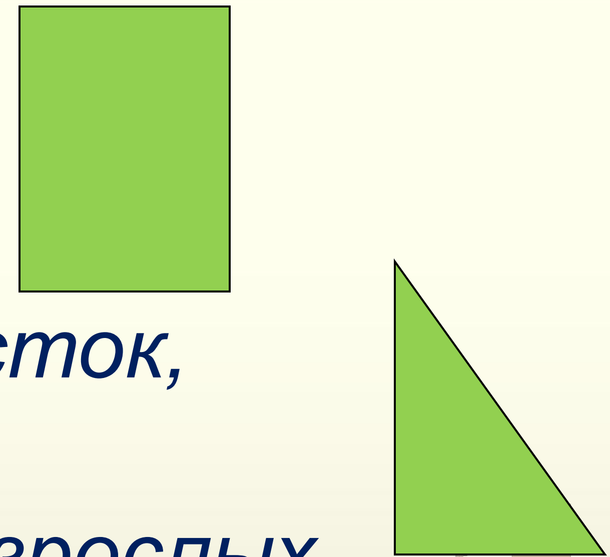
Красивая наука.

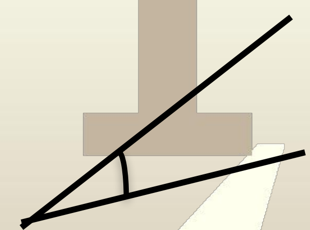
Кто сказал, что математика скучна,
Что она сложна, суха, тосклива?..
В этом вы не правы господа,
Знайте: математика – красива!
Нет неблагодарнее занятья,
Чем красоту словами объяснять.
Не любить её нельзя, я точно знаю:
Можно только знать или не знать.

(О. Панишева)

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Мама мой взяла листок,
И загнула уголок,
Угол вот такой у взрослых
Называется ПРЯМЫМ.
Если угол уже —ОСТРЫМ,
Если шире, то —ТУПЫМ.

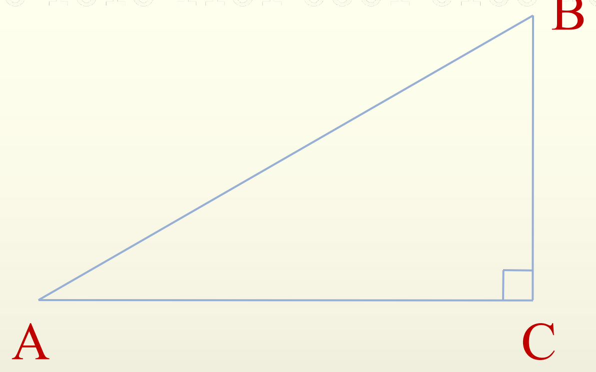




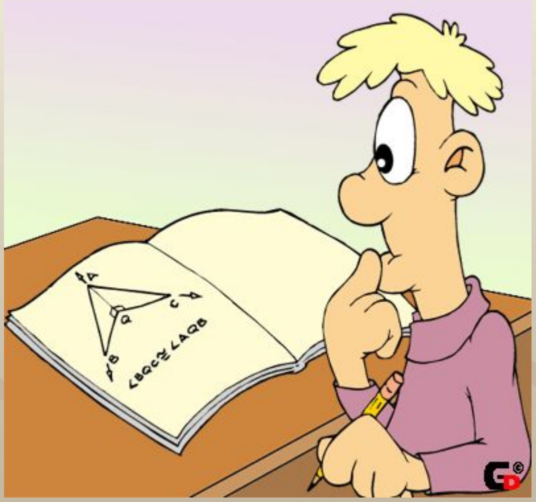
План презентации.

- Определения синуса, косинуса и тангенса острого угла .
- Основное тригонометрическое тождество.
- Значения синуса, косинуса, тангенса для углов 30^0, 45^0, 60^0.

ΔABC, $\angle C=90^0$.



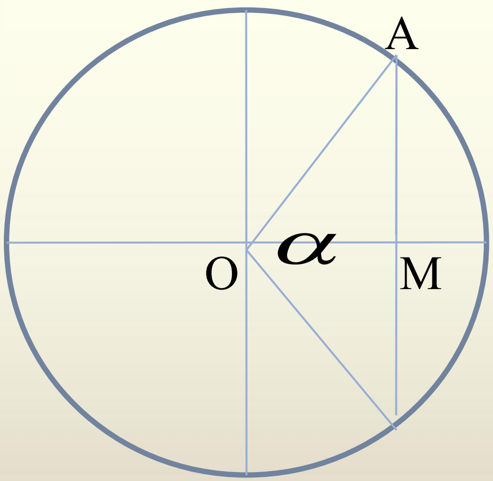
AC, BC – катеты,
AB – гипотенуза.



Немного истории.

В IV - V веках появился специальный термин в трудах по астрономии великого индийского учёного Ариабхаты, именем которого назван первый индийский спутник Земли.

Отрезок АМ он назвал ардхаджива (ардха – половина, джива – тетива лука, которую напоминает хорда). Позднее появилось более краткое название джива. Арабскими математиками в IX веке это слово было заменено на арабское слово джайб (выпуклость).

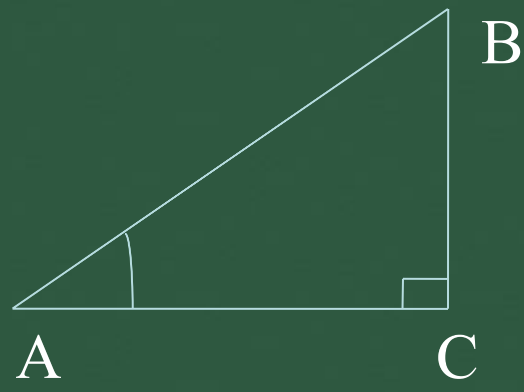


Современный *синус α* , например, изучался как полухорда, на которую опирается центральный угол величиной α , или как хорда удвоенной дуги.

Косинус – это сокращение латинского выражения completely sinus , т. е. “дополнительный синус” (или “синус дополнительной дуги”; $\cos \alpha = \sin(90° - \alpha)$).

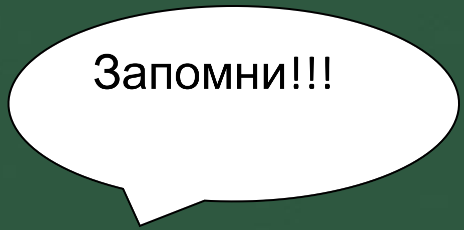
Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс (а также котангенс) введен в X веке арабским математиком Абу-ль-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов.

определение

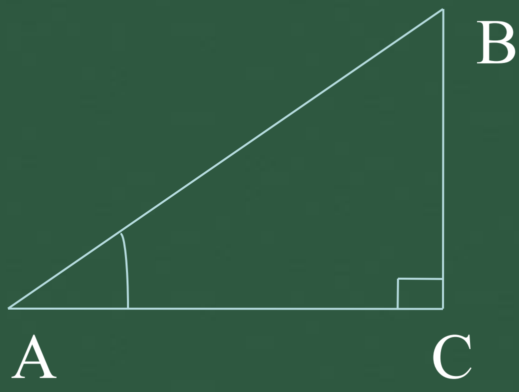


Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется <u>отношение противолежащего катета к гипотенузе.</u>

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$



определение

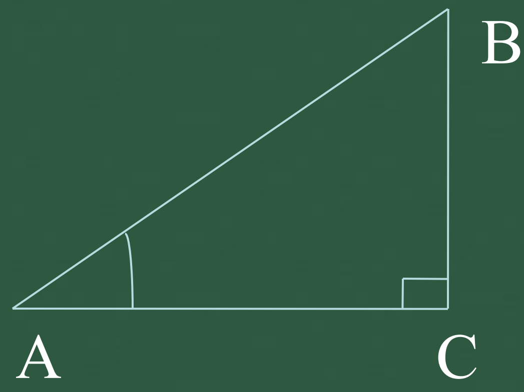


Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

Запомни!!!

определение



Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется <u>*отношение противолежащего катета к прилежащему катету.*</u>

$$tgA = \frac{BC}{AC}$$ *или* $$tgA = \frac{\sin A}{\cos A}$$

Запомни!!!

Итак,

Синее небо,

Косматые облака,

Тогда ожидаем

Бурю издалека.

$$tgA = \frac{\sin A}{\cos A}$$

запомни

План презентации.

- Определения синуса, косинуса и тангенса острого угла .
- Основное тригонометрическое тождество.
- Значения синуса, косинуса, тангенса для углов 30^0, 45^0, 60^0.

Основное тригонометрическое тождество.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

Запоминаем:

Косинус квадрат
Очень рад.
К нему едет брат –
Синус квадрат.
Когда встретятся они,
Окружность удивится:
Выйдет целая семья,
То есть единица.

Из формул

$$\sin A = \frac{BC}{AB}\ ; \qquad \cos A = \frac{AC}{AB}$$

получаем:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2}$$

По теореме Пифагора $BC^2 + AC^2 = AB^2$, поэтому

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

Запомни!!!

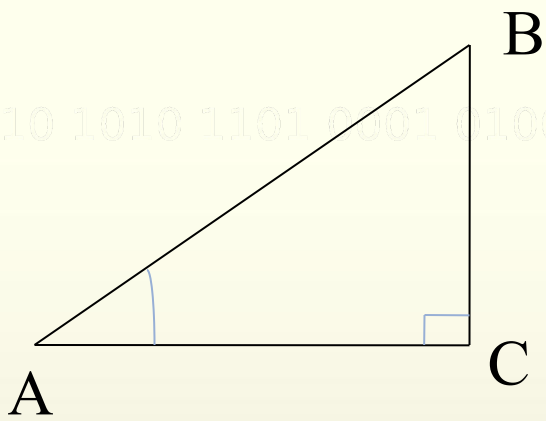
План презентации.

- Определения синуса, косинуса и тангенса острого угла .
- Основное тригонометрическое тождество.
- Значения синуса, косинуса, тангенса для углов 30^0, 45^0, 60^0.

Значения синуса, косинуса, тангенса.

α	30^0	45^0	60^0
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tq\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Решим задачу.



Дано: ΔABC, $\angle C=90^0$,
$\angle A=30^0$, $\angle B=60^0$.
Найти: $\sin 30^0$, $\cos 30^0$, $\mathrm{tg}\, 30^0$,
$\sin 60^0$, $\cos 60^0$, $\mathrm{tg}\, 60^0$,
$\sin 45^0$, $\cos 45^0$, $\mathrm{tg}\, 45^0$.

Решение.

Т.к. катет, лежащий против угла в 30^0, равен половине гипотенузы, то

$\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$. Но $\frac{BC}{AB}=\sin A=\sin 30^0$. С другой стороны $\frac{BC}{AB}=\cos B=\cos 60^0$.

Итак, $\sin 30^0=\cos 60^0=\frac{1}{2}.$

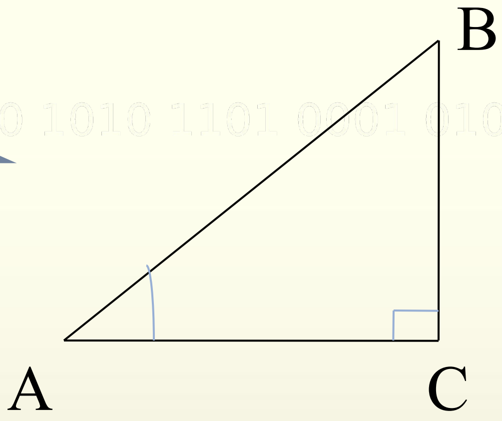
Из основного тригонометрического тождества получаем:

$$\cos 30^0=\sqrt{1-\sin^2 30^0}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 60^0=\sqrt{1-\cos^2 60^0}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

По формуле $tgA = \dfrac{\sin A}{\cos A}$ находим:

$$tg30^0 = \frac{\sin 30^0}{\cos 30^0} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \qquad tg60^0 = \frac{\sin 60^0}{\cos 60^0} = \sqrt{3}.$$

Решим задачу.



Дано: ΔABC, $\angle C=90^0$,

$\angle A=45^0$, $\angle B=45^0$.

Найти: $\sin 45^0$, $\cos 45^0$, $tg\ 45^0$.

Решение.

ΔABC равнобедренный $AC=BC$. По теореме Пифагора

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2\,AC^2 = 2BC^2$, откуда $AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$

Следовательно,

$$\sin 45^0 = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^0 = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},\qquad tg 45^0 = tgA = \frac{BC}{AC} = 1.$$

Итак,

α	30^0	45^0	60^0
sinα	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosα	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tqα	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Узелок на память!!!

Это и будет значения синуса для углов в 0^0, 30^0,

Хотите быстрее запомнить значение тригонометрических функций для некоторых углов?

Тогда *запишите числа*

0, 1, 2,3,4

и по очереди извлекайте из них корни и делите на два.

$\sqrt{0} = 0,\qquad \frac{0}{2} = 0\qquad \sin 0^0$

$\sqrt{1} = 1,\qquad \frac{1}{2}\qquad \sin 30^0$

Узелок на память!!!

Это и будет значения синуса для углов в $45^0, 60^0, 90^0$.

Тогда *запишите числа*

0, 1, 2,3,4

и по очереди извлекайте из них корни и делите на два

$\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \sin 45^0$

$\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \sin 60^0$

$\sqrt{4} = 2, \quad \frac{2}{2} = 1$ $\quad \sin 90^0$

Узелок на память!!!

Это и будет значения косинуса для углов в 0^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0.

Затем запишите эти числа в обратном порядке – получите значения для косинусов.

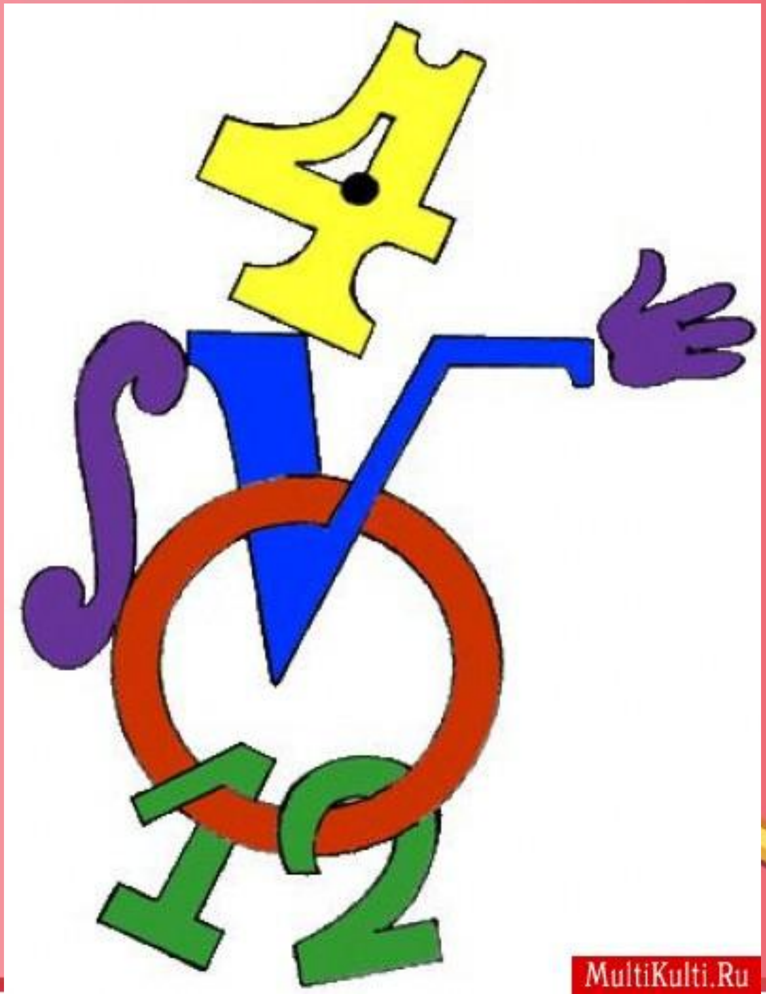
$\sqrt{4} = 2,\quad \frac{2}{2} = 1$ — $\cos 0^0$

$\sqrt{3},\quad \frac{\sqrt{3}}{2}$ — $\cos 30^0$

$\sqrt{2},\quad \frac{\sqrt{2}}{2}$ — $\cos 45^0$

$\sqrt{1} = 1,\quad \frac{1}{2}$ — $\cos 60^0$

$\sqrt{0} = 0,\quad \frac{0}{2} = 0$ — $\cos 90^0$



Желаю успехов
в изучении
тригонометрии!!!