

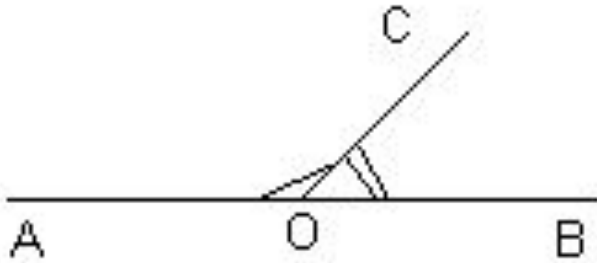


Урок 11



Смежные и вертикальные углы

Определение.



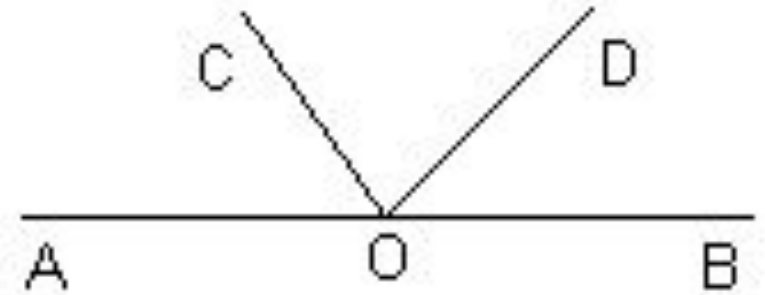
В определении смежных углов содержатся три **условия**:

- 1) угла – два;
- 2) есть общая сторона;
- 3) две другие стороны – дополнительные лучи.

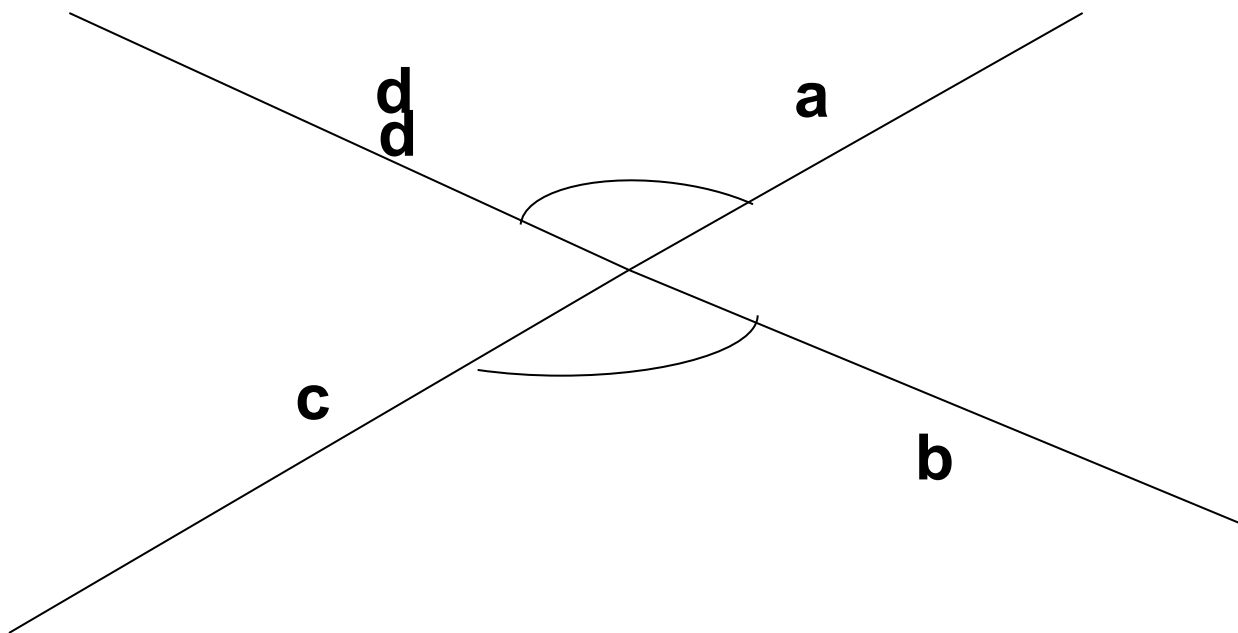
Проведем луч OD

Являются ли смежными углы:

- а) $\angle AOD$ и $\angle BOD$;
- б) $\angle AOC$ и $\angle DOC$;
- в) $\angle AOC$ и $\angle DOB$;
- г) $\angle AOC$, $\angle DOC$ и $\angle BOD$?



Дан произвольный $\angle(ab)$, отличный от развернутого.
Сколько существует углов, смежных с ним?

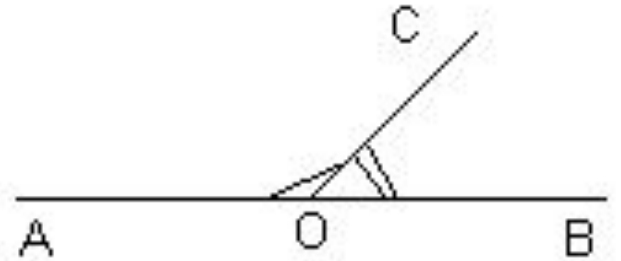


Теорема. Сумма смежных углов равна 180° .

Дано: $\angle AOC$ и $\angle BOC$ –

смежные.

Доказать: $\angle AOC + \angle BOC =$
 180°



Доказательство.

- 1) Так как $\angle AOC$ и $\angle BOC$ – смежные, то лучи OA и OB – дополнительные, то есть, $\angle AOB$ – развернутый, следовательно, $\angle AOB = 180^\circ$.
- 2) $[OC)$ проходит между сторонами $\angle AOB$, значит, $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB = 180^\circ$,

Перечислите определения и аксиомы, которые использованы при доказательстве теоремы, и укажите, где именно.

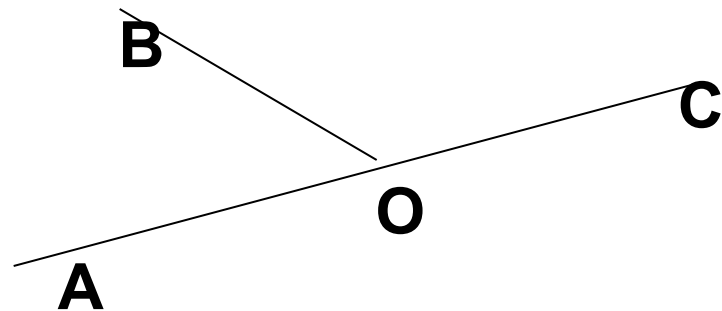
Следствия из теоремы

- 1) Углы, смежные равным углам, равны между собой.
- 2) Угол, смежный прямому углу – прямой, смежный острому – тупой, смежный тупому – острый.
А смежный развернутому?

Дано: $\angle AOC$ и $\angle BOC$ – смежные;

$$\angle BOC : \angle AOC = 11 : 25.$$

Найти: $\angle AOC$; $\angle BOC$.



Решение.

Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда, $\angle BOC = 11x^\circ$; $\angle AOC = 25x^\circ$.

Так как $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$,

$$\text{то } 11x + 25x = 180;$$

$$36x = 180;$$

$$x = 5.$$

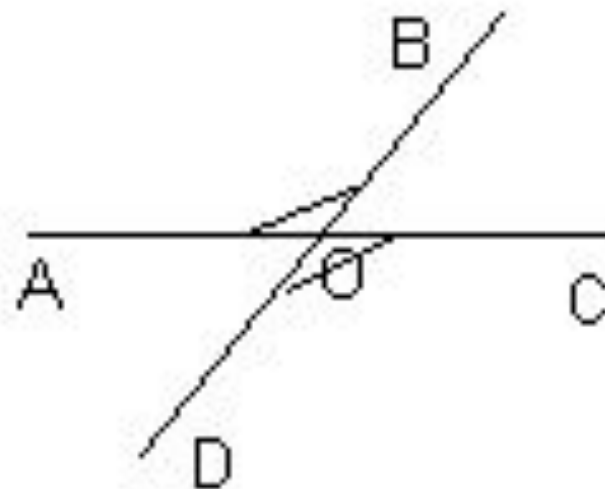
Следовательно, $\angle BOC = 55^\circ$; $\angle AOC = 125^\circ$.

Сформулируйте утверждение,
обратное теореме о смежных углах.
Верно ли оно?

Станет ли оно верным, если добавить,
что у данных углов есть общая сторона?

Что еще необходимо добавить в условие,
чтобы оно стало верным?

Вертикальные углы

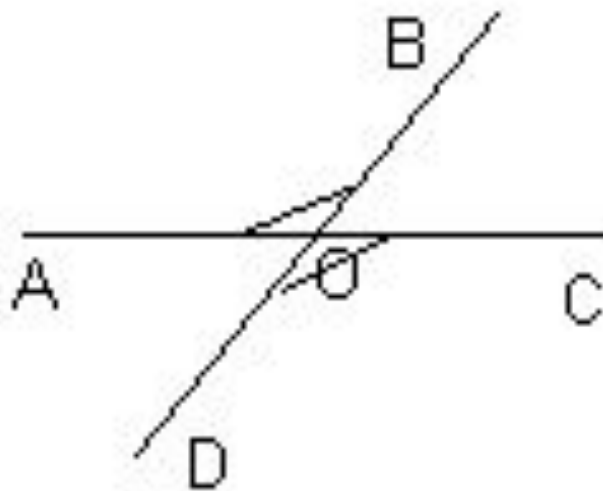


Теорема. Вертикальные углы равны.

Дано: $\angle AOB$ и $\angle COD$ – вертикалы

Доказать: $\angle AOB = \angle COD$.

Доказательство.



Так как $\angle AOB$ и $\angle COD$ – вертикальны то $[OB)$ и $[OD)$ – дополнительные, следовательно, $\angle AOB$ и $\angle AOD$ – смежные.

Аналогично, $\angle COD$ и $\angle AOD$ – смежные.

По свойству смежных углов:

$$\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ \text{ и } \angle COD + \angle AOD = 180^\circ.$$

Имеем: $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD$

и $\angle COD = 180^\circ - \angle AOD$ ▲

значит, $\angle AOB = \angle COD$

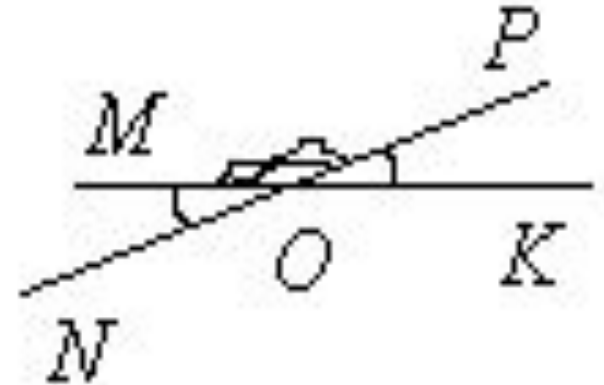
Сформулируйте утверждение,
обратное свойству вертикальных углов.
Верно ли оно?

Сумма трех углов (отличных от развернутого), образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 205° .
Найдите эти углы

Дано: $(MK) \cap (PN) = O$;

$$\angle POK + \angle POM + \angle NOM = 205^\circ.$$

Найти: $\angle POK$; $\angle POM$; $\angle NOM$.



Решение.

Из трех данных углов два являются смежными, например, $\angle POK$ и $\angle POM$.

$$\angle POK + \angle POM = 180^\circ,$$

значит, $\angle NOM = 205^\circ - 180^\circ = 25^\circ$.

$\angle POK = \angle NOM = 25^\circ$, так как эти углы – вертикальные.

$$\angle POM = 180^\circ - \angle POK = 155^\circ.$$

Ответ: два угла по 25° и один – 155° .