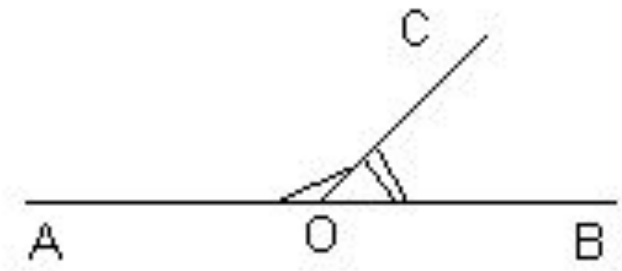
Урок 11

Смежные и вертикальные углы

Определение.



В определении смежных углов содержатся три ***условия***:

1) **угла – два;**
2) **есть общая сторона;**
3) **две другие стороны – дополнительные лучи.**

Проведем луч OD

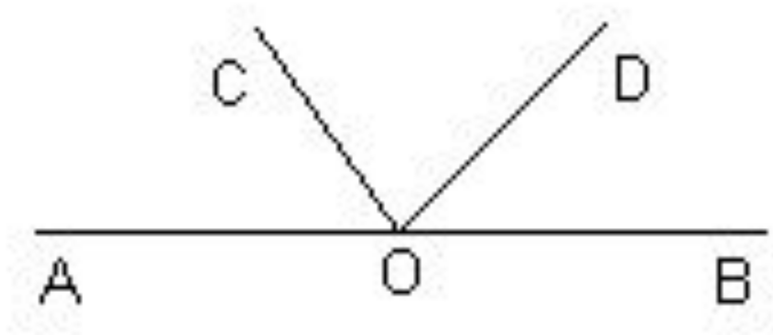
Являются ли смежными углы:

а) ∠AOD и ∠BOD;

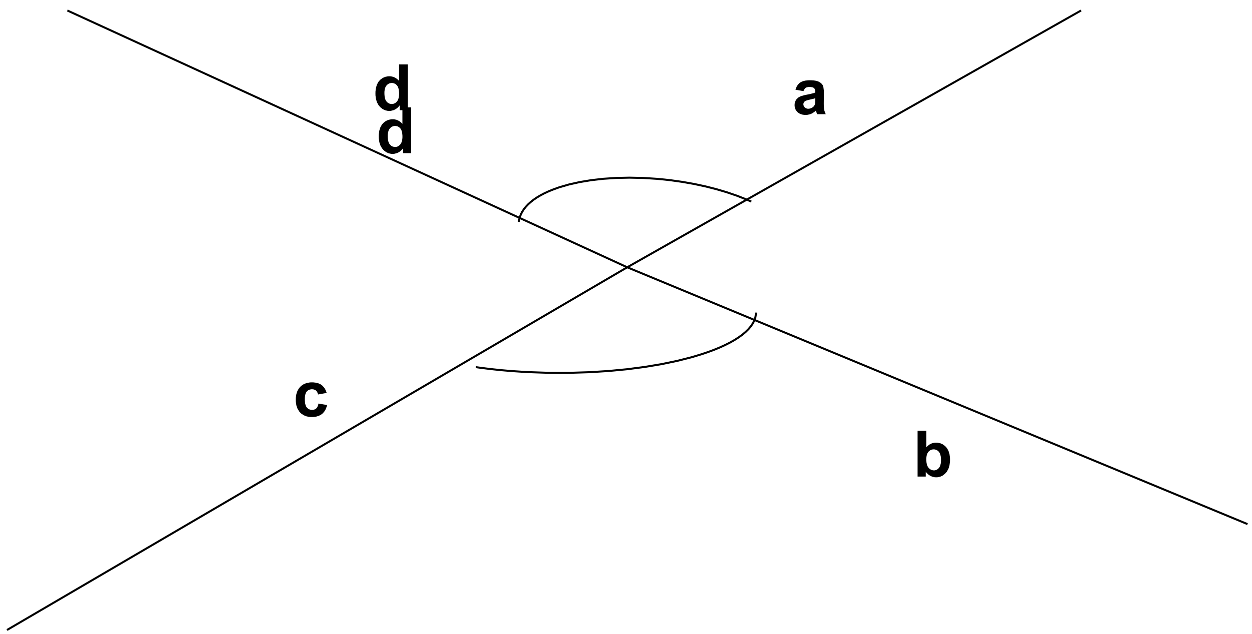
б) ∠AOC и ∠DOC;

в) ∠AOC и ∠DOB;

г) ∠AOC, ∠DOC и ∠BOD?



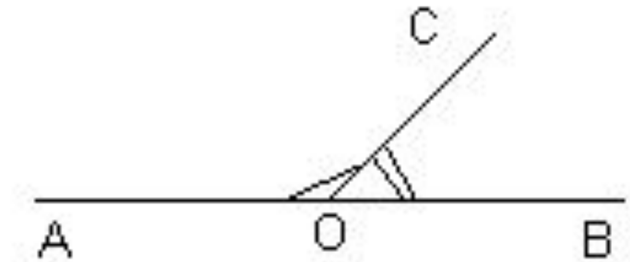
Дан произвольный $\angle(ab)$, отличный от развернутого. Сколько существует углов, смежных с ним?



Теорема. Сумма смежных углов равна 180°.

Дано: ∠AOC и ∠BOC – смежные.

Доказать: ∠AOC + ∠BOC = 180°



Доказательство.

.

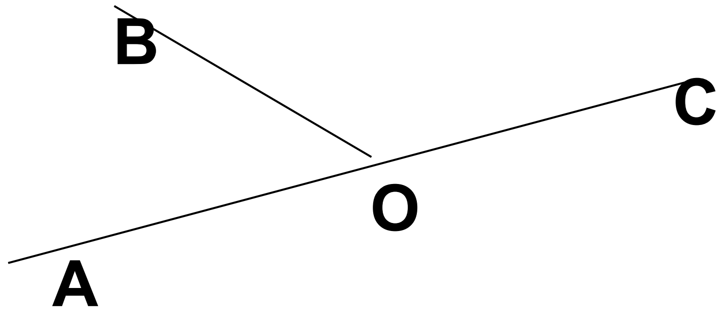
1) Так как ∠AOC и ∠BOC – смежные, то лучи OA и OB – дополнительные, то есть, ∠AOB – развернутый, следовательно, ∠AOB = 180°.

2) [OC) проходит между сторонами ∠AOB, значит, ∠AOC + ∠BOC = ∠AOB = 180°,

Перечислите определения и аксиомы,
которые использованы при доказательстве теоремы,
и укажите, где именно.

Следствия из теоремы

1) Углы, смежные равным углам, равны между собой.
2) Угол, смежный прямому углу – прямой,
смежный острому – тупой, смежный тупому – острый.
А смежный развернутому?



<u>Дано</u>: $\angle AOC$ и $\angle BOC$ – смежные;
$\angle BOC : \angle AOC = 11 : 25$.
<u>Найти</u>: $\angle AOC$; $\angle BOC$.

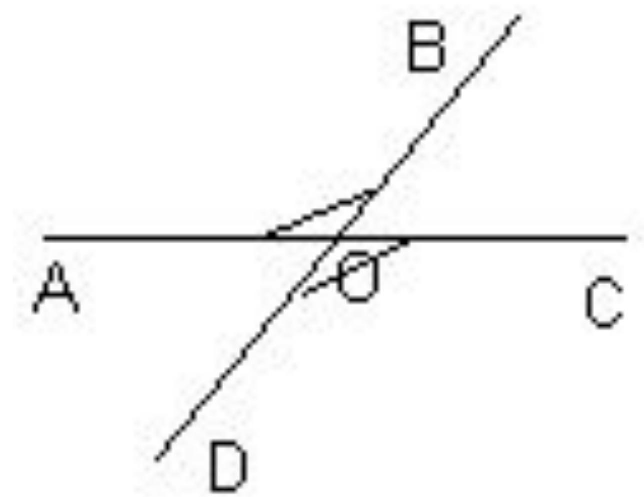
<u>Решение</u>.
Пусть x – коэффициент пропорциональности,
тогда, $\angle BOC = 11x°$; $\angle AOC = 25x°$.
Так как $\angle AOC + \angle BOC = 180°$,
то $11x + 25x = 180$;
$36x = 180$;
$x = 5$.
Следовательно, $\angle BOC = 55°$; $\angle AOC = 125°$.

Сформулируйте утверждение,
обратное теореме о смежных углах.
Верно ли оно?

Станет ли оно верным, если добавить,
что у данных углов есть общая сторона?

Что еще необходимо добавить в условие,
чтобы оно стало верным?

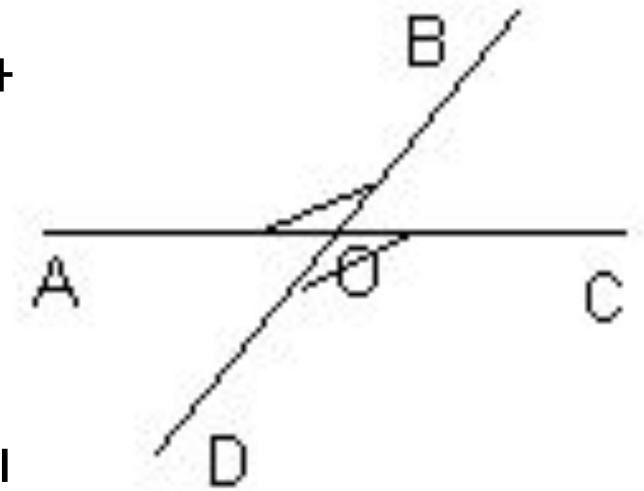
Вертикальные углы



Теорема. Вертикальные углы равны.

Дано: ∠AOB и ∠COD – вертикальн

Доказать: ∠AOB = ∠COD.

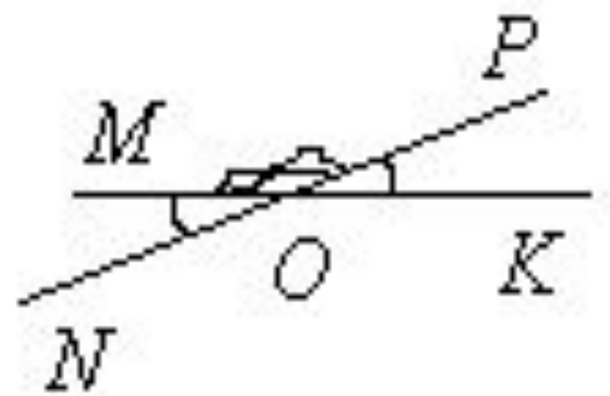


Доказательство.

Так как ∠AOB и ∠COD – вертикальны
то [OB) и [OD) – дополнительные, следовательно,
∠AOB и ∠AOD – смежные.
Аналогично, ∠COD и ∠AOD – смежные.
По свойству смежных углов:
∠AOB + ∠AOD = 180° и ∠COD + ∠AOD = 180°.
Имеем: ∠AOB = 180° – ∠AOD
и ∠COD = 180° – ∠AOD
значит, ∠AOB = ∠COD

Сформулируйте утверждение,
обратное свойству вертикальных углов.
Верно ли оно?

Сумма трех углов (отличных от развернутого), образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 205°. Найдите эти углы



Дано: (MK)$\cap$(PN) = O;
$\angle POK + \angle POM + \angle NOM = 205°$.
Найти: $\angle POK$; $\angle POM$; $\angle NOM$.

Решение.

Из трех данных углов два являются смежными, например, $\angle POK$ и $\angle POM$.
$\angle POK + \angle POM = 180°$,
значит, $\angle NOM = 205° – 180° = 25°$.
$\angle POK = \angle NOM = 25°$, так как эти углы – вертикальные.
$\angle POM = 180° – \angle POK = 155°$.
Ответ: два угла по 25° и один – 155°.