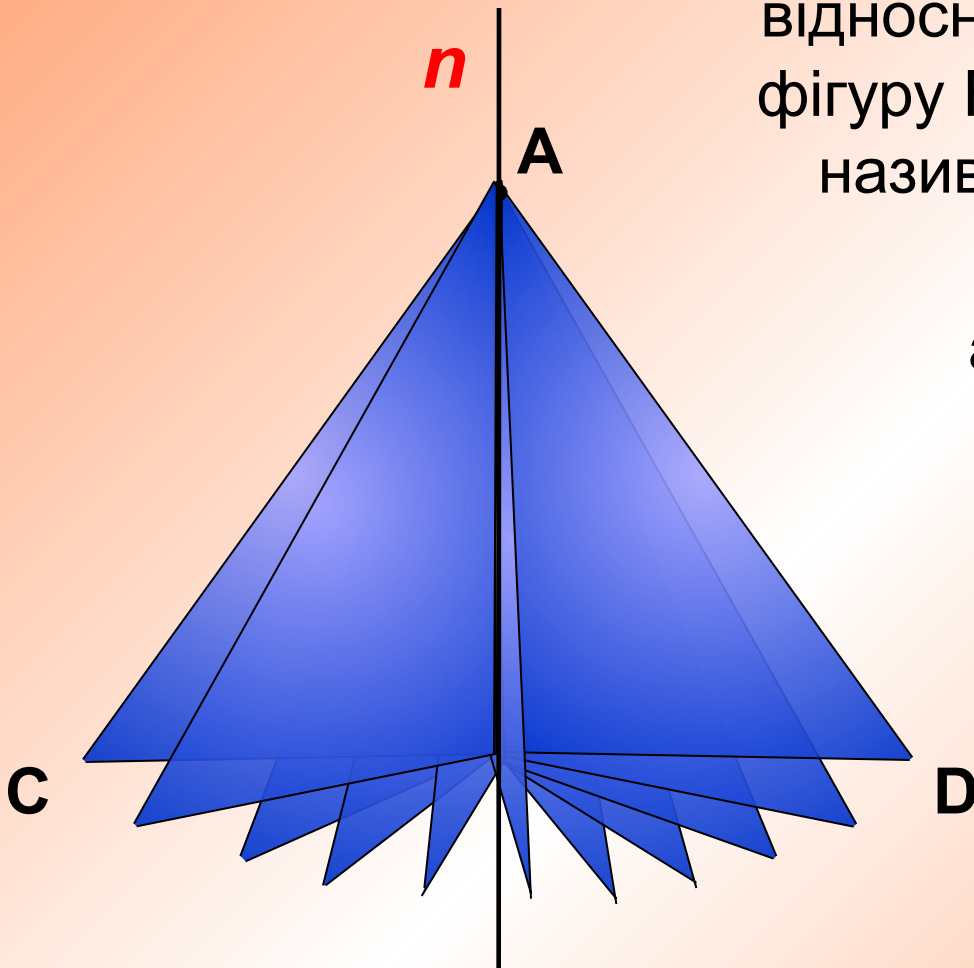


Пряма  $a$  –  
вісь симетрії

$A \rightarrow A,$   
 $C \rightarrow C,$   
 $B \rightarrow B_1,$   
 $\triangle ABC \rightarrow \triangle AB_1C$

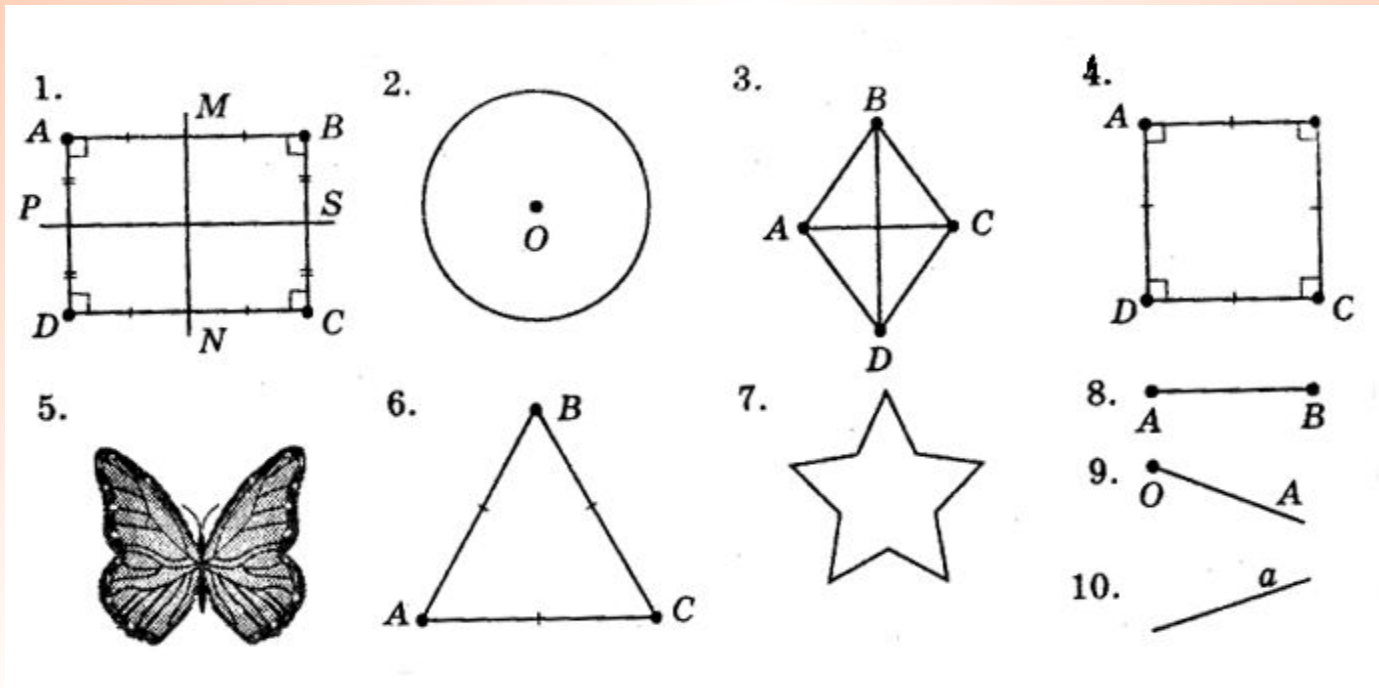


Якщо перетворення симетрії  
відносно прямої  $n$  переводить  
фігуру  $F$  у себе, то така фігура  
називається **симетричною**  
відносно прямої  $n$ ,  
а сама пряма  $n$  – віссю  
симетрії фігури  $F$ .



# Усні вправи

- Чи можна фігури, зображені на малюнках назвати симетричними відносно певної осі?
- Назвіть номери фігур, що мають одну, дві, три, чотири, безліч осей симетрії.
- Скільки осей симетрії мають прямокутник і ромб?



# Основна властивість осьової симетрії

Теорема

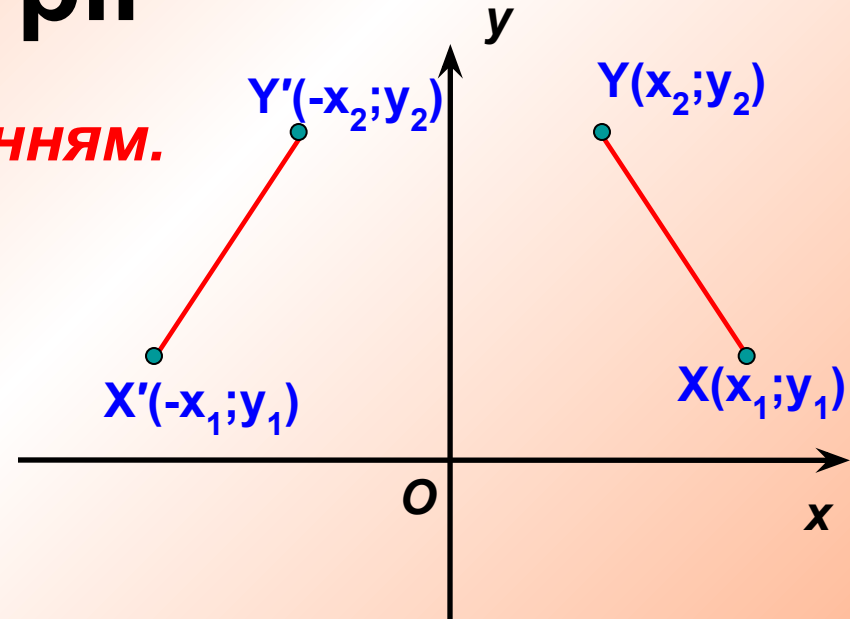
**Осьова симетрія є переміщенням.**

Доведення.

Осьова симетрія відносно прямої  $n$ : точка  $X$  – переходить в точку  $X'$ , точка  $Y$  переходить у точку  $Y'$ .

$n=Oy$ .

Тоді:  $X(x_1; y_1) \rightarrow X'(-x_1; y_1)$ ,  
 $Y(x_2; y_2) \rightarrow Y'(-x_2; y_2)$ .



Відстань між точками:

$$XY = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$X'Y' = \sqrt{(-x_2 - (-x_1))^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Отже,  $XY = X'Y'$ .

# Властивості осьової симетрії:

- 1) Перетворення осьової симетрії є переміщенням.
- 2) Осьова симетрія перетворює пряму на пряму; відрізок – на відрізок; багатокутник – на рівний йому багатокутник.
- 3) Точки, що належать осі симетрії, відображаються самі на себе.
- 4) Якщо точки  $M(x; y)$  і  $N(x_1; y_1)$  симетричні відносно:
  - А) осі  $Ox$ , то виконується умова:  $x_1 = x$ ,  $y_1 = -y$ ;
  - Б) осі  $Oy$ , то виконується умова  $x_1 = -x$ ,  $y_1 = y$ .

# Перевір себе

- Які точки називаються симетричними відносно прямої?
- Яке перетворення називається симетрією відносно даної прямої?
- Яка фігура називається симетричною відносно даної прямої?
- Що таке вісь симетрії? Наведіть приклади.

Побудувати фігуру, симетричну даній відносно прямої  $n$ .

