

по теме



«Тригонометри Я»

МОУ Челно-Вершинская СОШ (ОЦ) Самарской
области

Составила: Телегова Т.П. – учитель математики



Темы игры

- История тригонометрии как науки
- Прямоугольный треугольник
- Углы и их измерение
- Вычисления
- Расскажи мне, расскажи
- Формулы
- Исследование тригонометрических функций
- Проще простого
- Термины
- Решаем уравнения и неравенства
- Числовая окружность
- Преданья старины глубокой

1 тур

2 тур

Темы	Стоимость вопроса				
История тригонометрии	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>
Прямоугольный треугольник	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>
Углы и их измерение	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>
Вычисления	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>

История тригонометрии-20

Именно к этому периоду истории относится зарождение тригонометрии



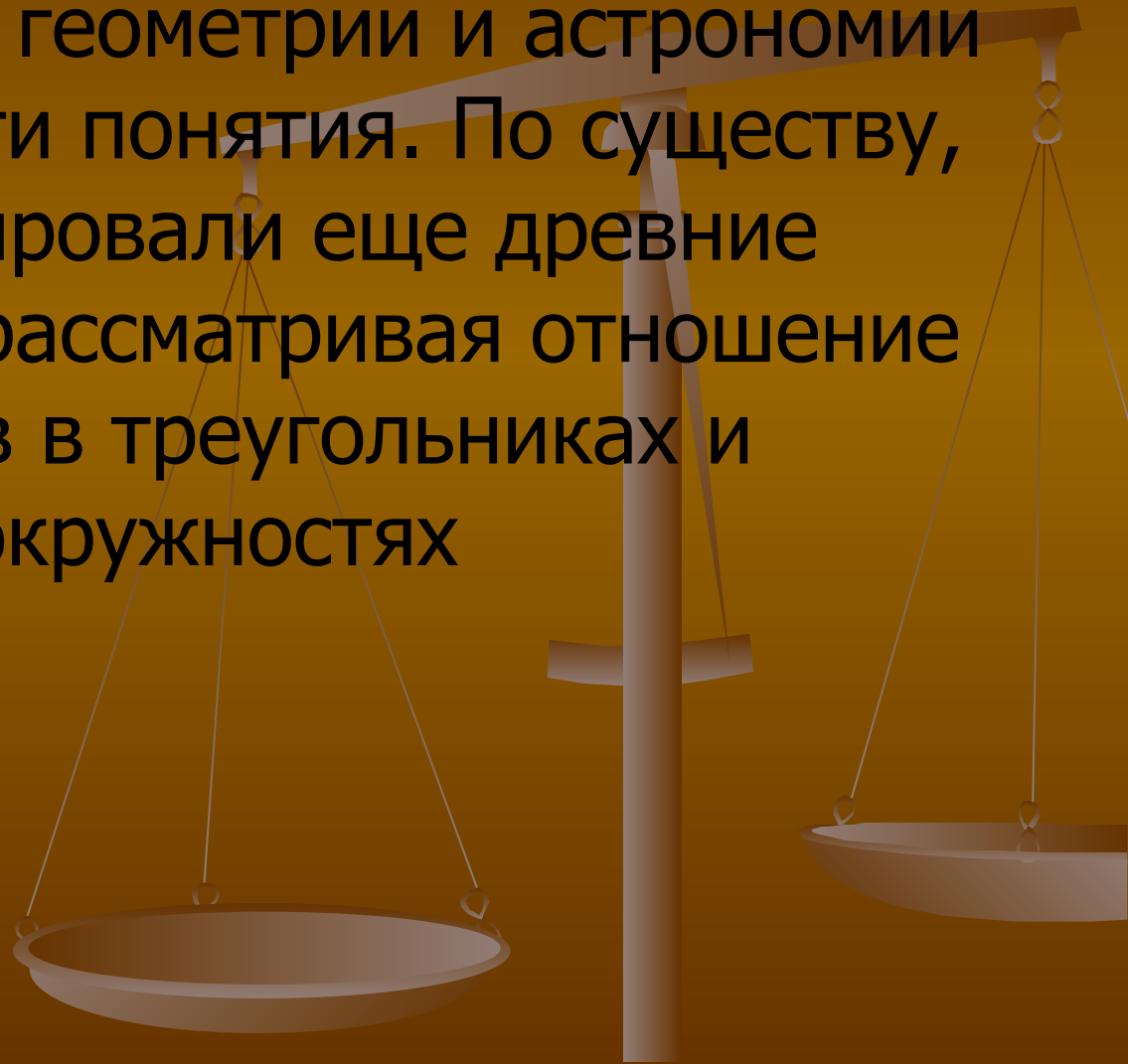
Ответ

Зарождение тригонометрии
относится к глубокой древности



История тригонометрии-40

Постепенно в геометрии и астрономии установили эти понятия. По существу, ими оперировали еще древние математики, рассматривая отношение отрезков в треугольниках и окружностях



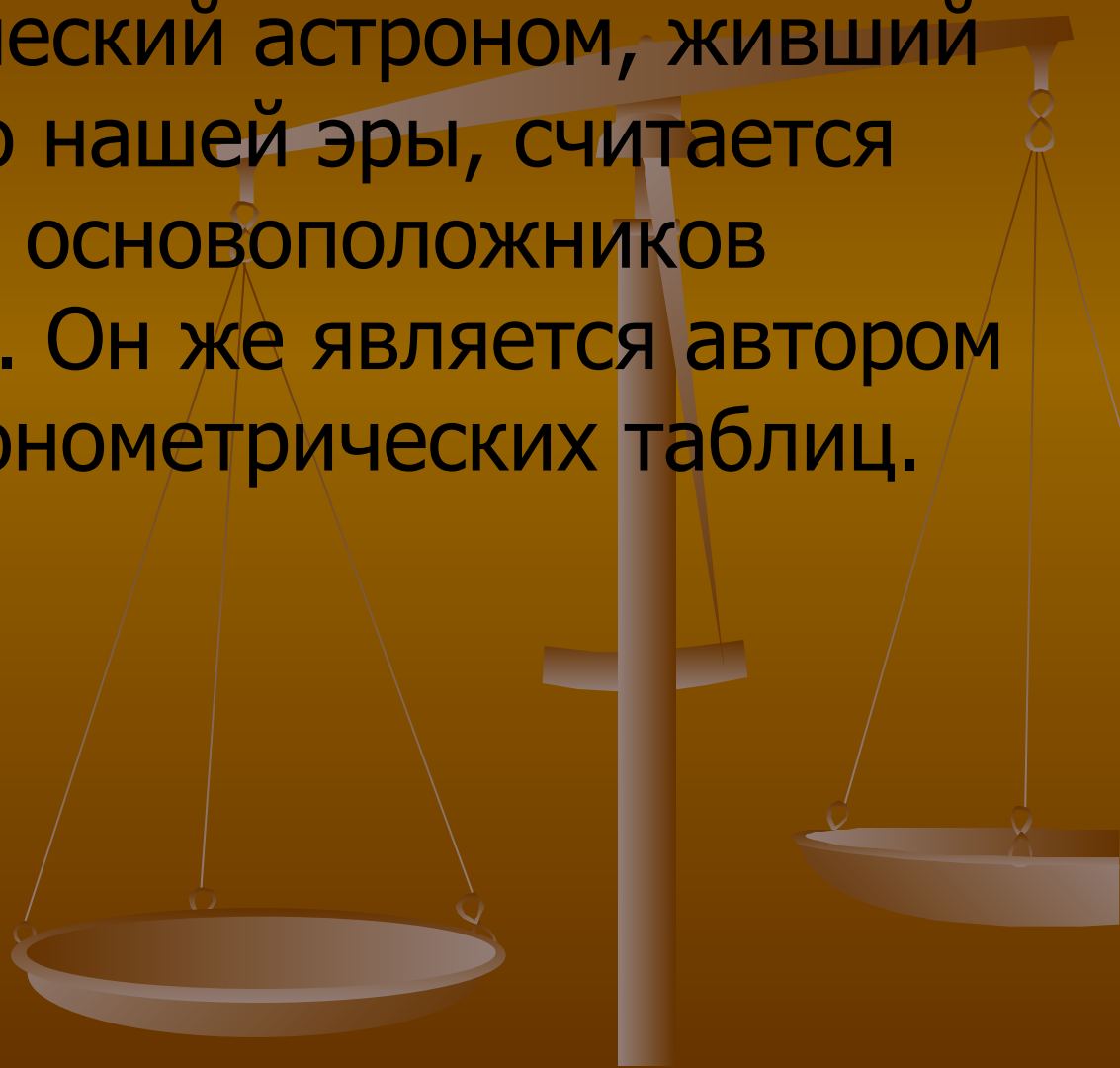
Ответ

Понятия синуса, косинуса и тангенса угла



История тригонометрии-60

Этот древнегреческий астроном, живший во II веке до нашей эры, считается одним из основоположников тригонометрии. Он же является автором первых тригонометрических таблиц.



Ответ

Гиппарх



История тригонометрии-80

Важный вклад в развитие тригонометрии были внесены математиками этой страны в период V-XII в.в. н.э. Им были известны соотношения, которые в современных обозначениях пишутся так:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 = 1$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

Ответ

Индия



История тригонометрии-100

В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 году при участии именно этого ученого.



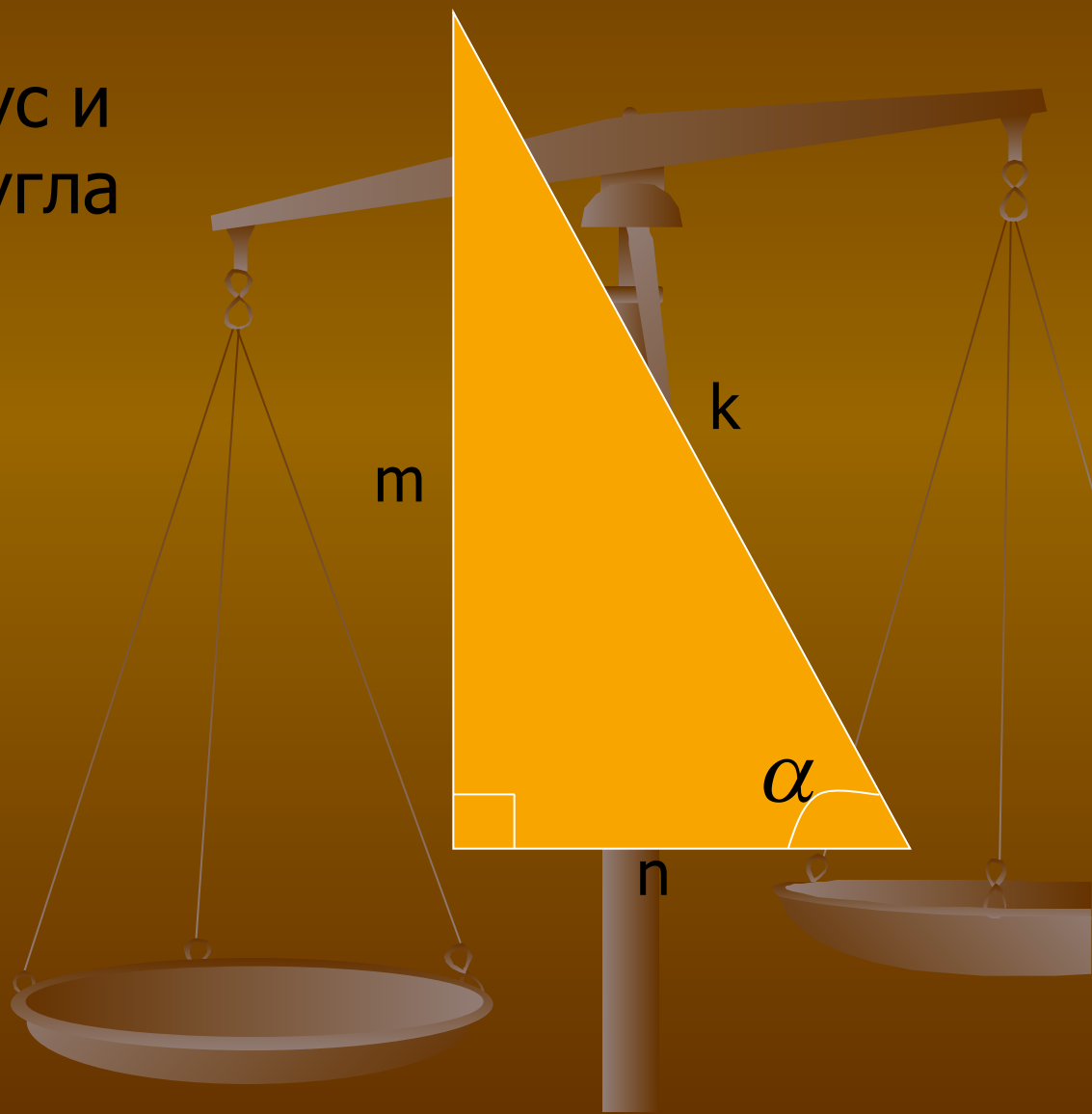
Ответ

Л.Ф.Магницкого



Прямоугольный треугольник - 20

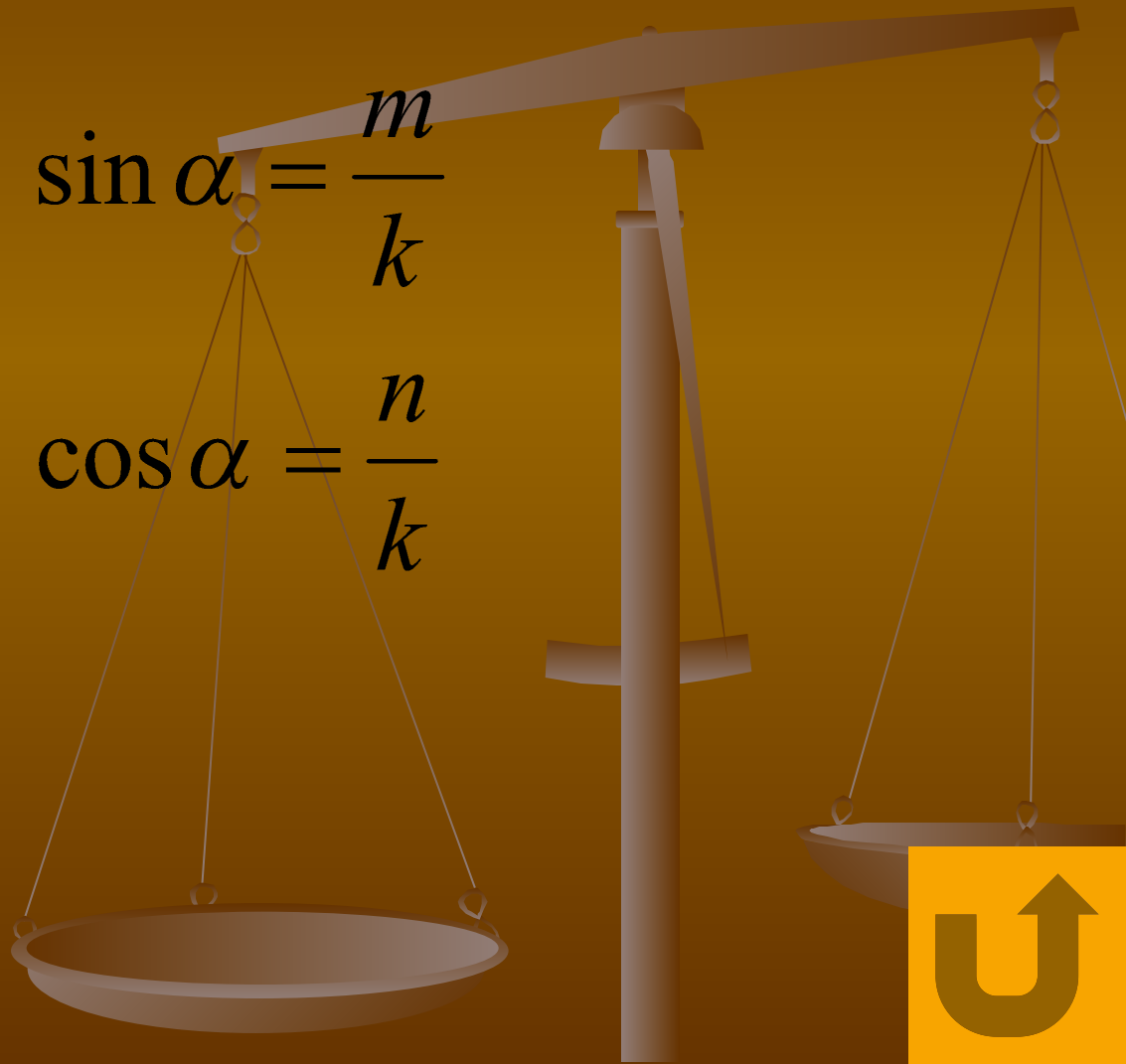
Определите синус и косинус острого угла прямоугольного треугольника



ОТВЕТ

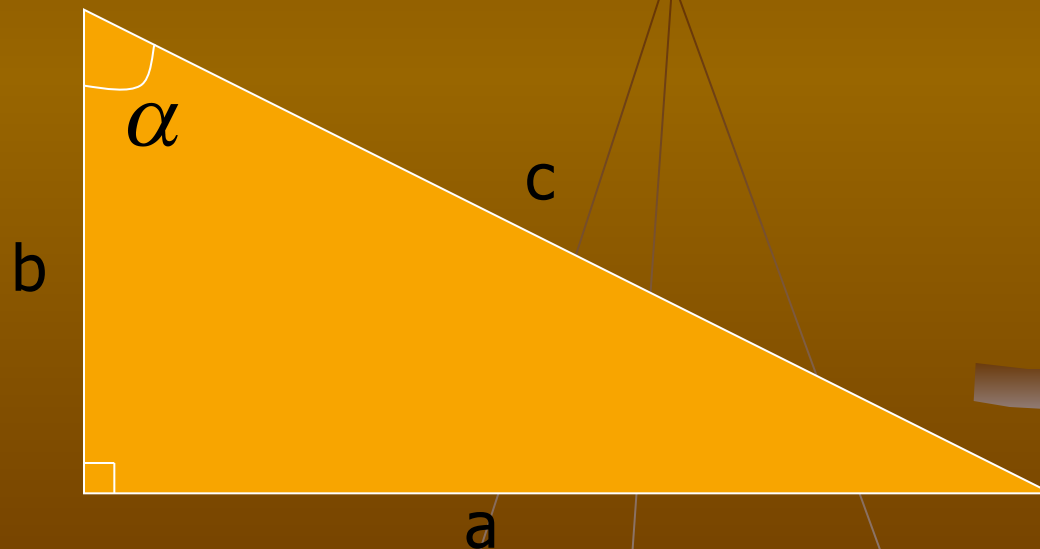
$$\sin \alpha = \frac{m}{k}$$

$$\cos \alpha = \frac{n}{k}$$



Прямоугольный треугольник - 40

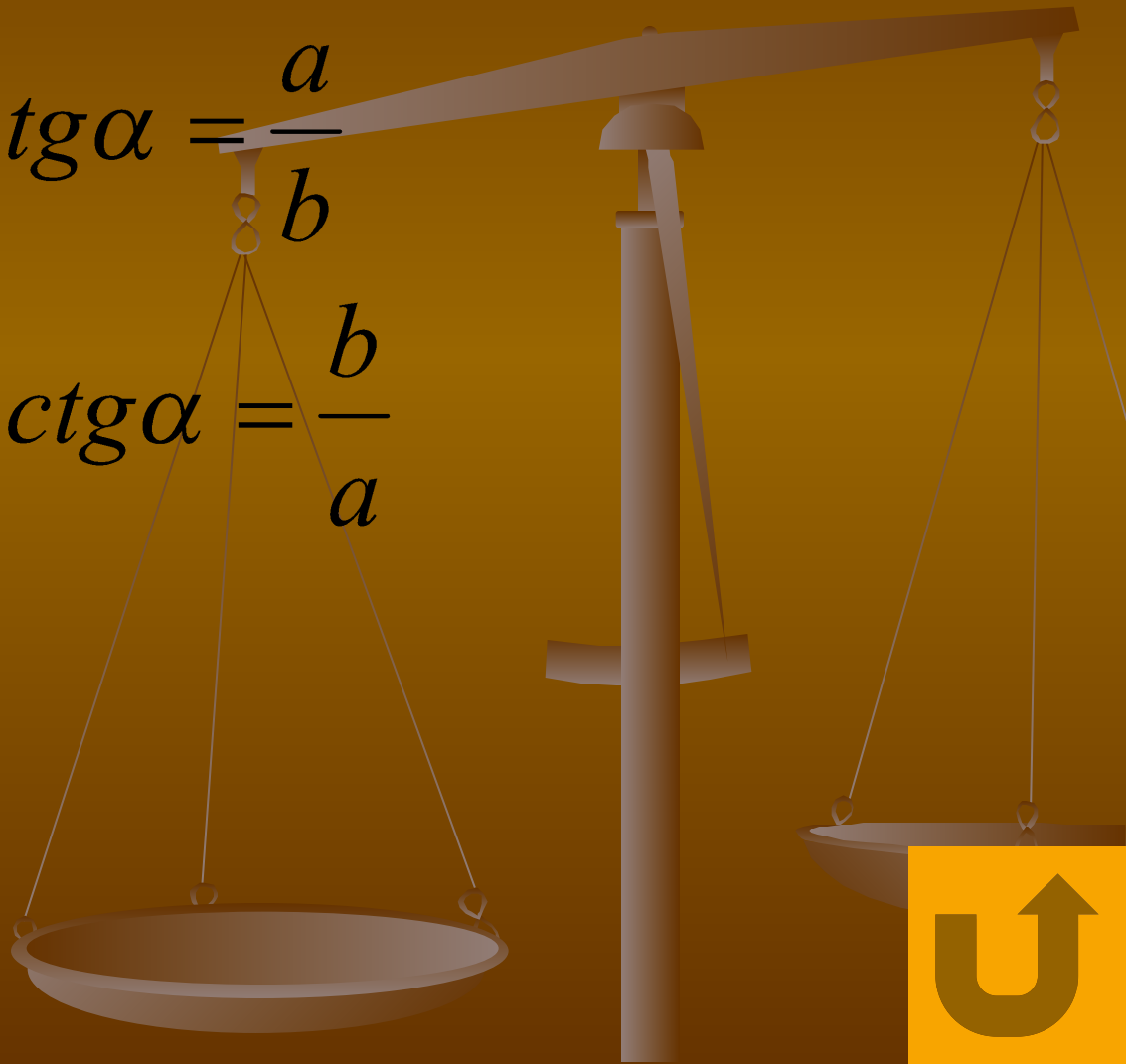
Определите тангенс и котангенс острого угла α прямоугольного треугольника



ОТВЕТ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



Прямоугольный треугольник - 60

Может ли синус угла быть равным $\frac{3}{4}$ см?



Ответ

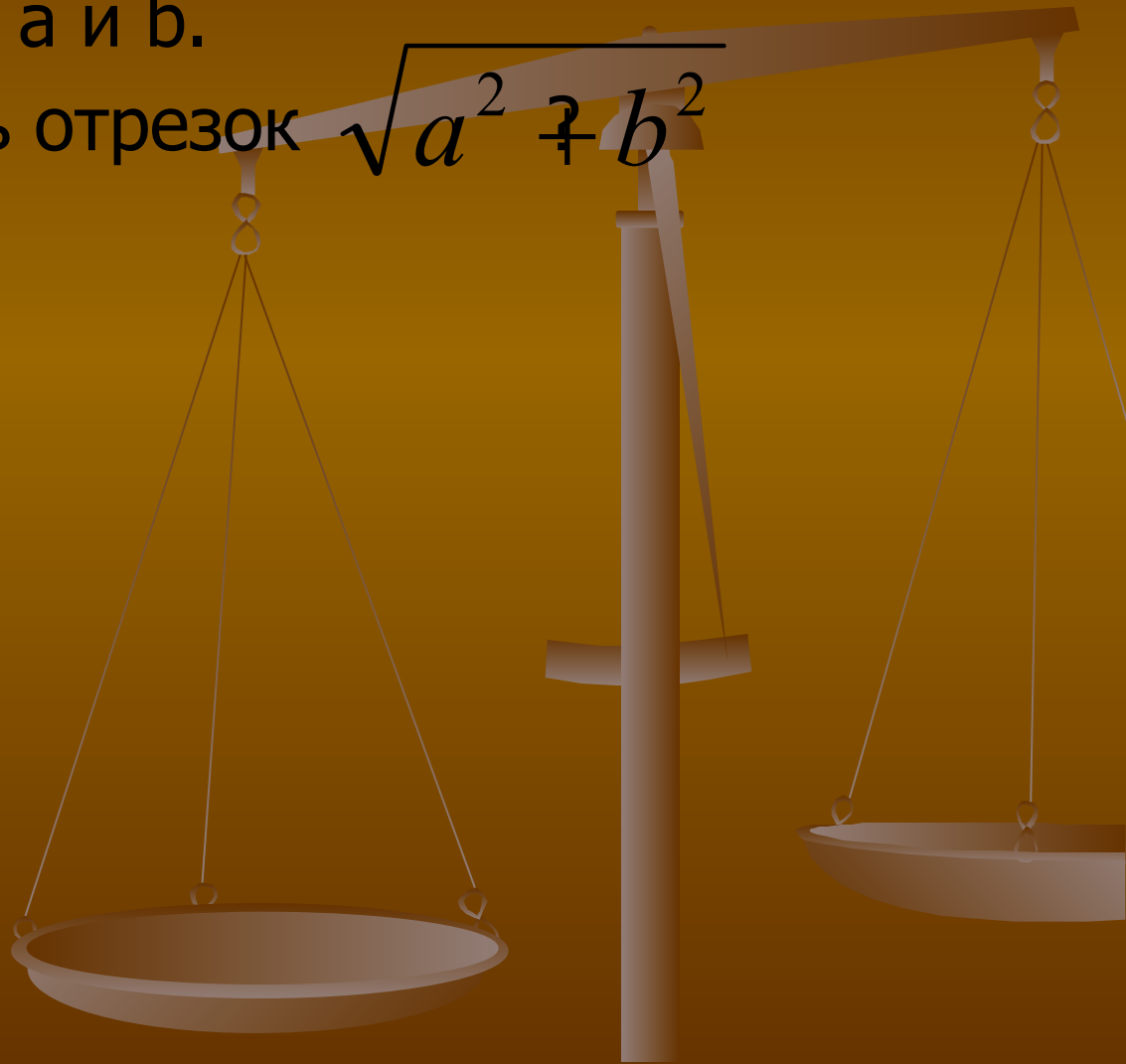
Нет, так как синус – есть отношение – число отвлеченное, а не именованное.



Прямоугольный треугольник - 80

Даны отрезки a и b .

Как построить отрезок $\sqrt{a^2 + b^2}$



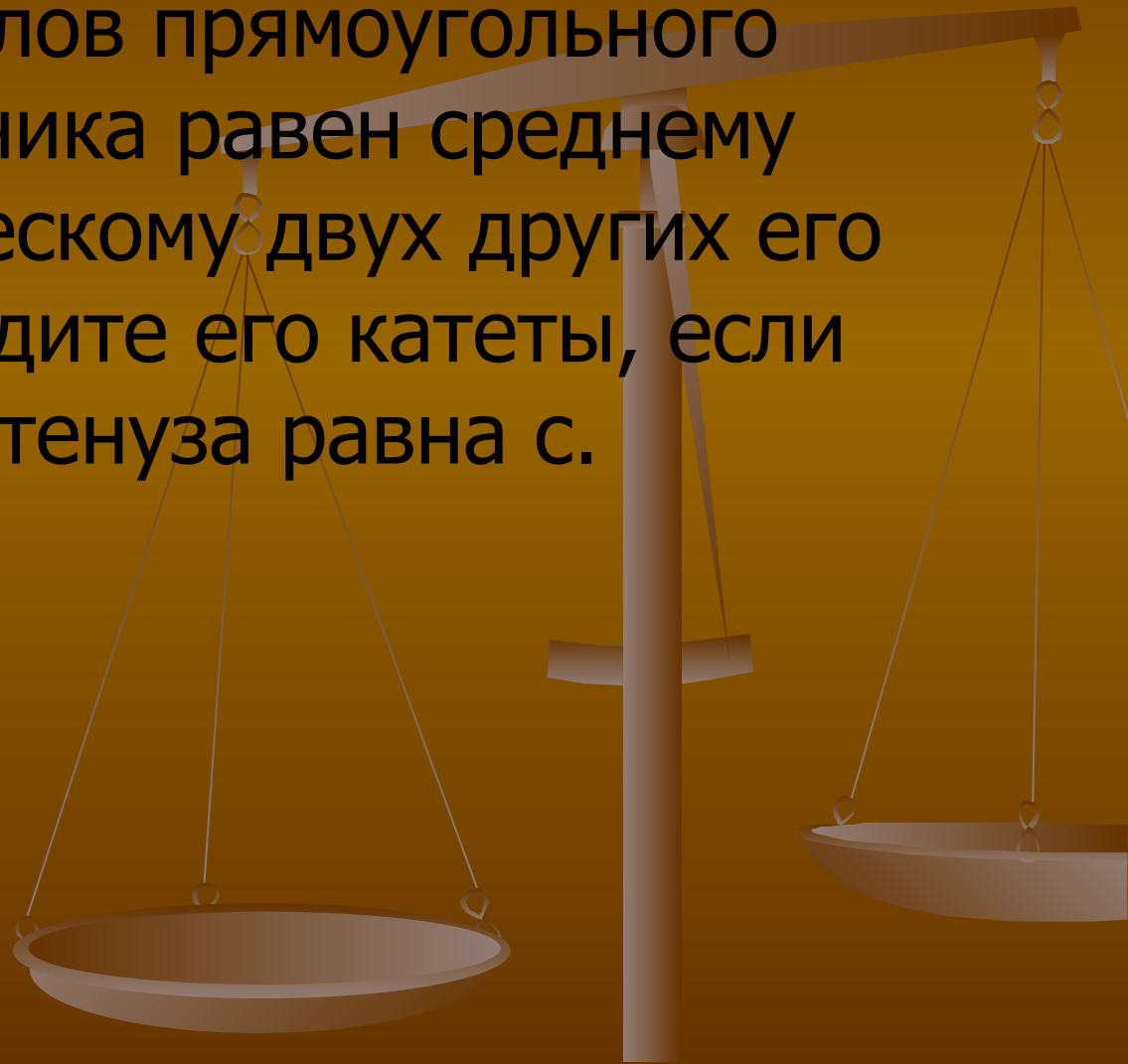
Ответ

Формула $\sqrt{a^2 + b^2}$ выражает гипотенузу прямоугольного треугольника, у которого катеты a и b .



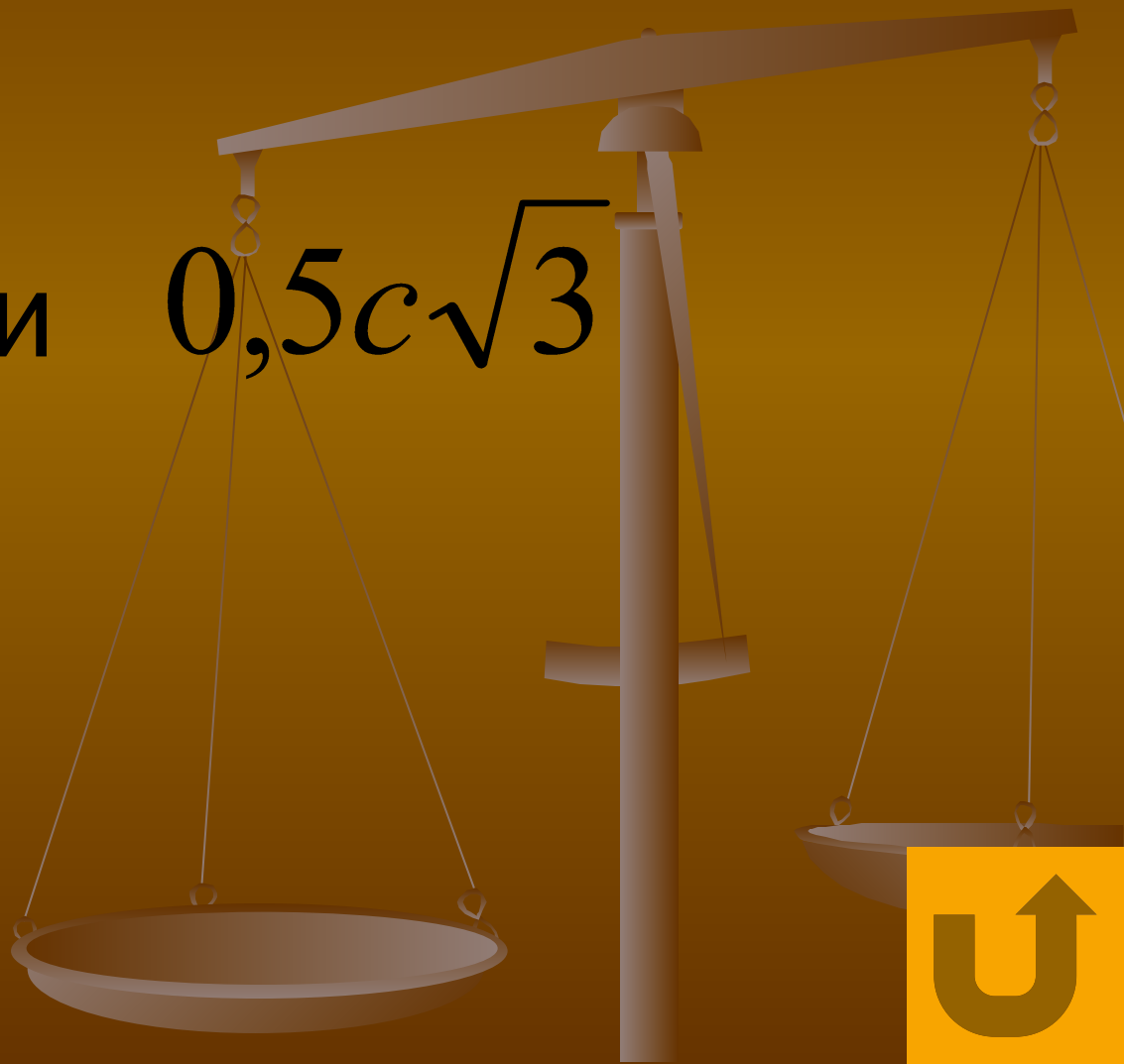
Прямоугольный треугольник - 100

Один из углов прямоугольного треугольника равен среднему арифметическому двух других его углов. Найдите его катеты, если гипотенуза равна c .



Ответ

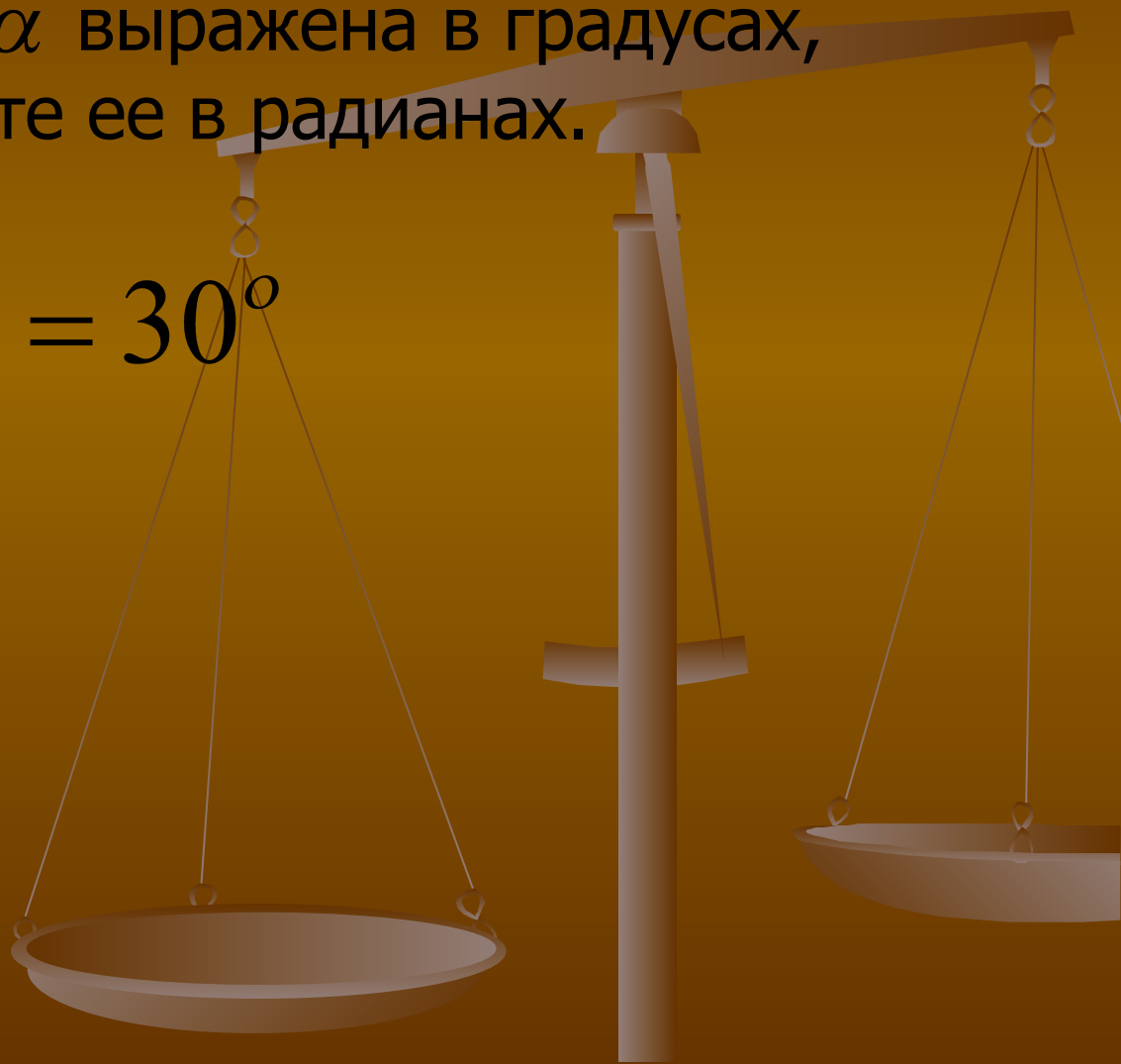
$0,5c$ и $0,5c\sqrt{3}$



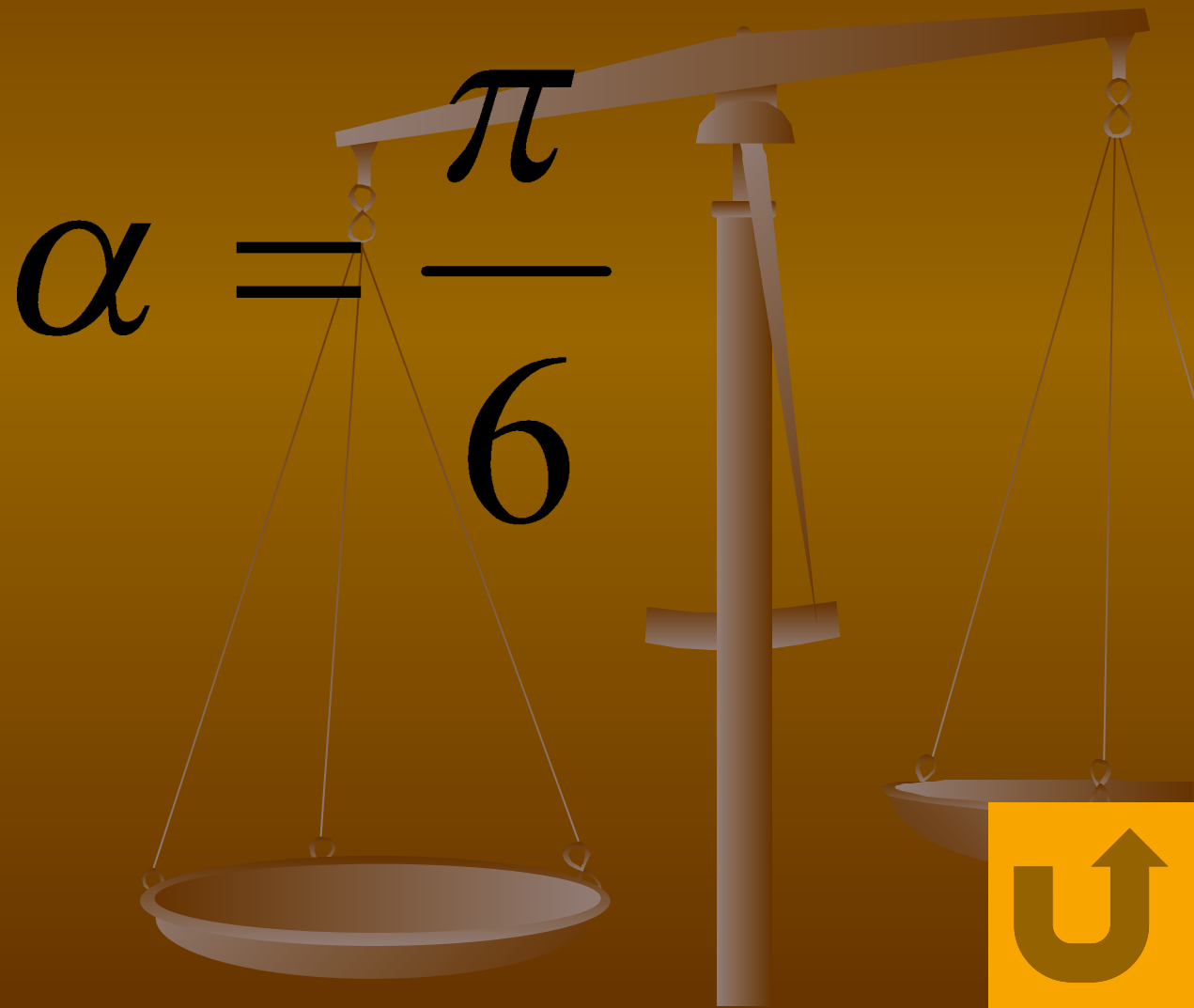
Углы и их измерение - 20

Величина угла α выражена в градусах,
выразите ее в радианах.

$$\alpha = 30^\circ$$



Ответ



Углы и их измерение - 40

Именно в этой четверти лежит
этот угол - 830°



Ответ

III четверть



Углы и их измерение - 60

Выразим величину угла α в радианах,
если

$$\alpha = 150^\circ$$



Ответ

Так как развернутый угол содержит 180°
или π радиан, то $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ радиан.

Поэтому $150^\circ = 150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$ радиан.



Углы и их измерение - 80

Выразим величину угла α в градусах,

если $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ радиан.



Ответ

Так как развернутый угол содержит π радиан,

или 180° , то $1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi}$

Поэтому

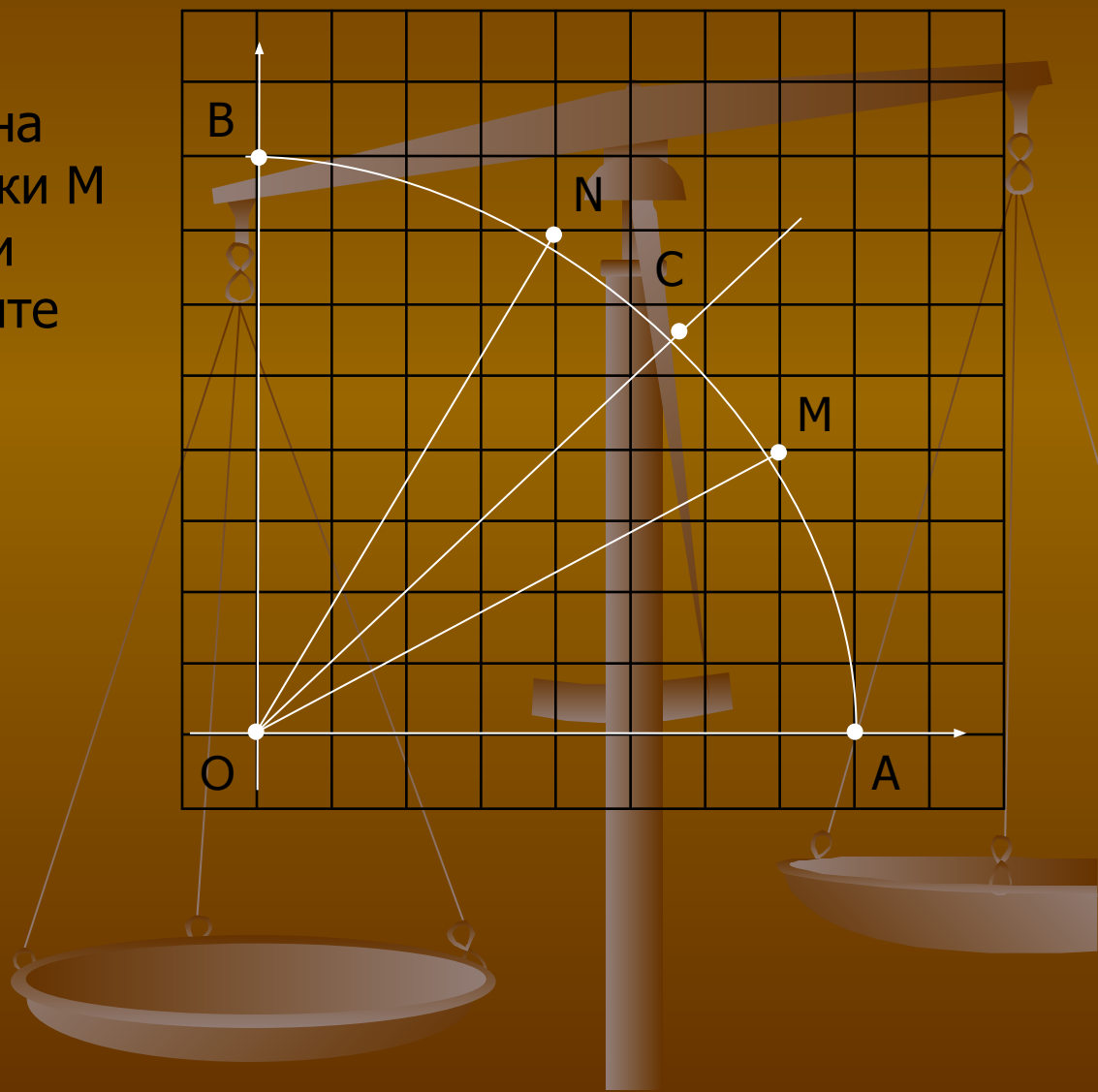
$$\frac{4\pi}{3} \text{ радиан} = \frac{4\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 240^\circ$$



Углы и их измерение - 100

Точка C делит дугу AB единичной окружности на две равные части, а точки M и N делят дугу AB на три равные части. Определите величину угла:

1. $\angle AOC$ в градусах
2. $\angle AON$ в радианах



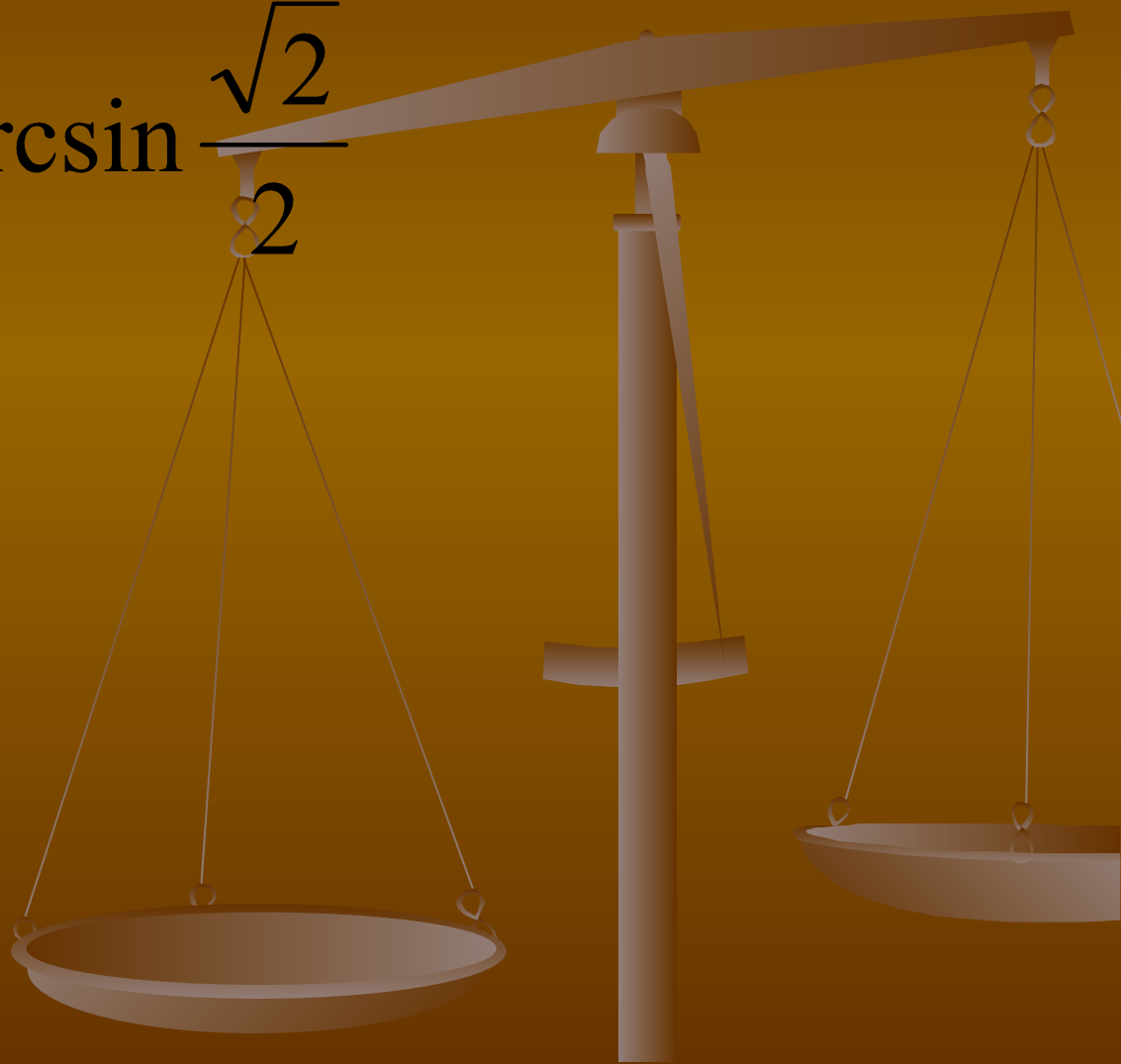
ОТВЕТ

1. 45°
2. $\frac{\pi}{3}$.

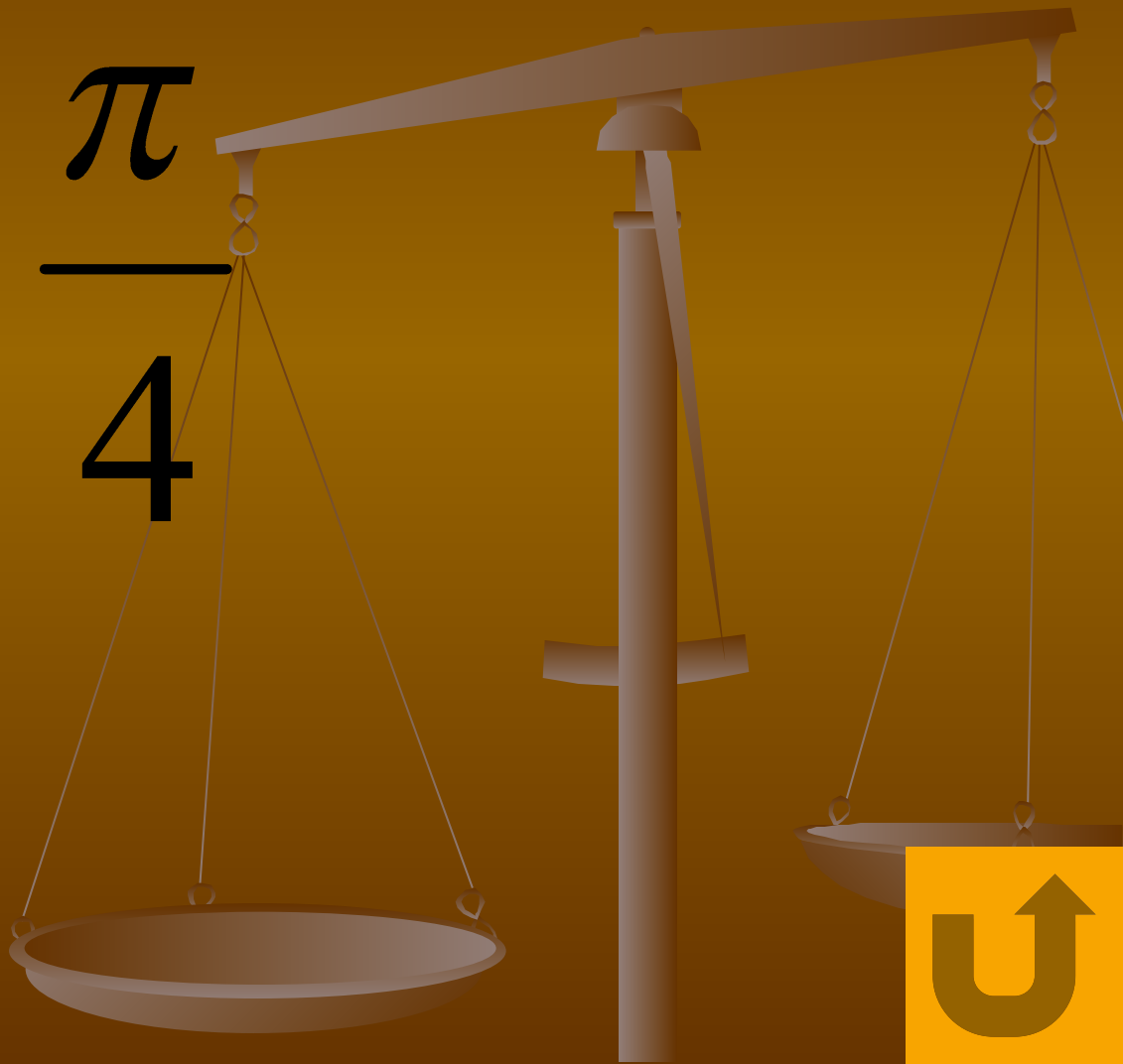


Вычисления - 20

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Ответ



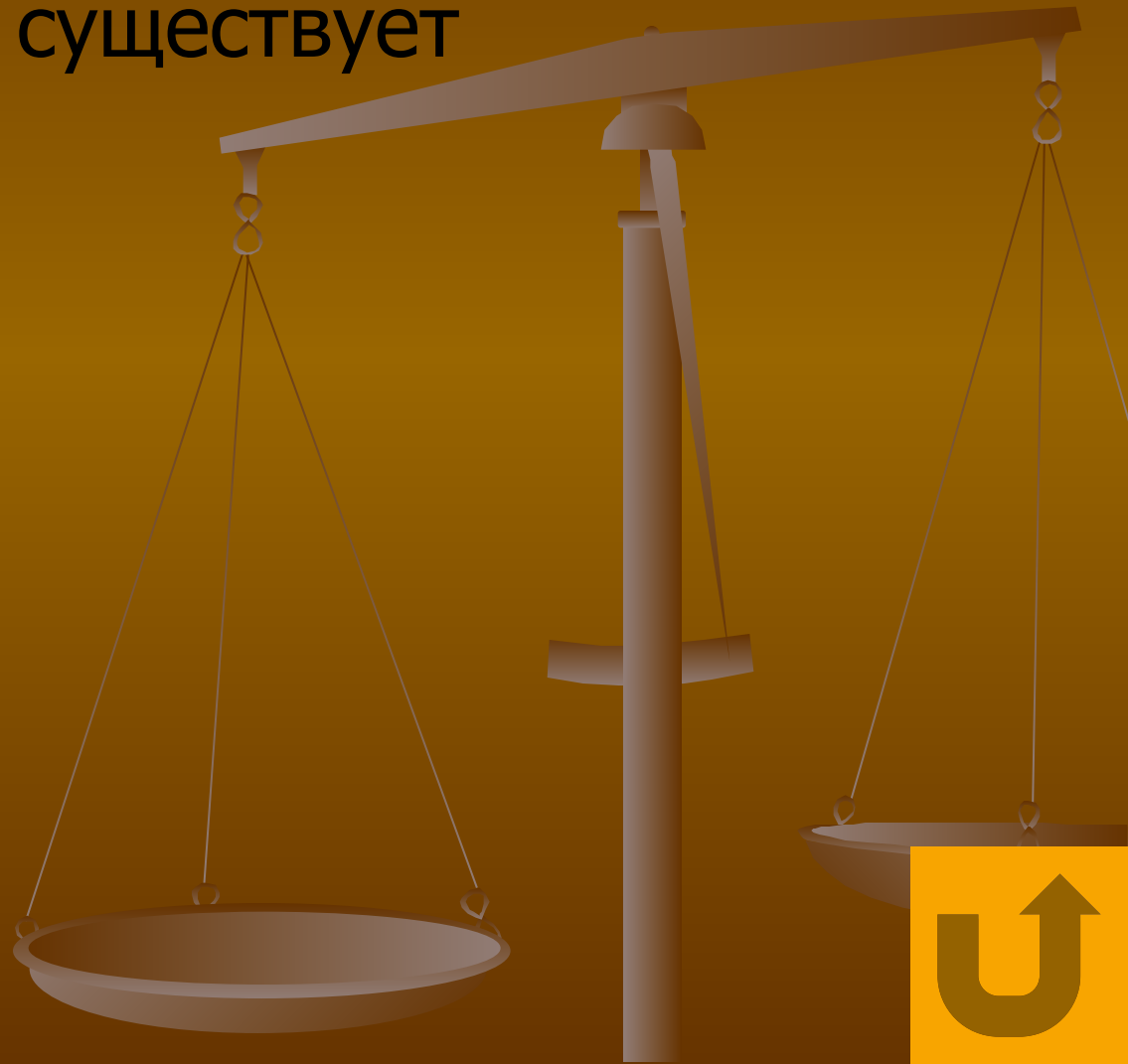
Вычисления - 40

$\arccos 3$



Ответ

Не существует

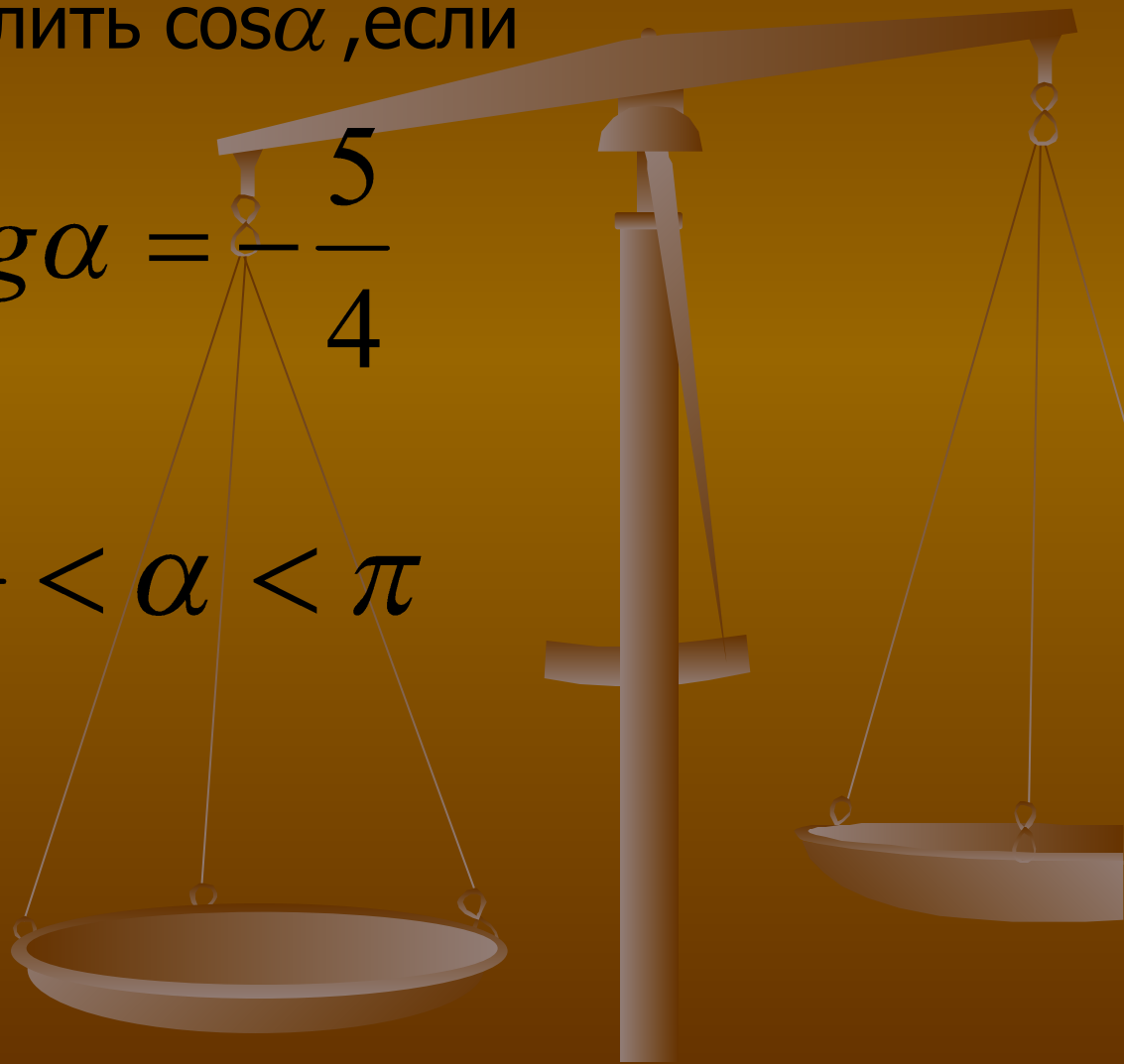


Вычисления - 60

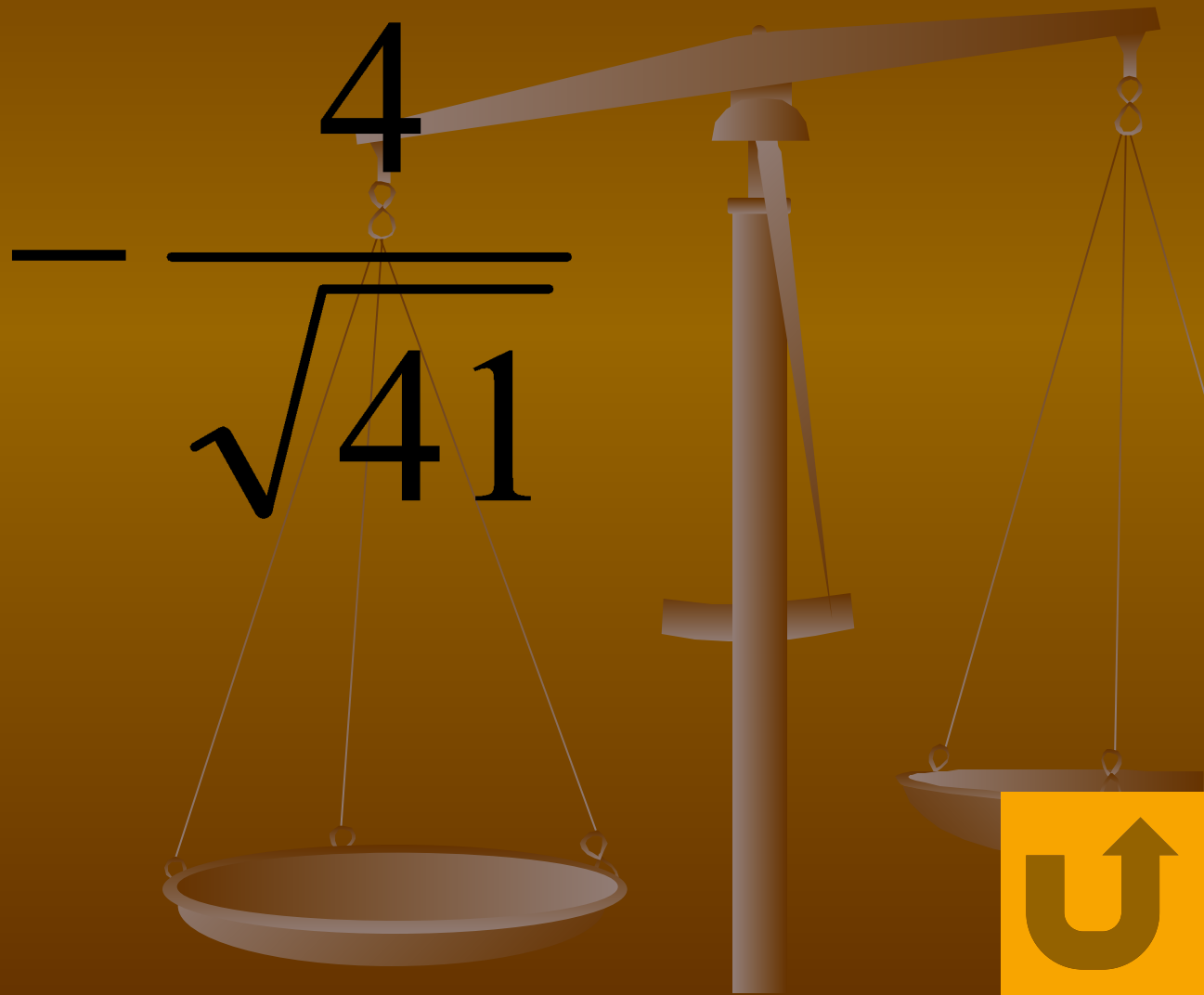
Вычислить $\cos \alpha$, если

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$



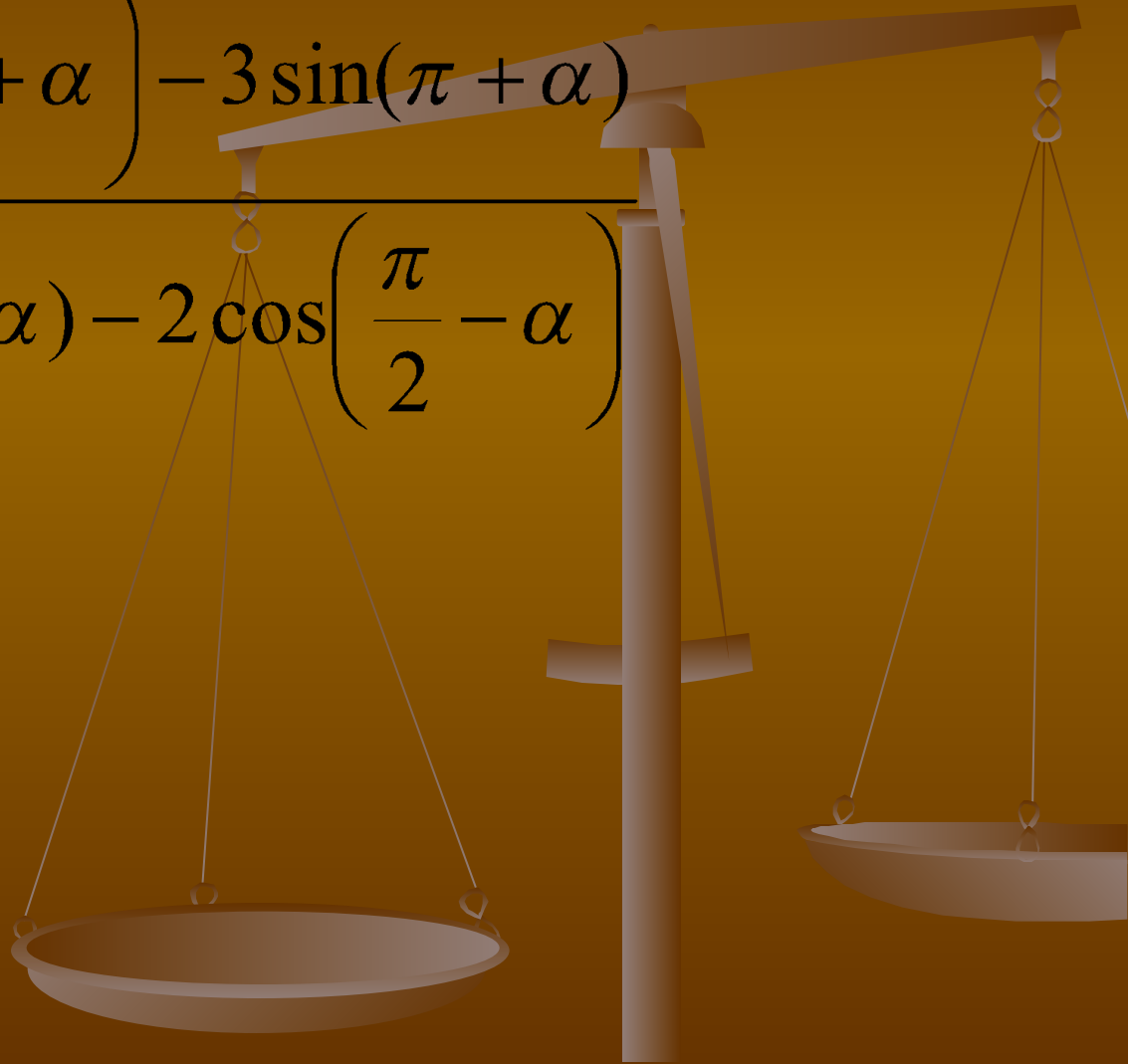
ОТВЕТ



Вычисления - 80

$$c = \frac{2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 3 \sin(\pi + \alpha)}{3 \cos(\pi - \alpha) - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$$

если $\operatorname{tg} \alpha = 4$



ОТВЕТ

$$c = \frac{-2 \cos \alpha + 3 \sin \alpha}{-3 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}$$

Так как $\operatorname{tg} \alpha = 4$, то $\cos \alpha \neq 0$. Разделим числитель и знаменатель дроби на $\cos \alpha$:

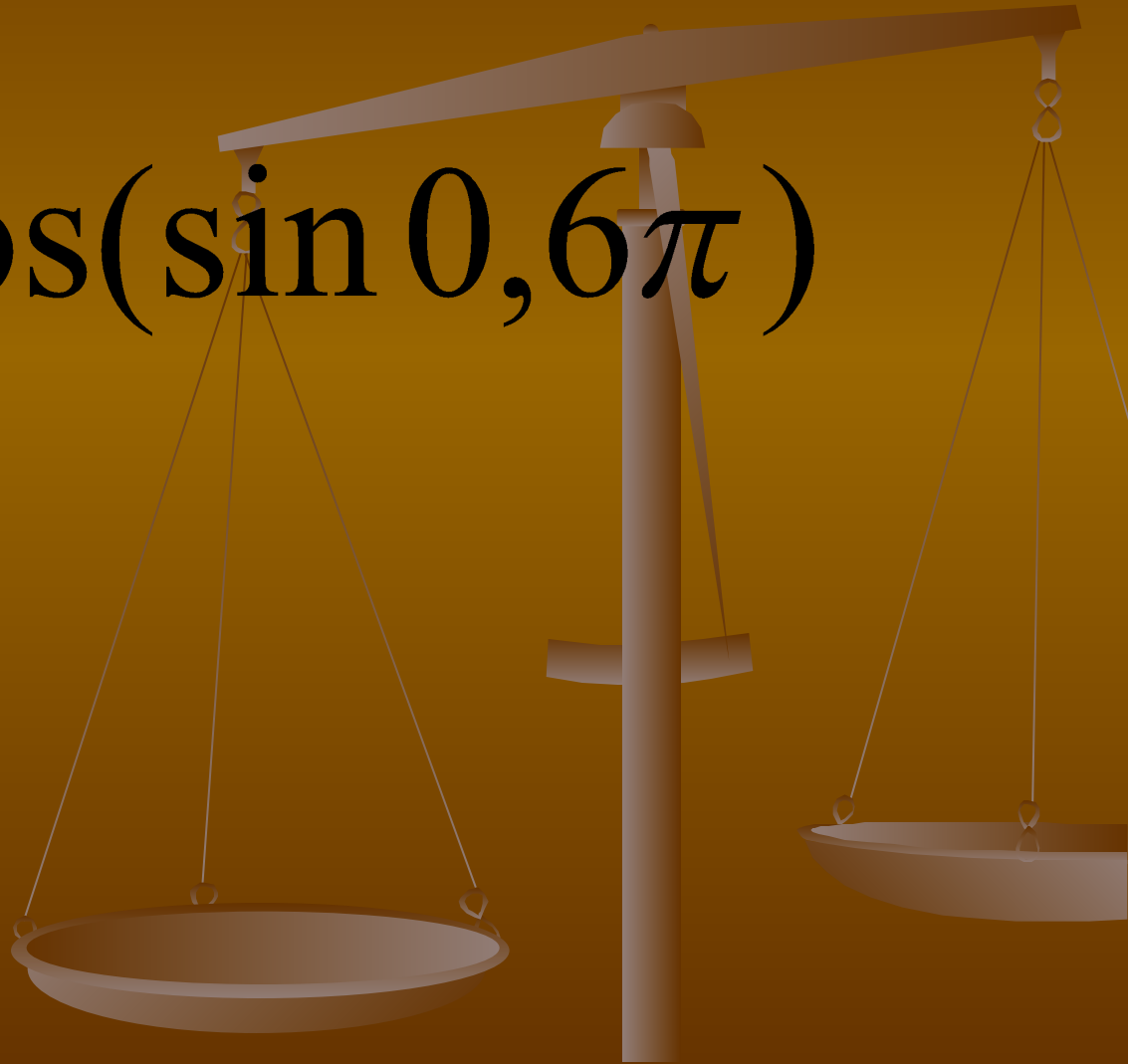
$$\tilde{n} = \frac{-2 + 3 \operatorname{tg} \alpha}{-3 - 2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{-2 + 3 \times 4}{-3 - 2 \times 4} = -\frac{10}{11}$$

Ответ: $-\frac{10}{11}$



Вычисления -100

$$\arccos(\sin 0,6\pi)$$



Ответ

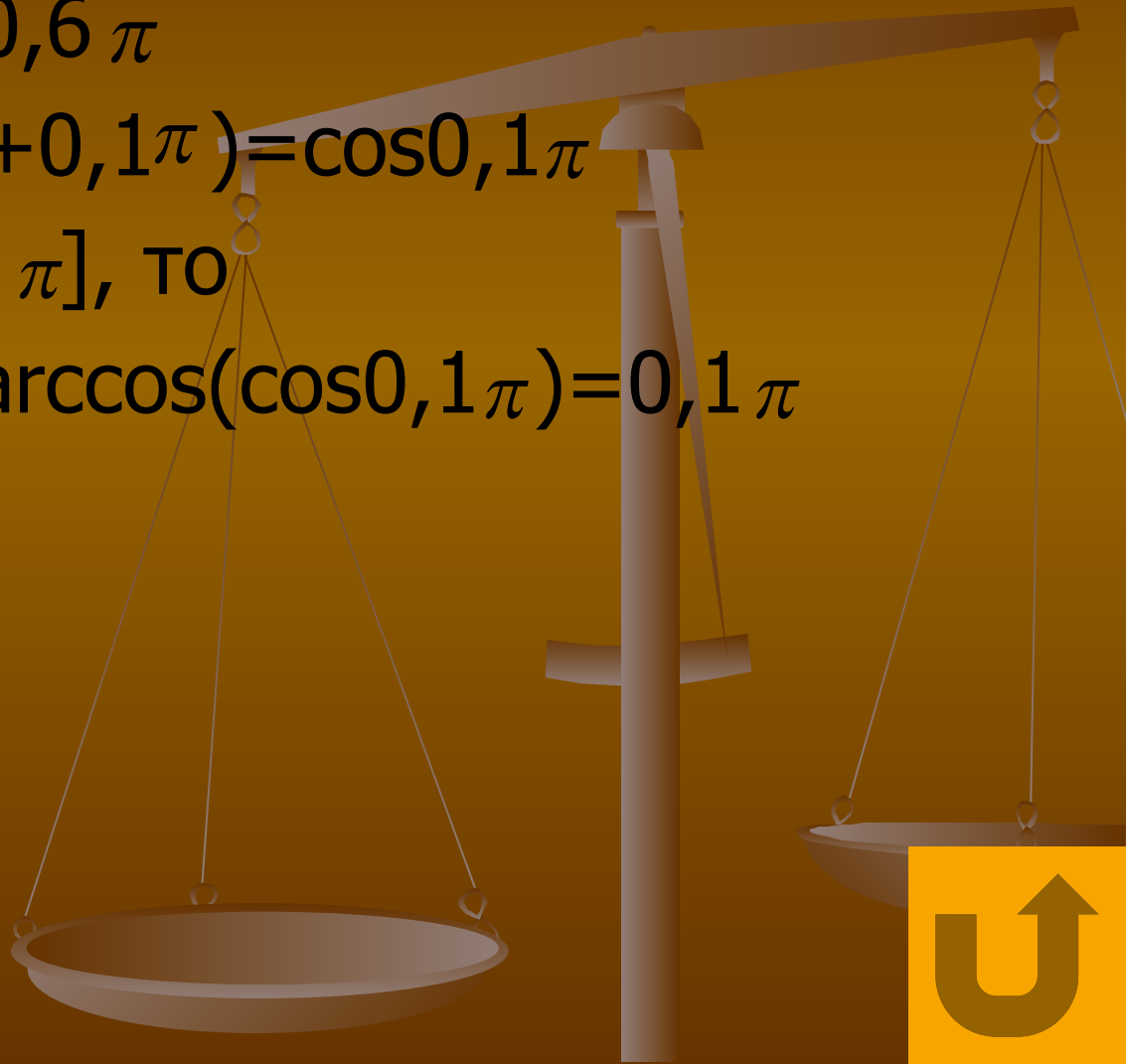
Преобразуем $\sin 0,6 \pi$

$$\sin 0,6 \pi = \sin(0,5 \pi + 0,1 \pi) = \cos 0,1 \pi$$

Так как $0,1 \pi \in [0; \pi]$, то

$$\arccos(\sin 0,6 \pi) = \arccos(\cos 0,1 \pi) = 0,1 \pi$$

Ответ: $0,1 \pi$



2 тур

3 тур

Темы	Стоимость вопроса				
Расскажи, мне расскажи	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>
Исследование тригонометрических функций	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>
Формулы	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>
Проще простого	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>

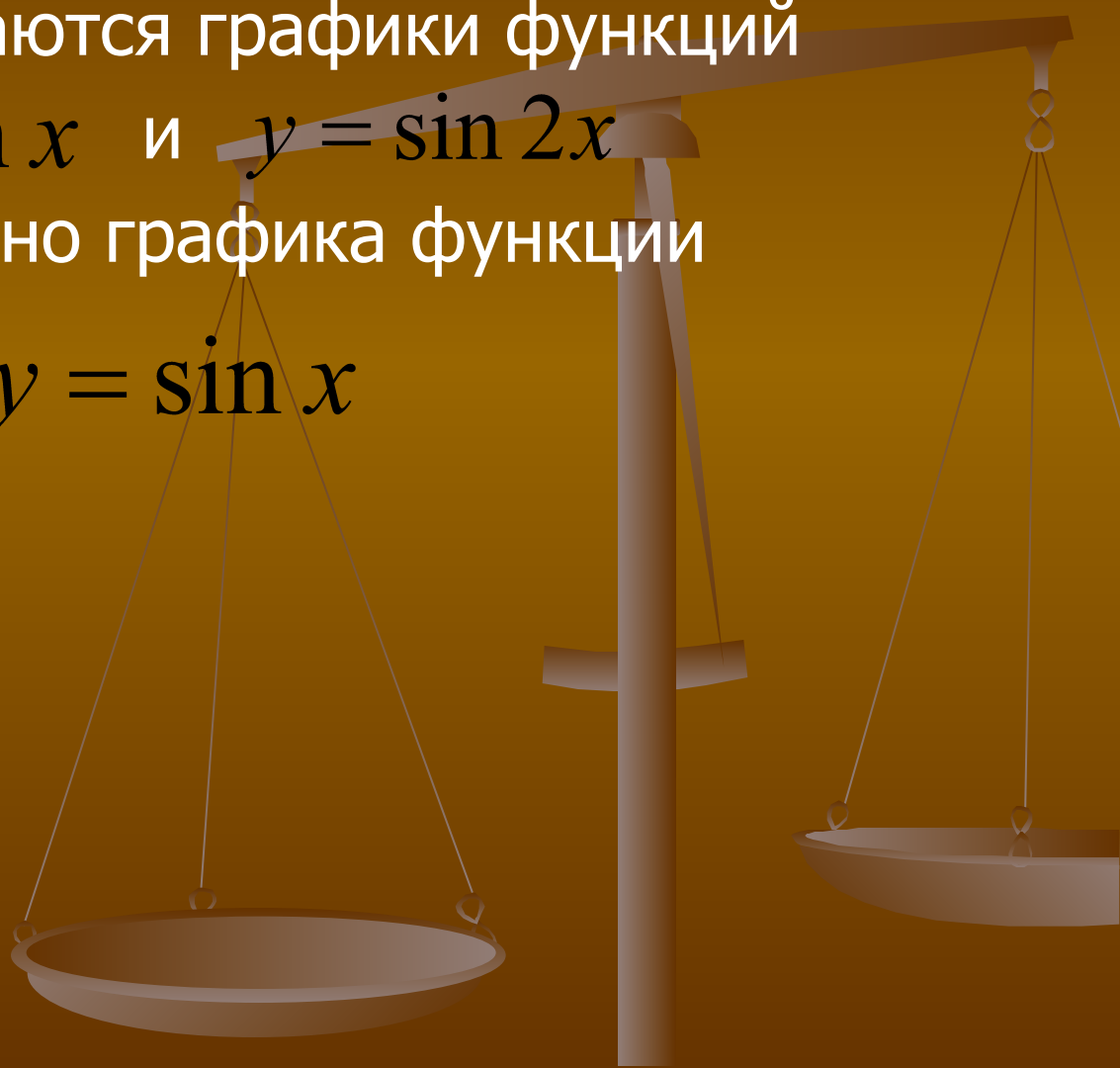
Расскажи мне, расскажи - 50

Как располагаются графики функций

$$y = 2 \sin x \quad \text{и} \quad y = \sin 2x$$

относительно графика функции

$$y = \sin x$$



ОТВЕТ

График функции $y = 2 \sin x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его растягивания в 2 раза вдоль оси Oy.

График функции $y = \sin 2x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его сжатия в 2 раза вдоль оси Ox.



Расскажи мне, Расскажи - 100

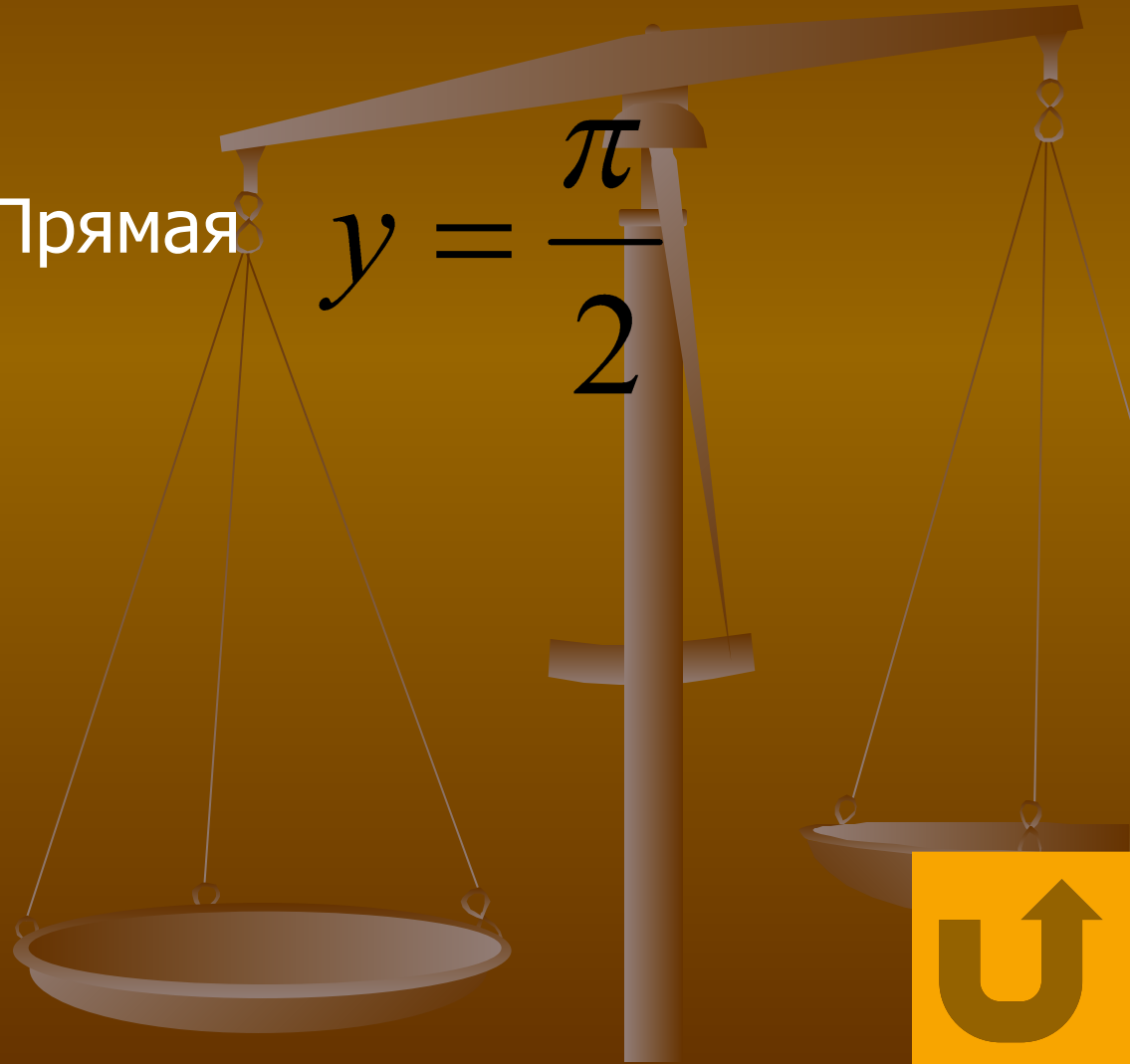
Графиком функции
 $y = \operatorname{arctg}x + \operatorname{arcctg}x$
является



Ответ

Прямая

$$y = \frac{\pi}{2}$$



Расскажи мне, Расскажи - 150

Расскажите как построить график
функции

$$y = \sin(\arcsin x)$$



Ответ

Нужно применить тождество $\sin(\arcsin x) = x$, которое справедливо в естественной области определения.

Графиком функции $y = \sin(\arcsin x)$ является отрезок прямой, заданный уравнением $y = x$, при $x \in [-1; 1]$



Расскажи мне, Расскажи - 200

Графиком функции

$$y = \arcsin x + \arccos x$$

служит

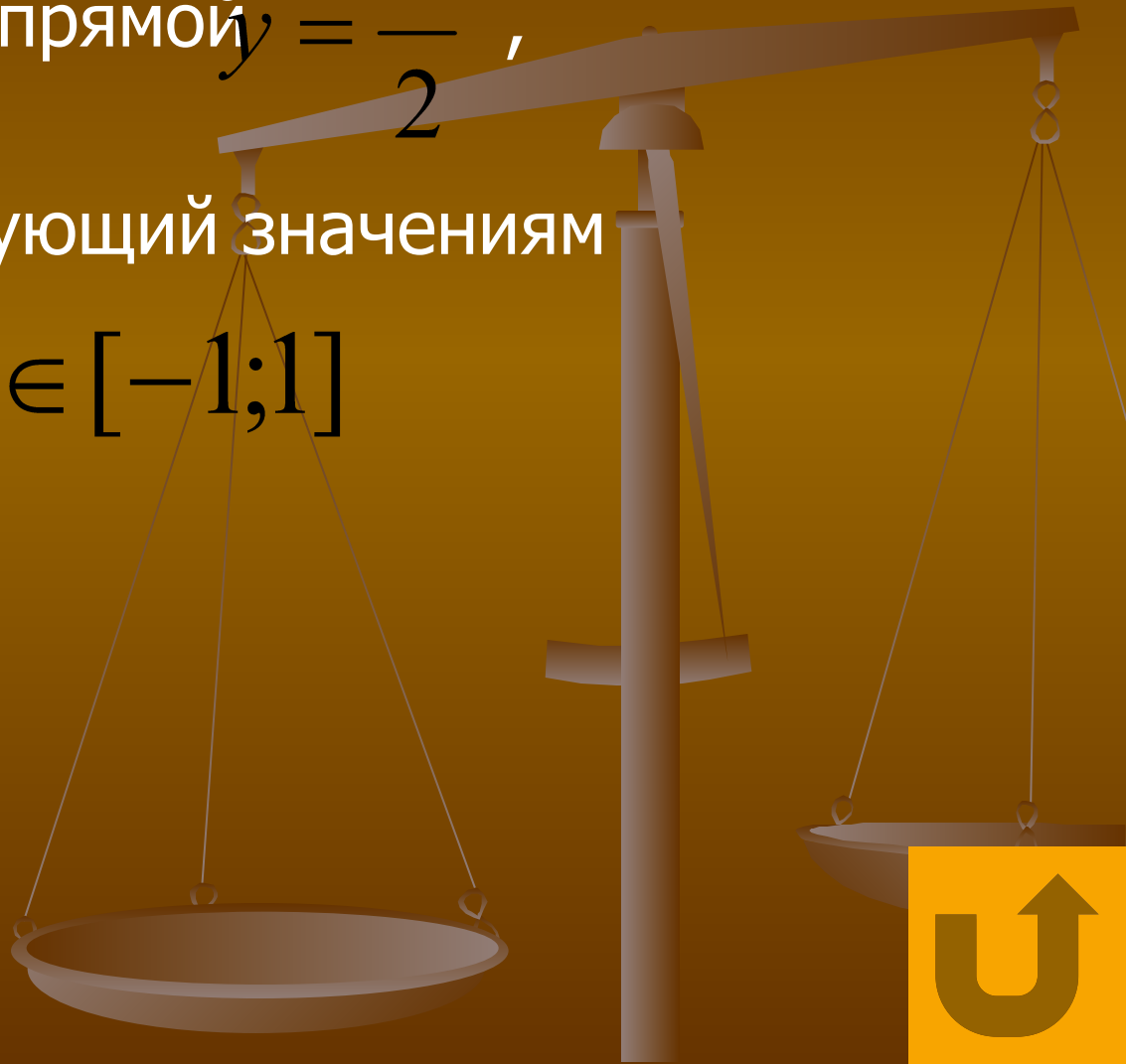


Ответ

Отрезок прямой $y = \frac{\pi}{2}$,

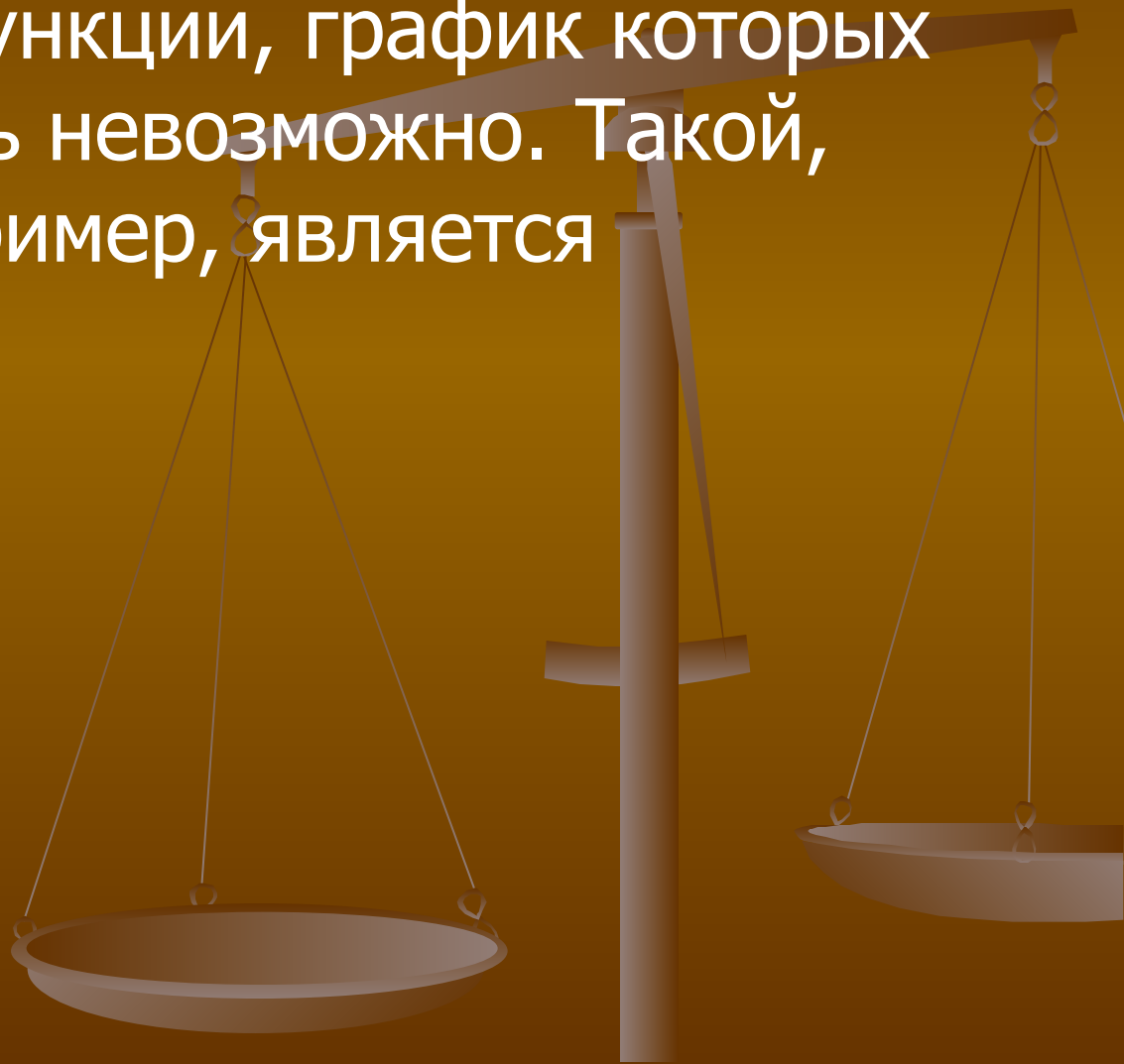
соответствующий значениям

$$x \in [-1; 1]$$



Расскажи мне, Расскажи - 250

Существуют функции, график которых изобразить невозможно. Такой, например, является



Ответ

Функция Дирихле, определенная следующим образом

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число} \end{cases}$$



Исследование тригонометрических функций - 50

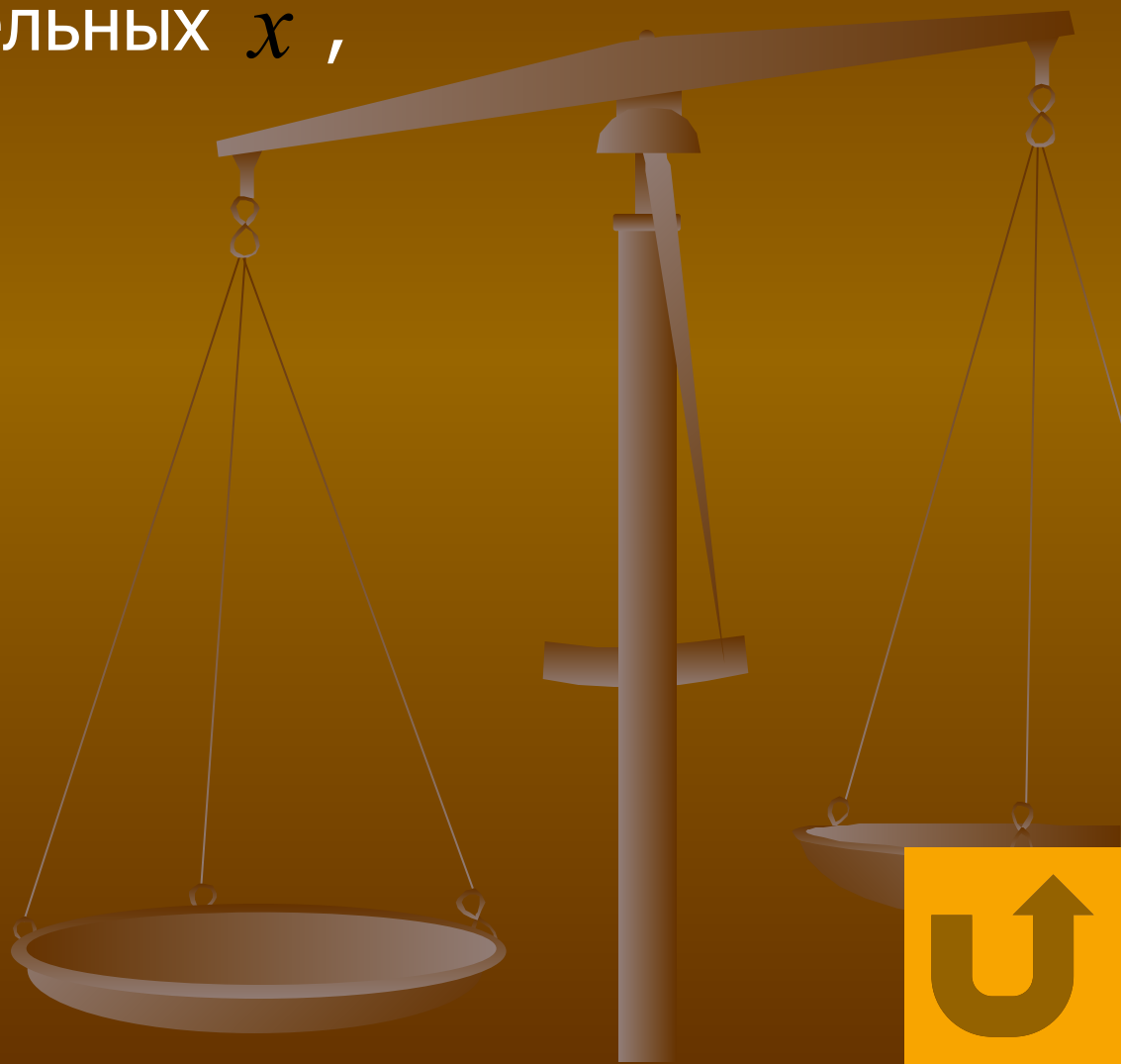
Именно для этих действительных чисел определена функция

$$y = \frac{\sin x}{x}$$



Ответ

Для всех действительных x ,
кроме $x = 0$



Исследование тригонометрических функций - 100

Найдите множество значений функции

$$y = 3 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$



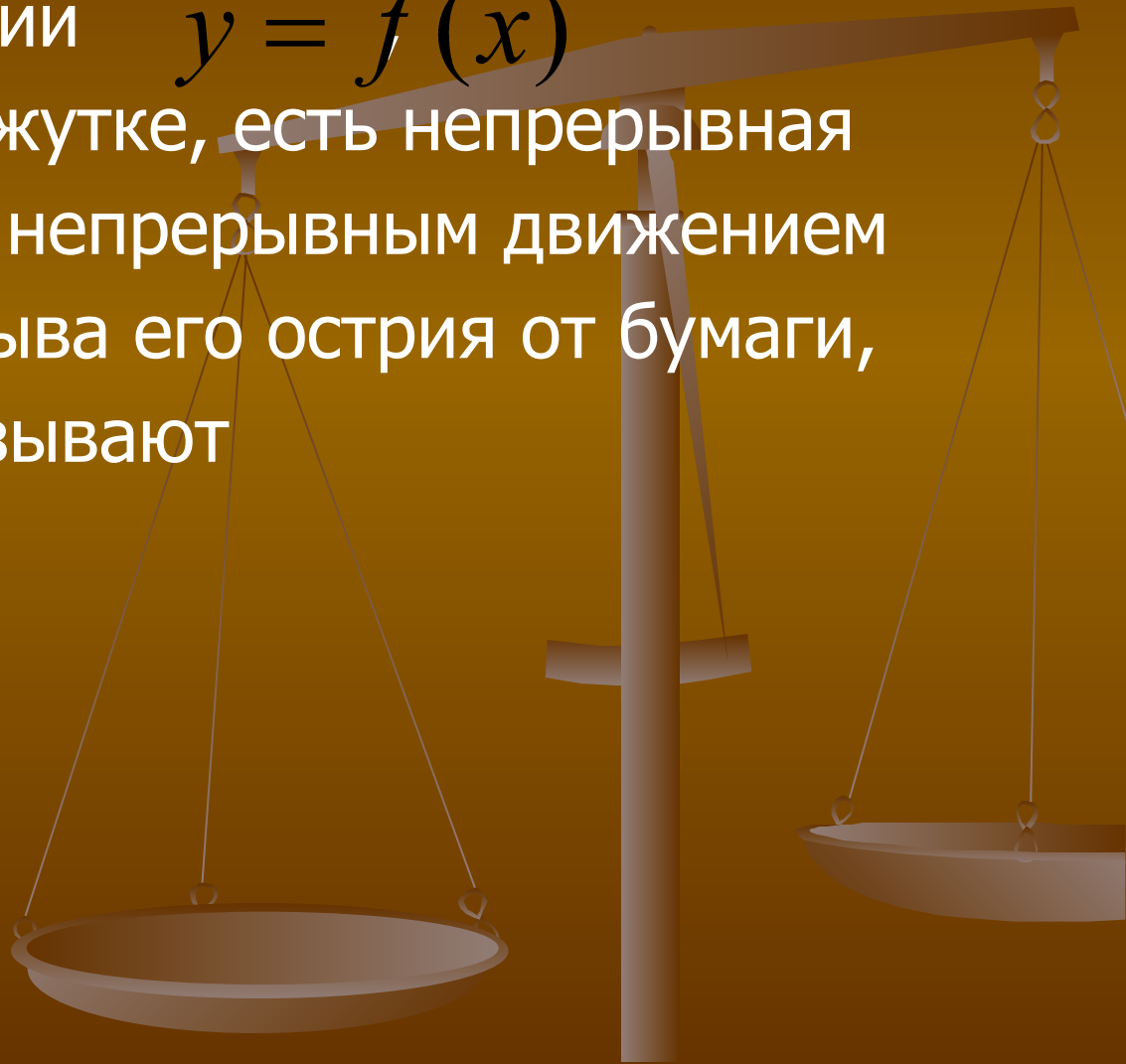
ОТВЕТ

$[-3;3]$



Исследование тригонометрических функций - 150

Если график функции $y = f(x)$ заданной на промежутке, есть непрерывная линия, полученная непрерывным движением карандаша без отрыва его острия от бумаги, то эту функцию называют



Ответ

Непрерывной на этом промежутке



Исследование тригонометрических функций - 200

С помощью этих основных элементарных функций $f(x)$ и $g(x)$ задана сложная функция

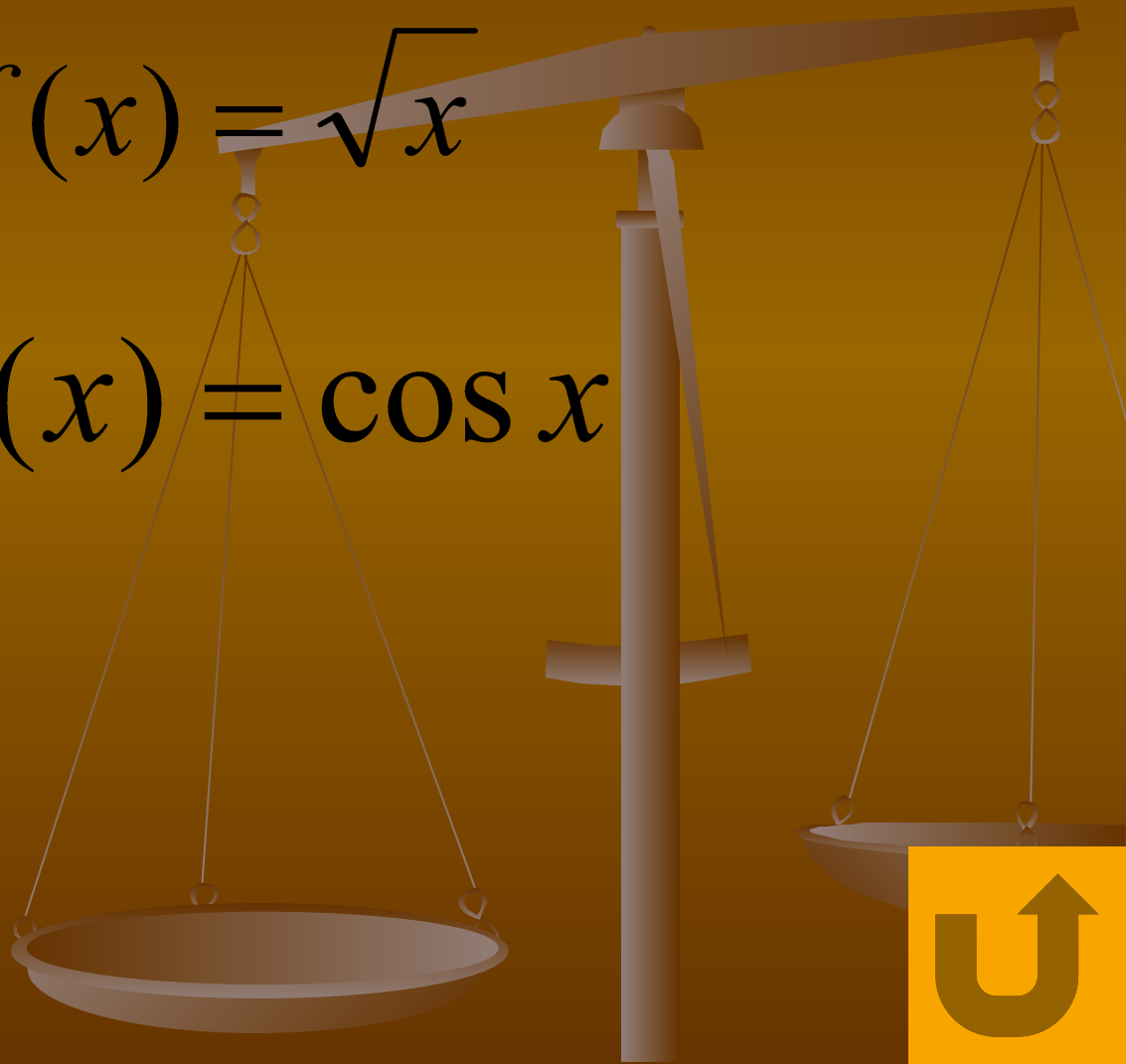
$$f(g(x)) = \sqrt{\cos(x)}$$



ОТВЕТ

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \cos x$$

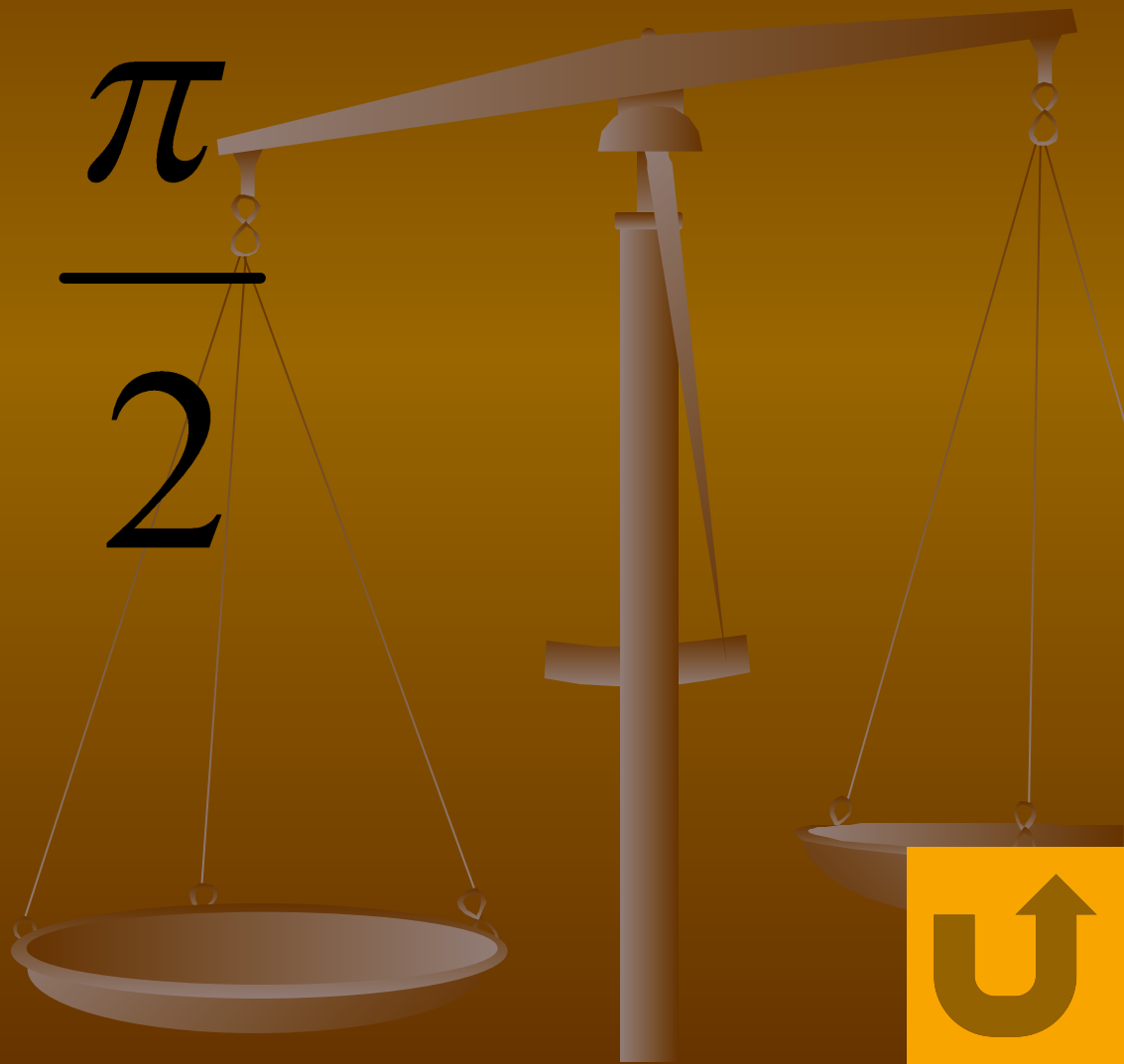


Исследование тригонометрических функций - 250

Наименьший положительный период функции $y = \sin^2 2x$ равен 8



Ответ

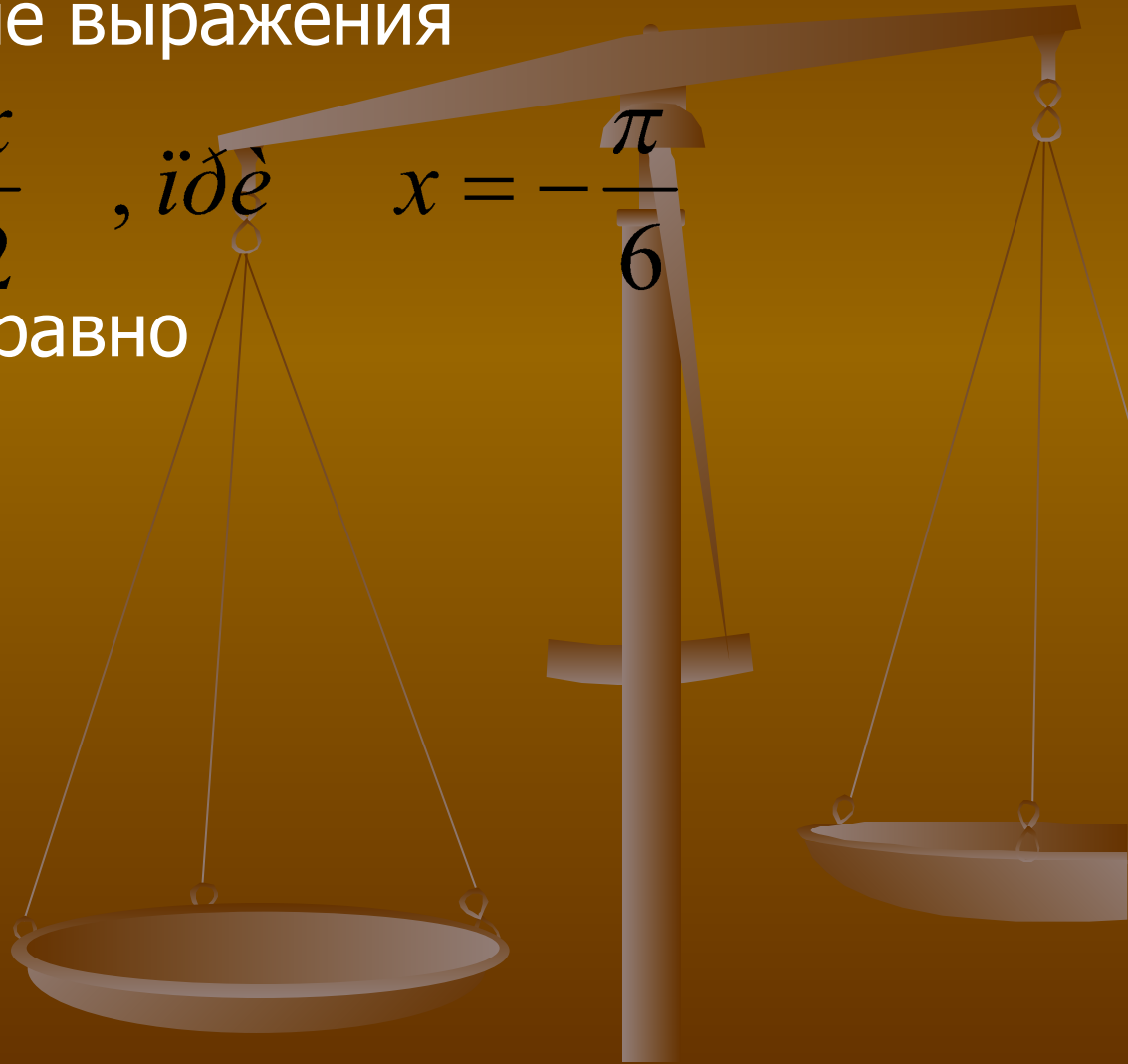


Формулы - 50

Значение выражения

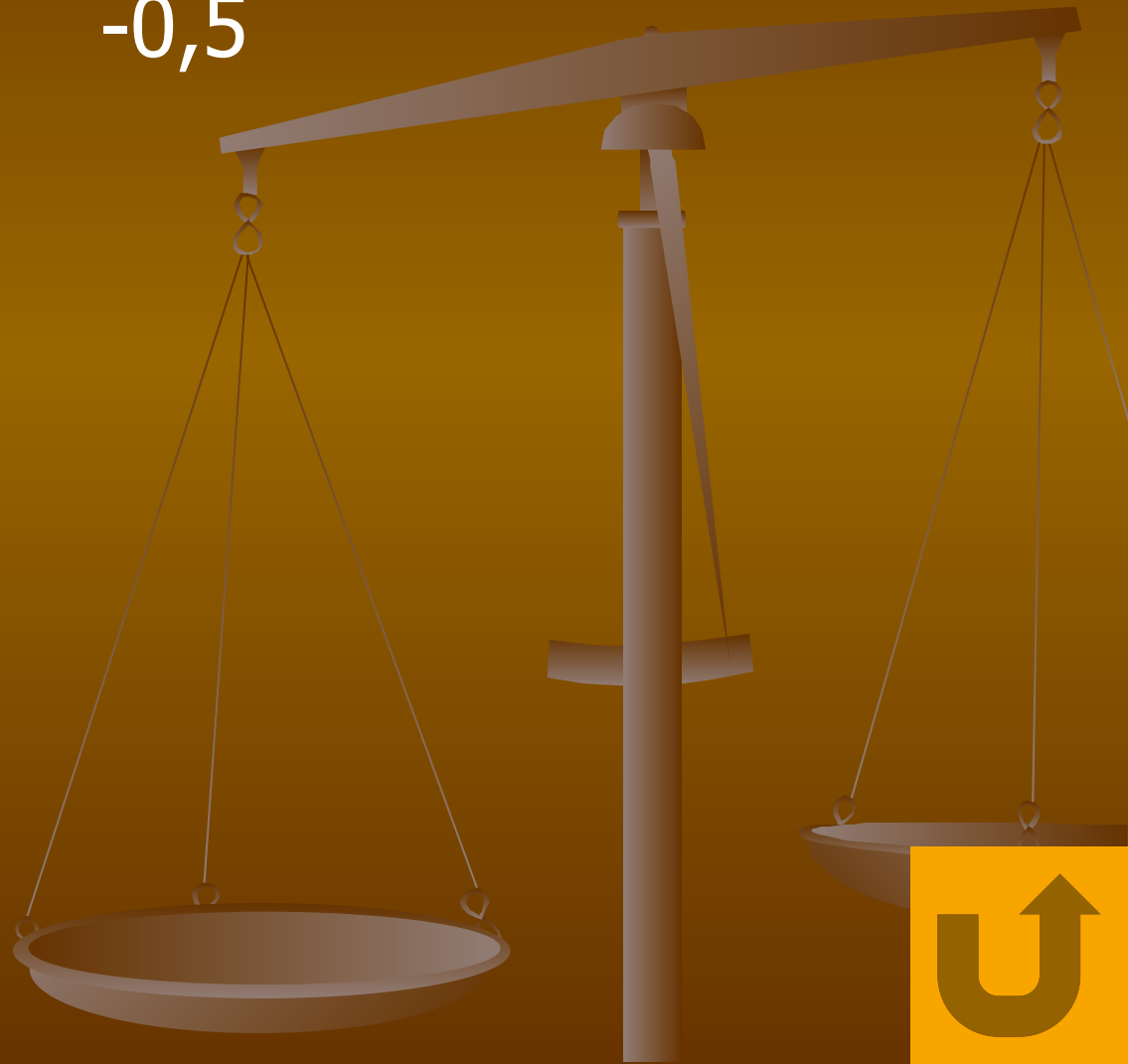
$$2 \sin \frac{x}{2} \times \cos \frac{x}{2}, \text{ ідè } x = -\frac{\pi}{6}$$

равно



Ответ

-0,5

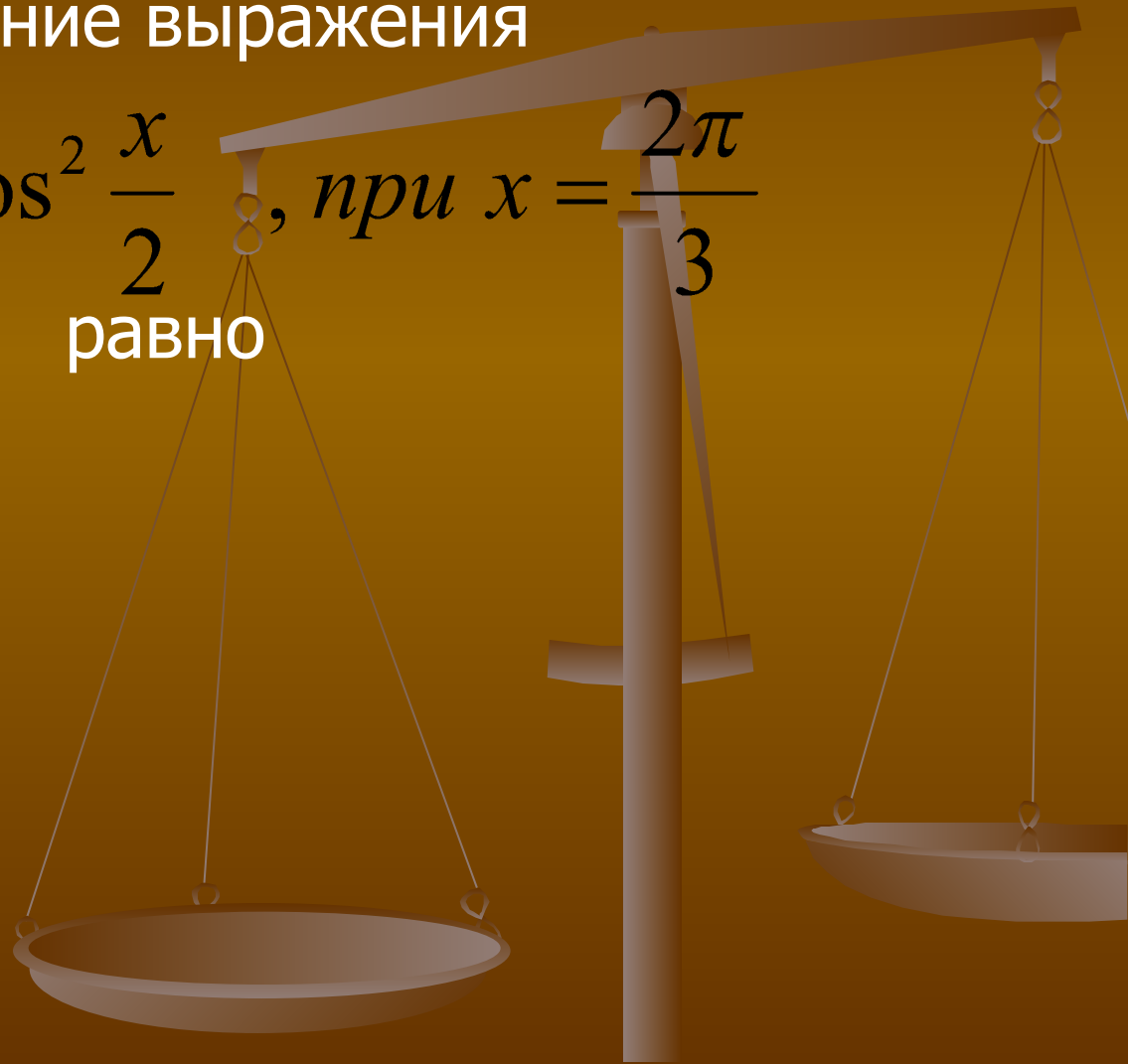


Формулы -100

Значение выражения

$$\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}, \text{ при } x = \frac{2\pi}{3}$$

равно



ОТВЕТ

0,5



Формулы - 150

Найдите значение выражения

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right), \text{ при } x = \pi$$



Ответ

0



Формулы - 200

Найдите значение выражения

$$3 - 6 \sin^2 \frac{x}{2}, \text{ если } \cos x = \frac{1}{3}$$



ОТВЕТ

1



Формулы - 250

Значение выражения

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{8}$$

$$1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}$$

равно



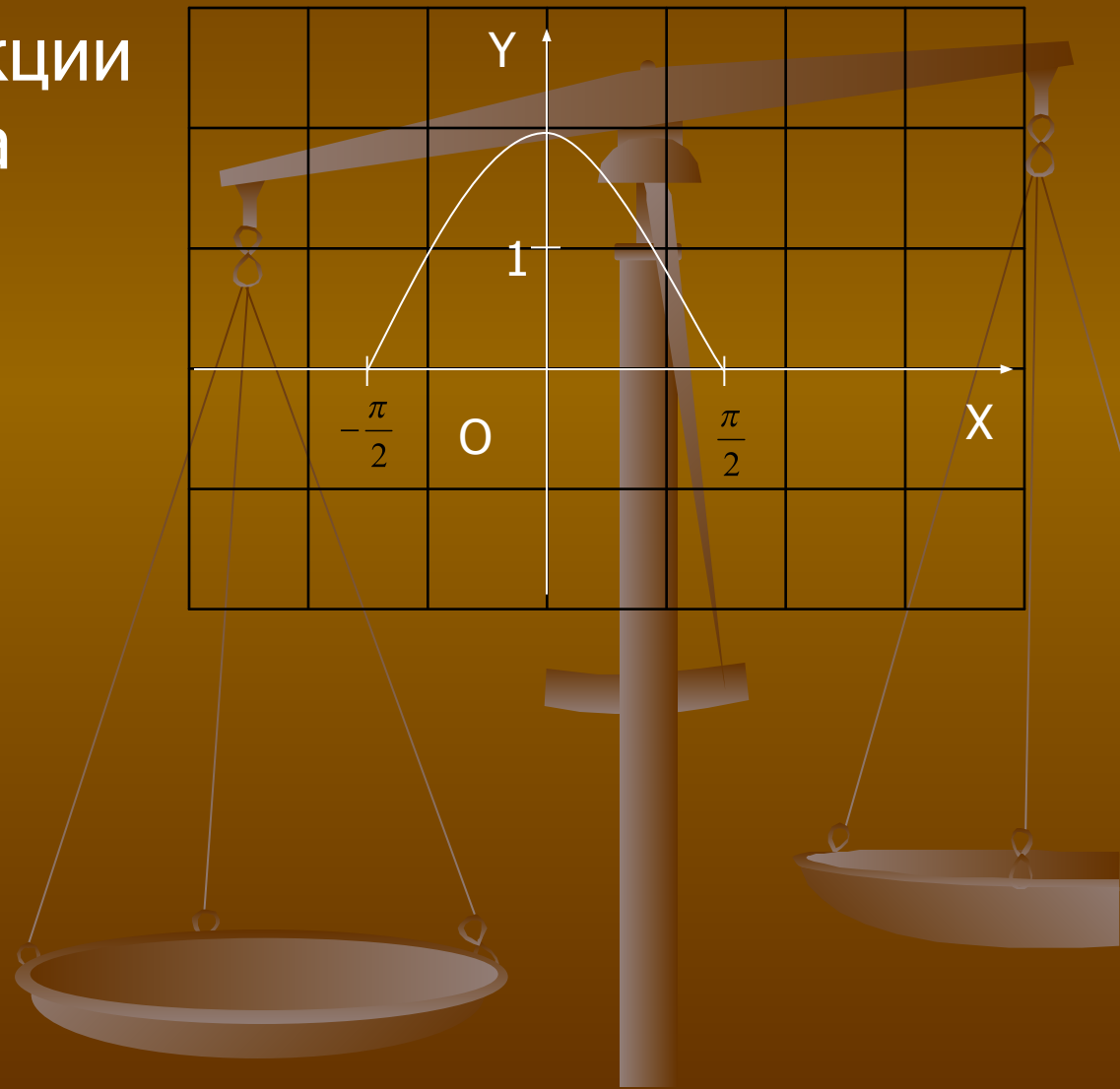
ОТВЕТ

0,5



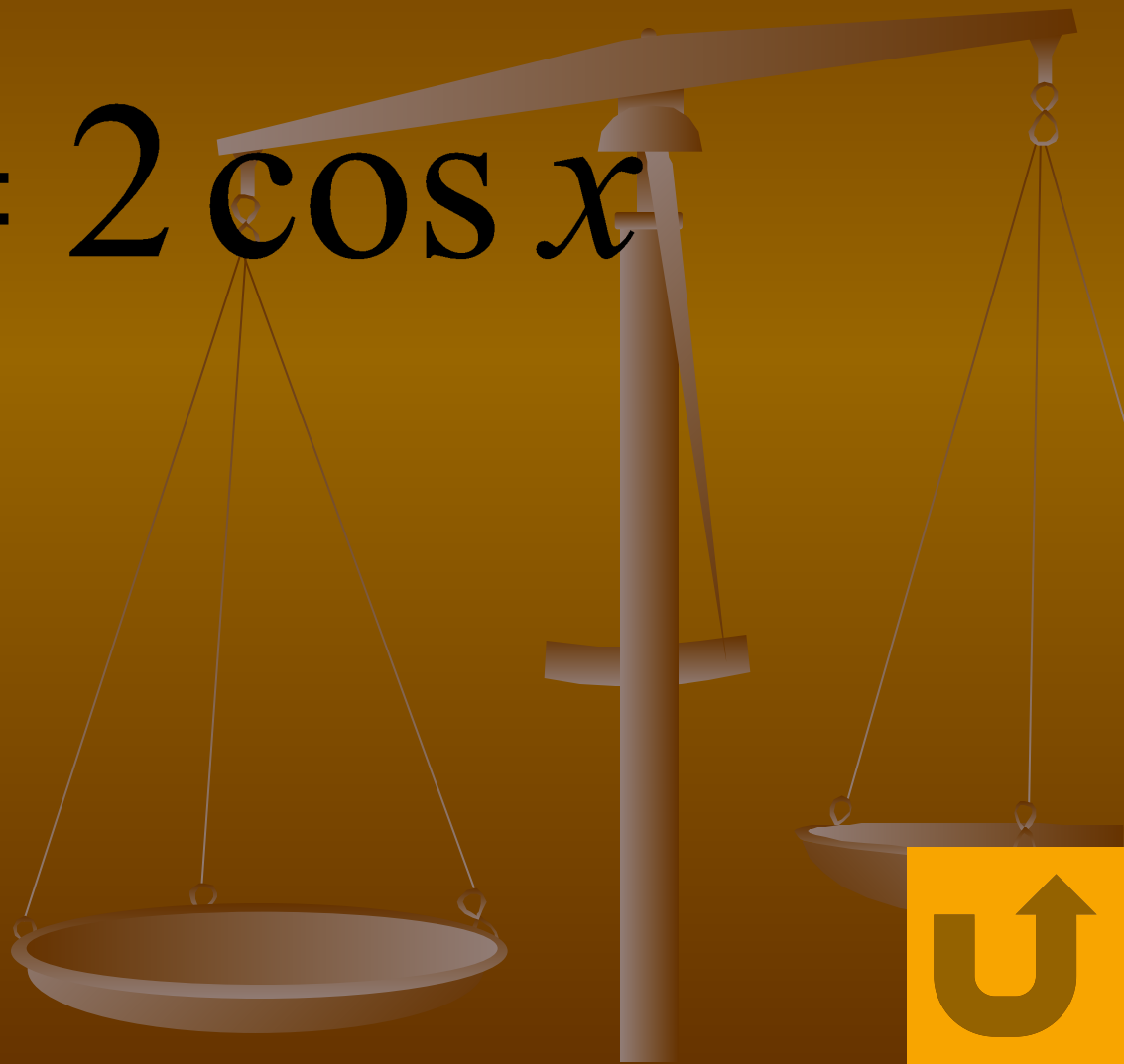
Проще простого - 50

График какой функции
изображен на
рисунке



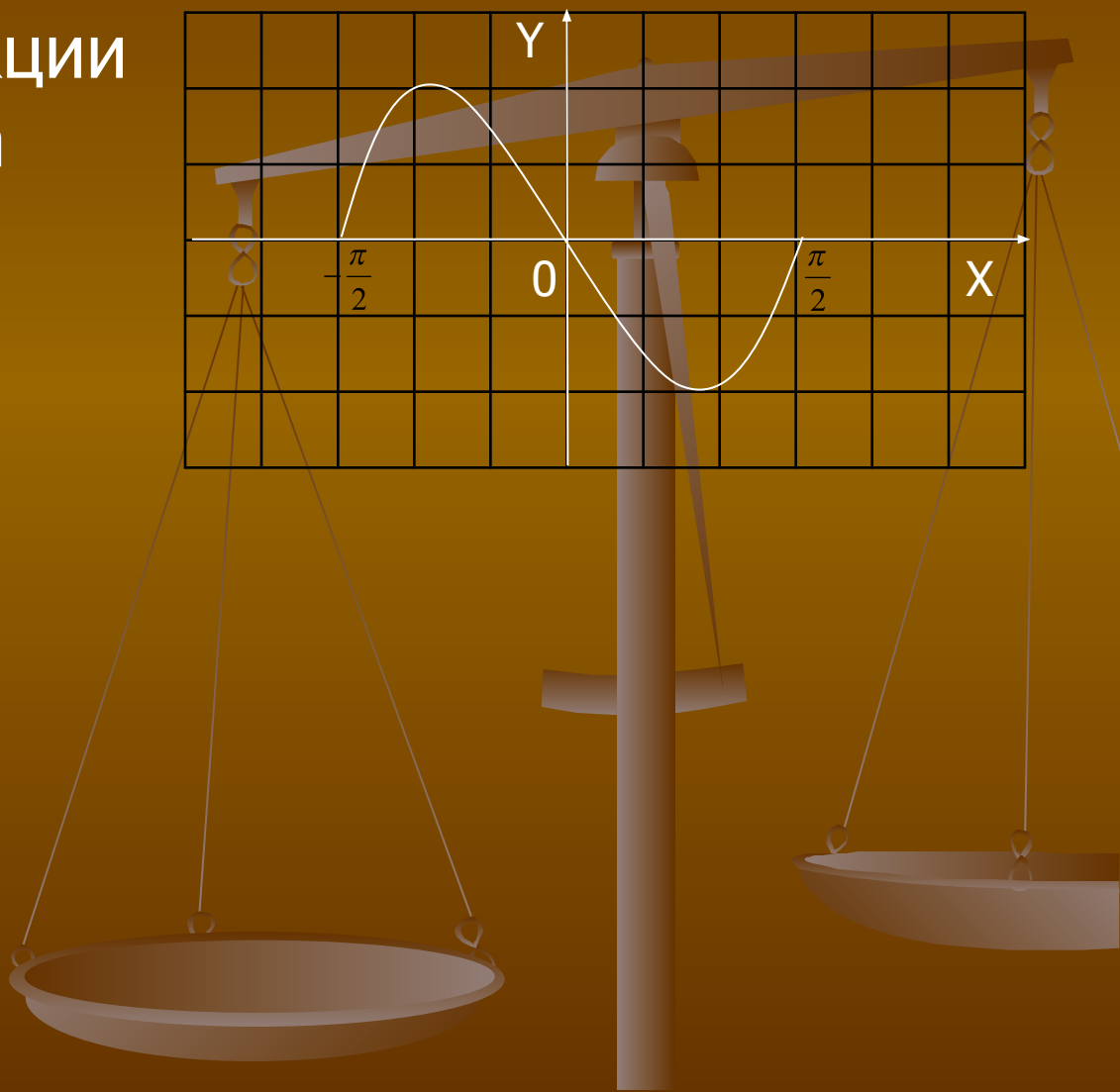
ОТВЕТ

$$y = 2 \cos x$$



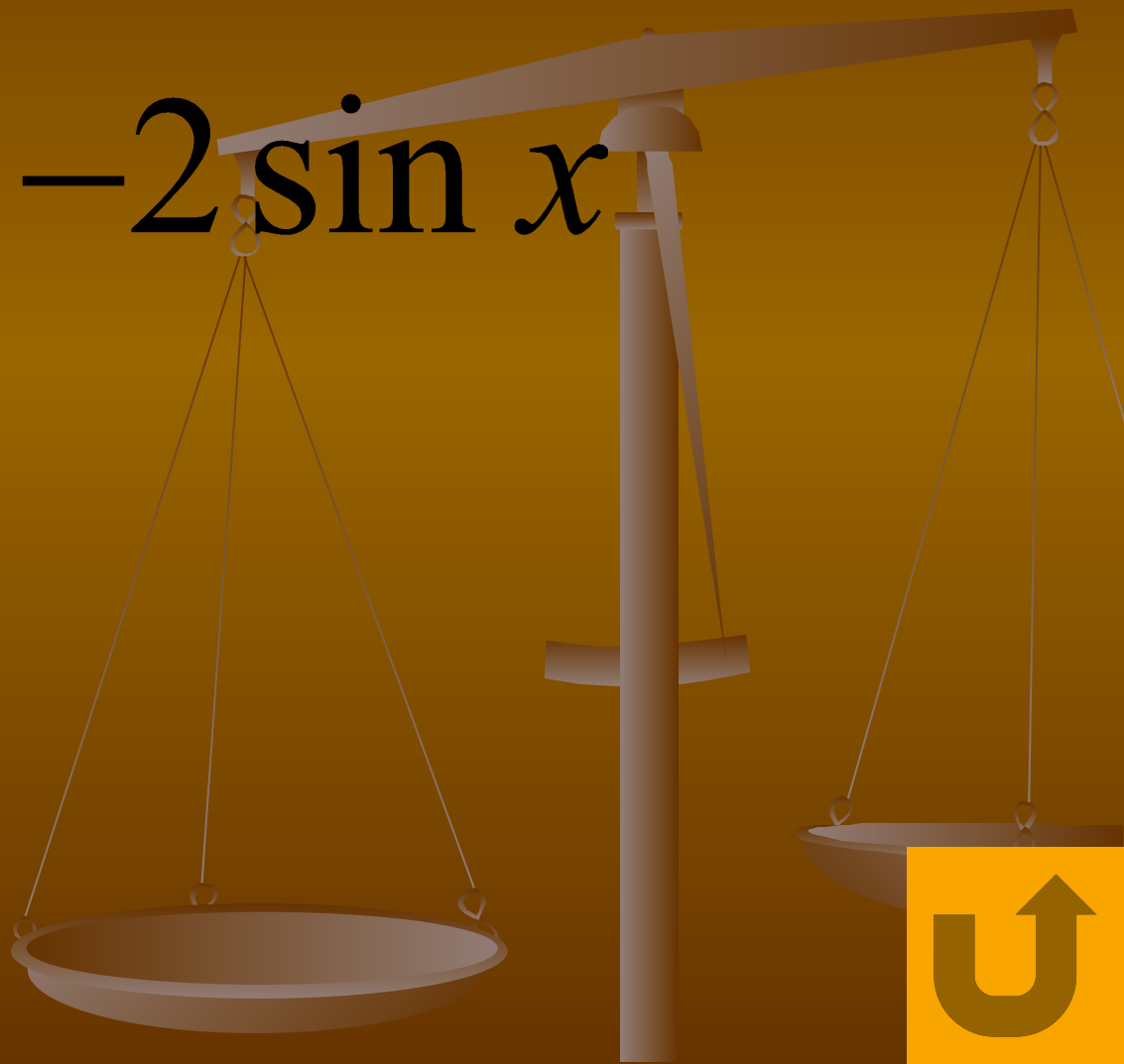
Проще простого - 100

График какой функции
изображен на
рисунке



ОТВЕТ

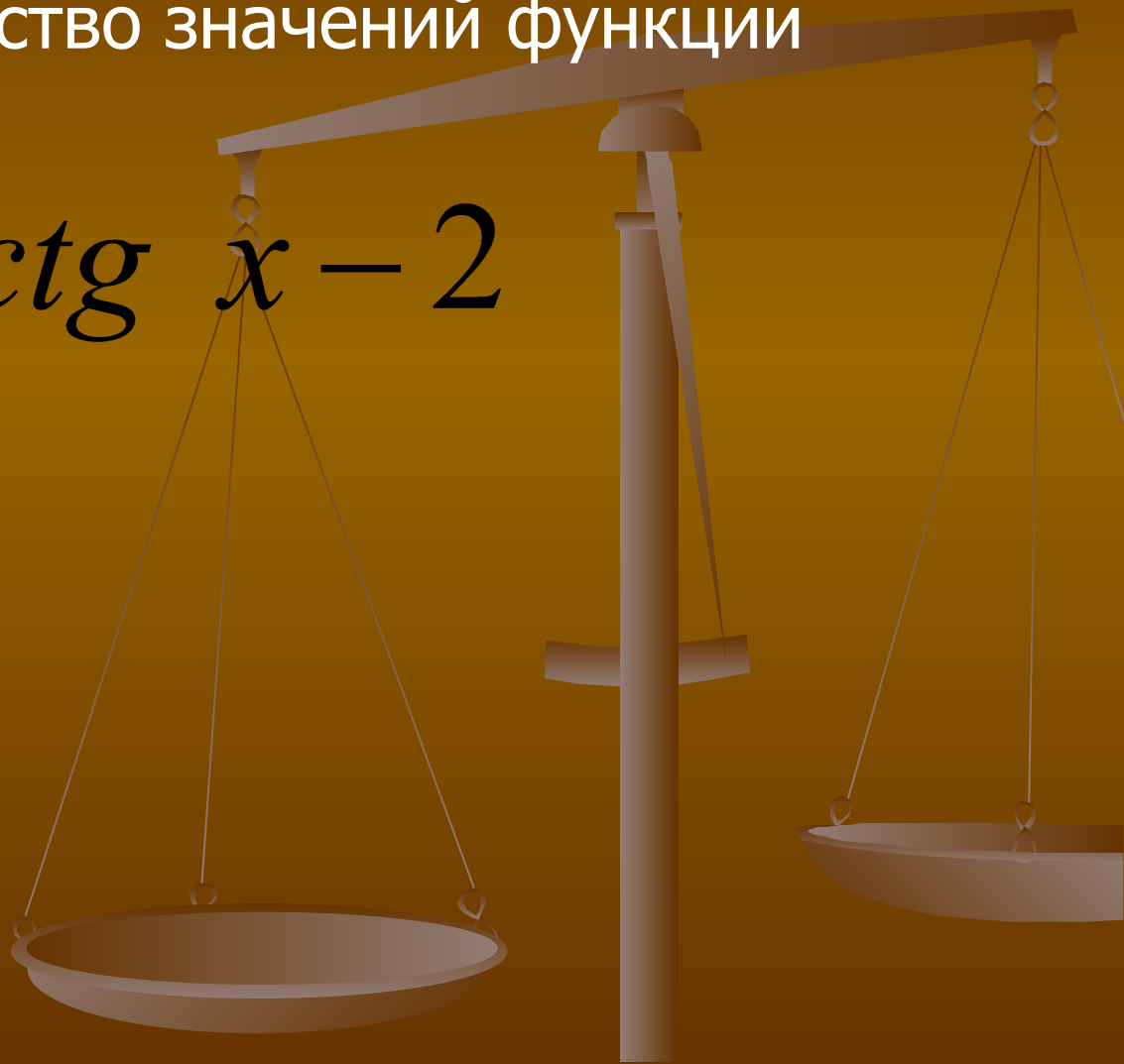
$$y = -2 \sin x$$



Проще простого - 150

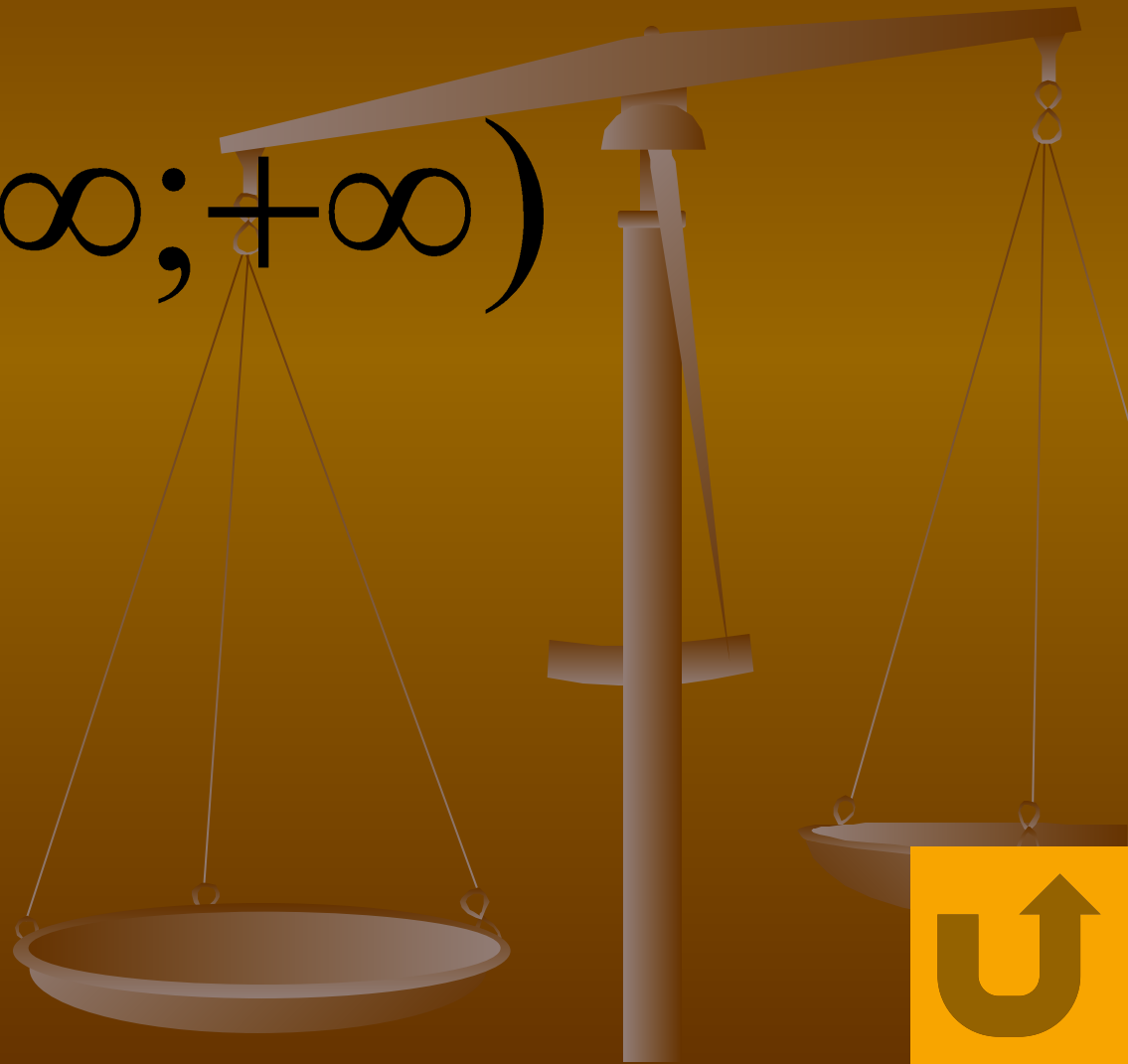
Укажите множество значений функции

$$y = \operatorname{ctg} x - 2$$



Ответ

$(-\infty; +\infty)$



Проще простого - 200

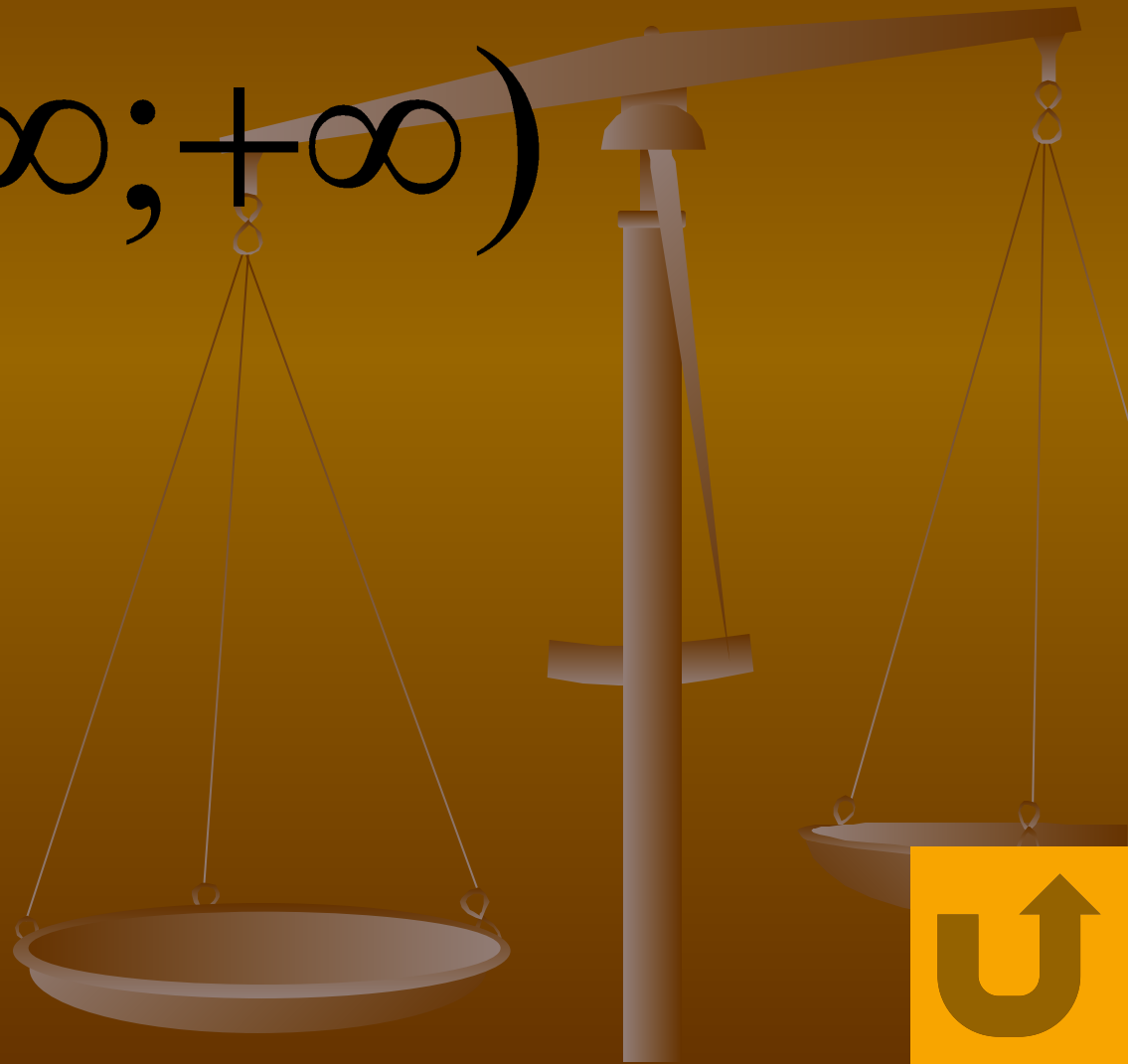
Укажите множество значений функции

$$y = \operatorname{tg} x + 2$$



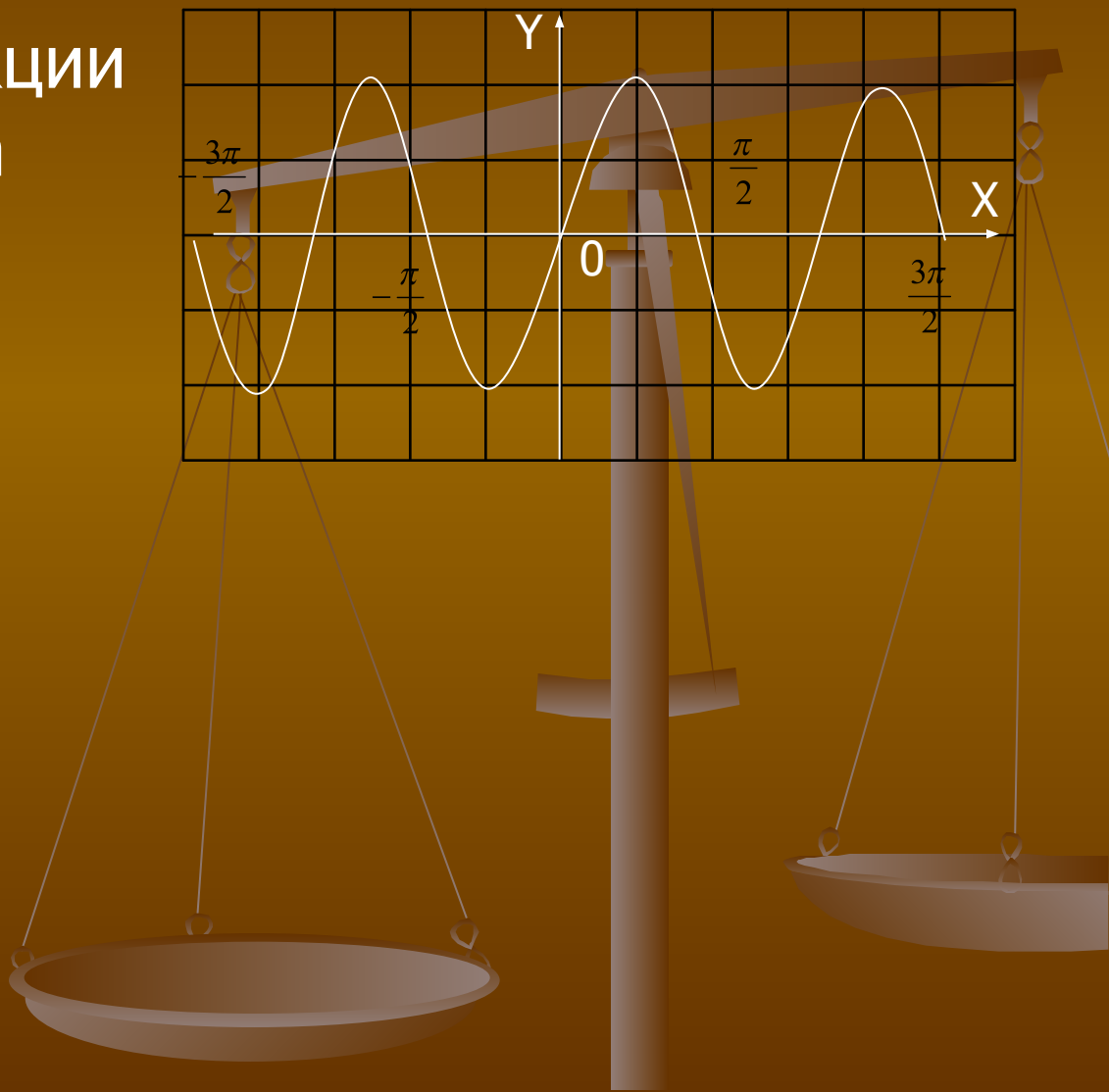
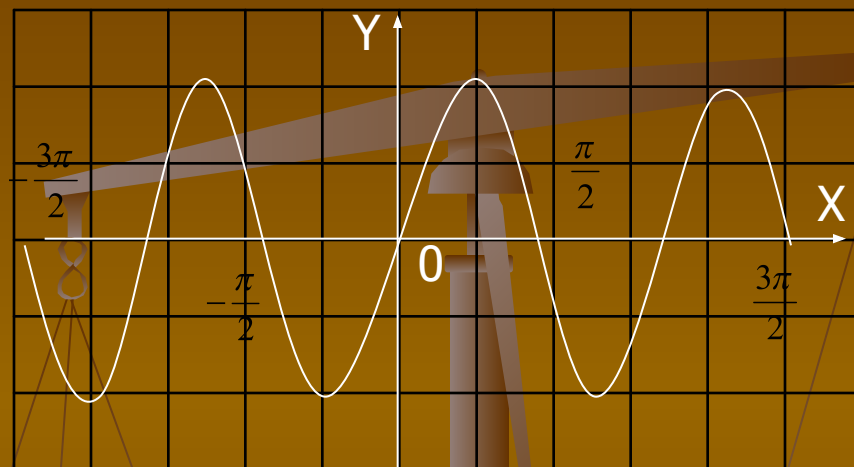
Ответ

$(-\infty; +\infty)$



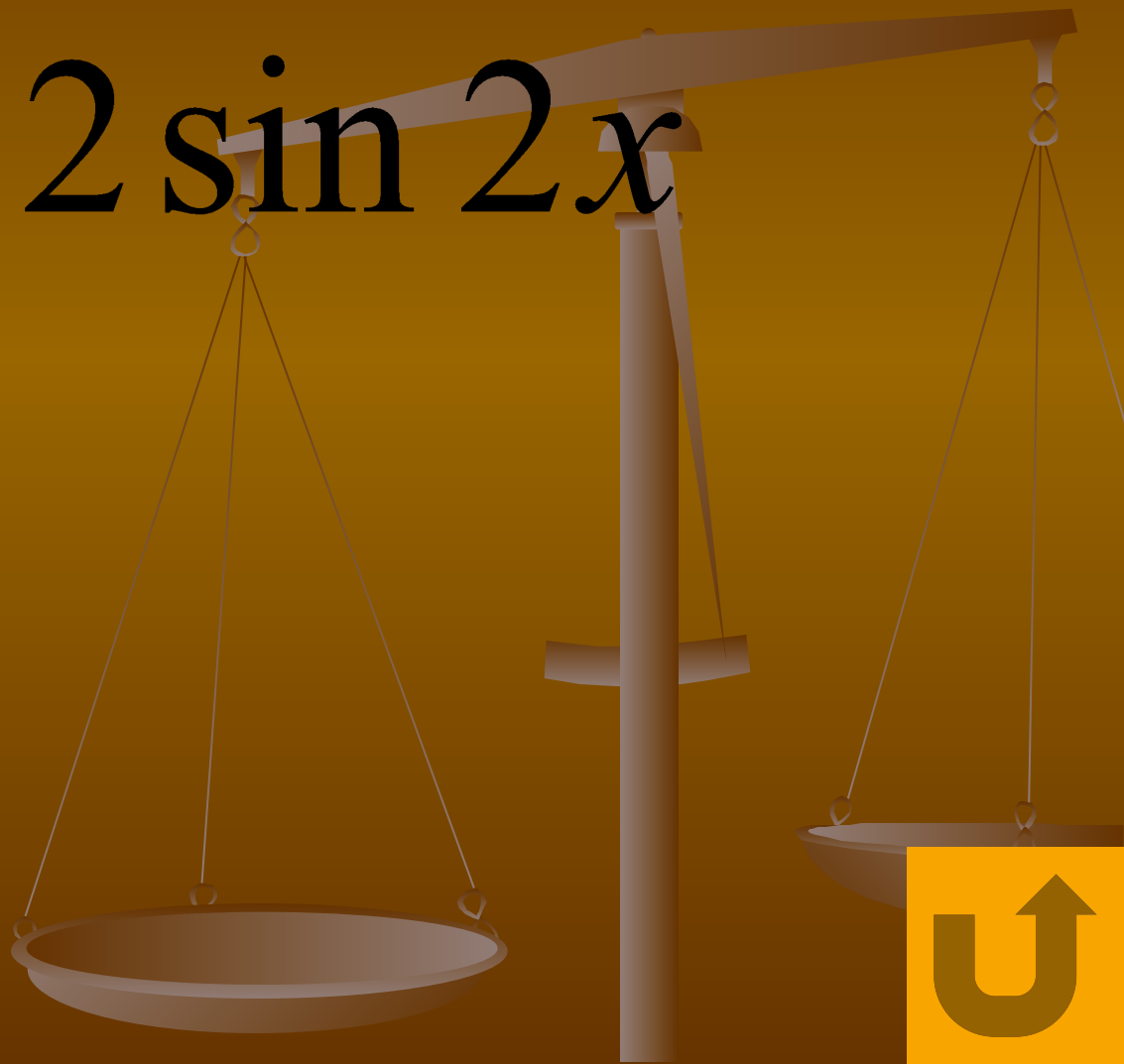
Проще простого - 250

График какой функции
изображен на
рисунке



ОТВЕТ

$$y = 2 \sin 2x$$



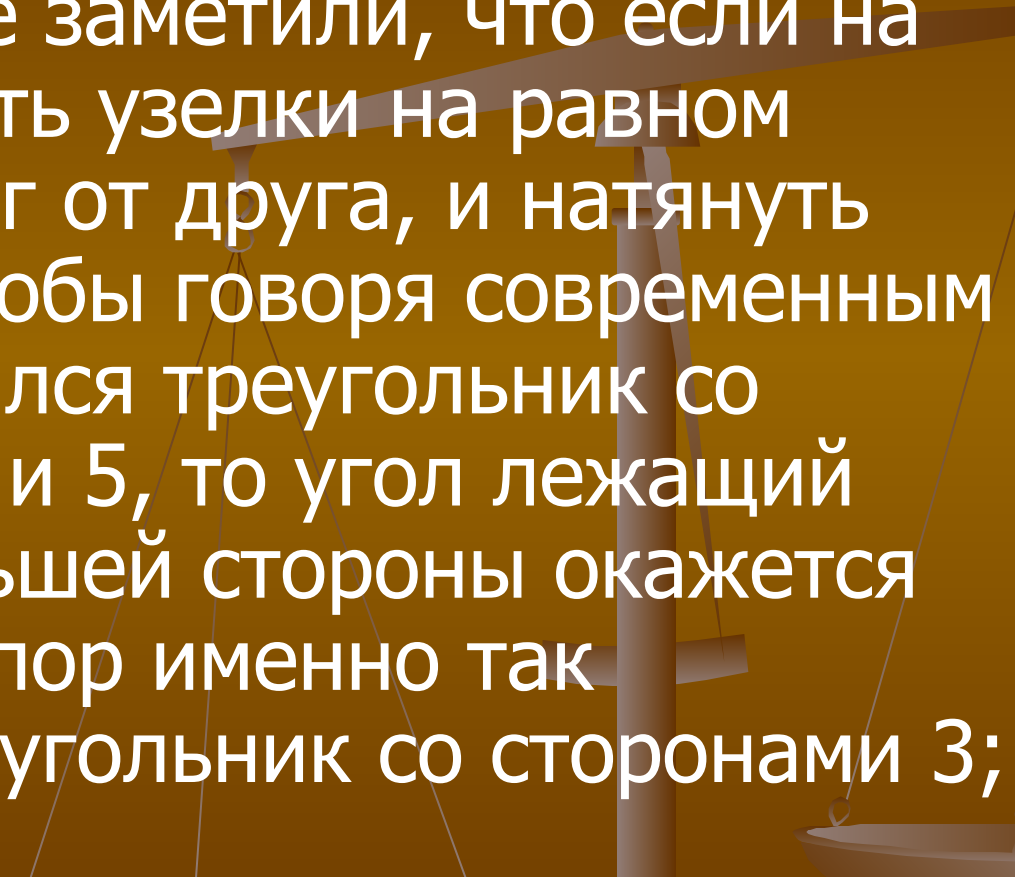
3 тур

Финал

Темы	Стоимость вопроса				
Преданья старины глубокой	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>
Числовая окружность	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>
Термины	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>
Решаем уравнения и неравенства	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>

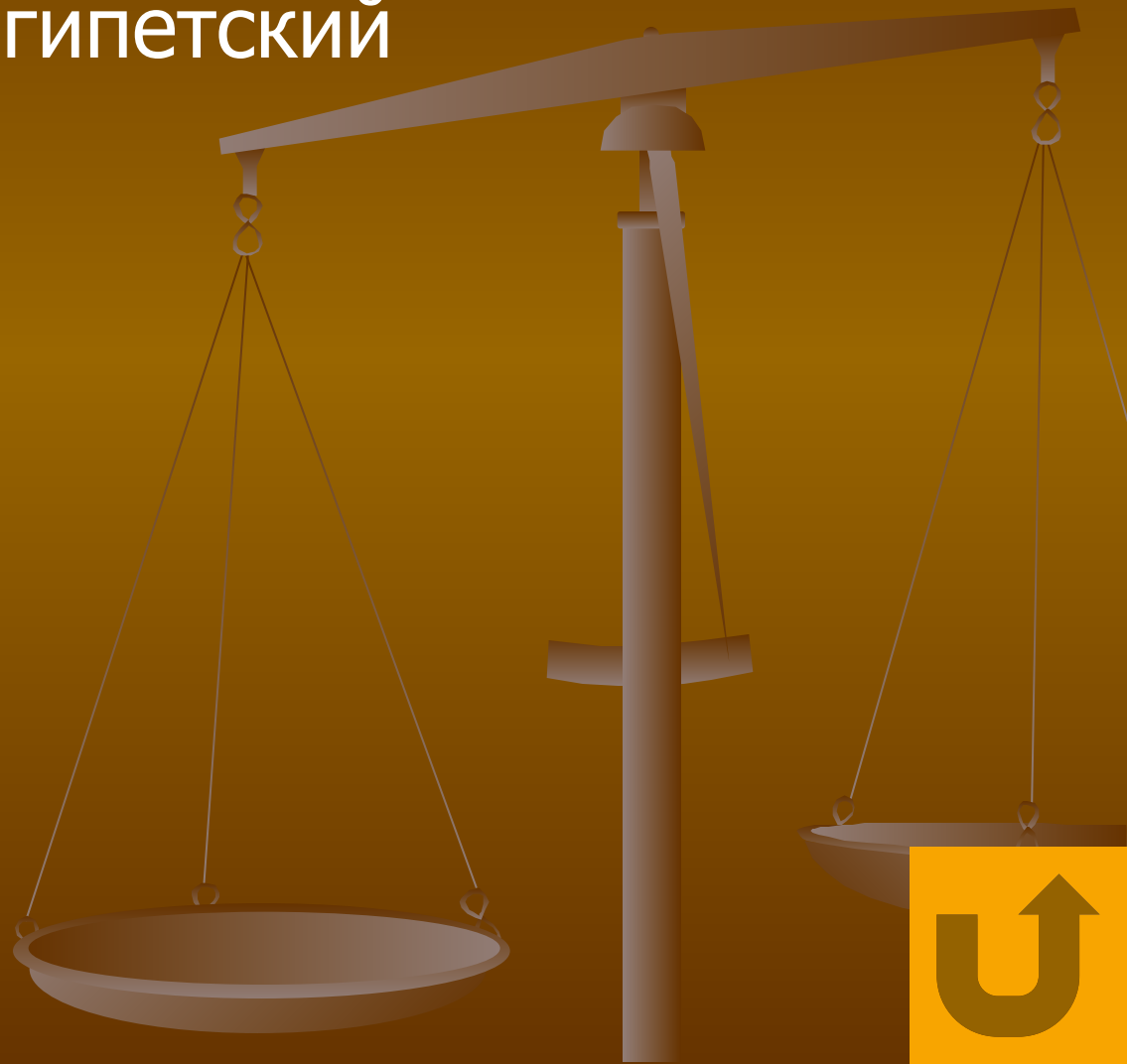
Преданья старины глубокой - 100

В древнем Египте заметили, что если на веревке завязать узелки на равном расстоянии друг от друга, и натянуть веревку так, чтобы говоря современным языком, получался треугольник со сторонами 3; 4 и 5, то угол лежащий против наибольшей стороны окажется прямым. С тех пор именно так называется треугольник со сторонами 3; 4 и 5



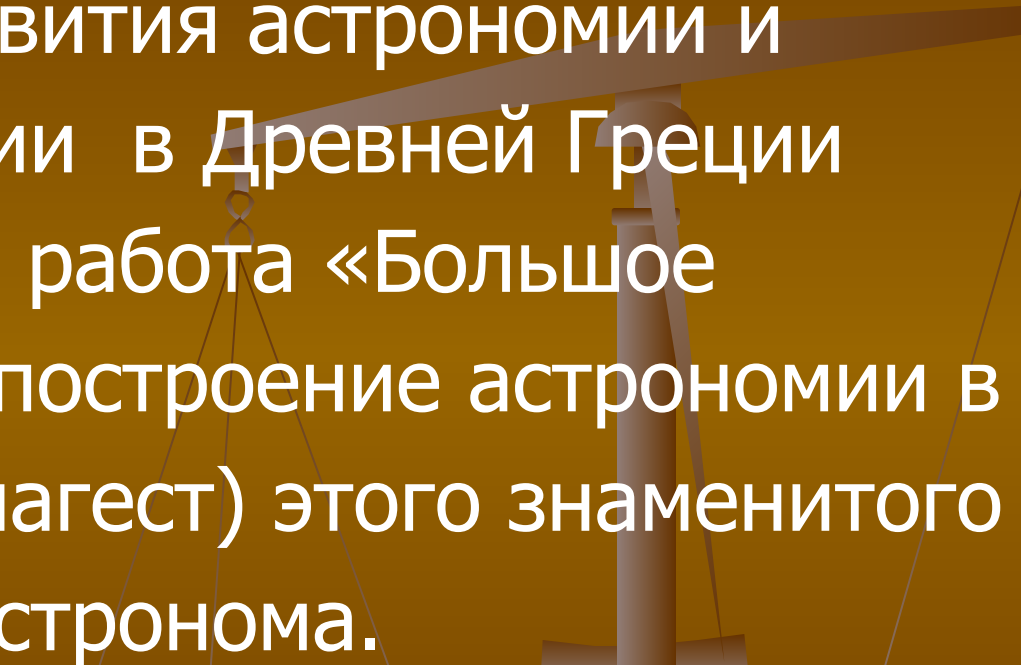
Ответ

Египетский



Преданья старины глубокой - 200

Венцом развития астрономии и тригонометрии в Древней Греции считается работа «Большое математическое построение астрономии в 13 книгах» (Альмагест) этого знаменитого астронома.



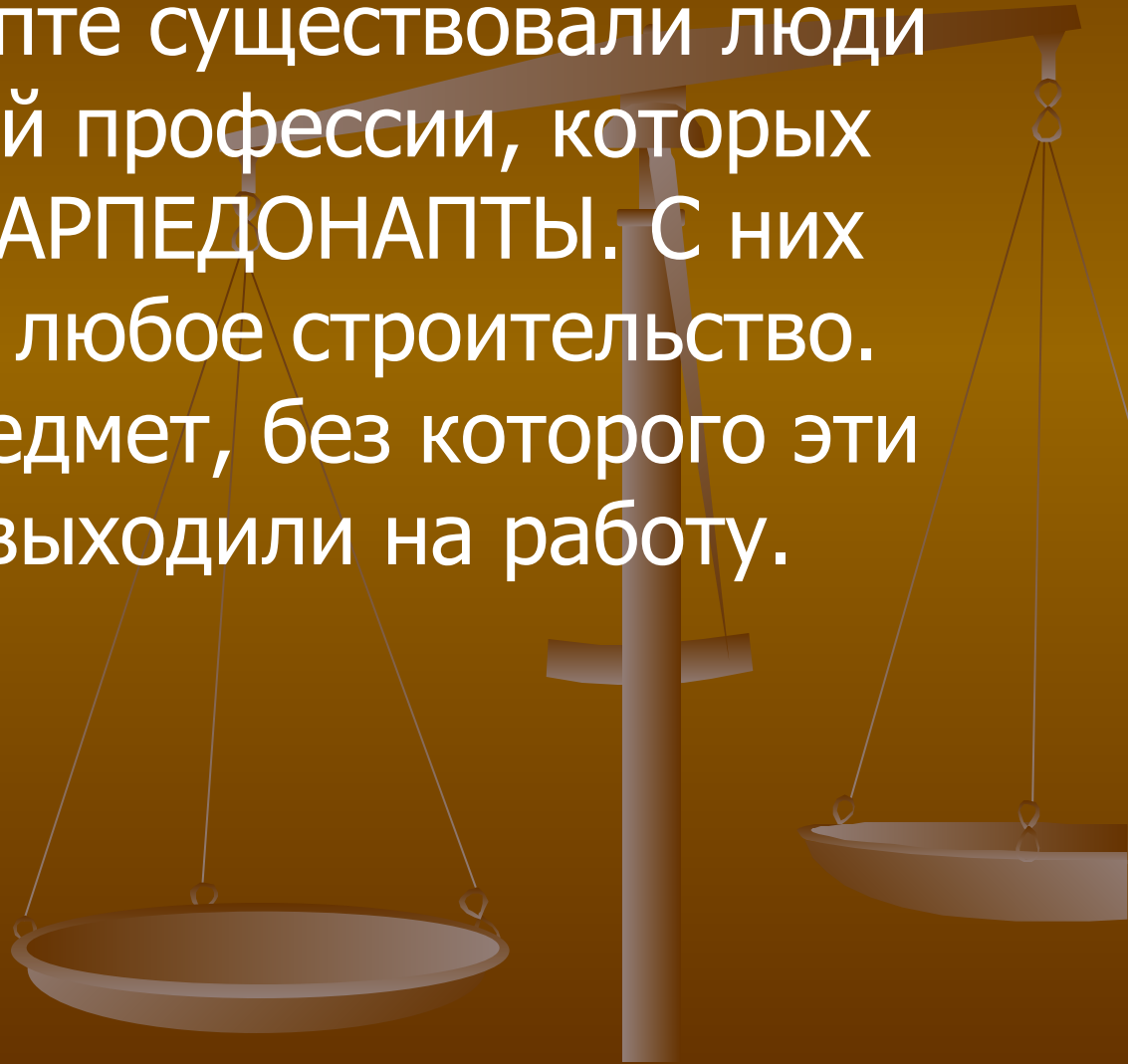
Ответ

Клавдий Птоломей
(II в н.э.)



Преданья старины глубокой - 300

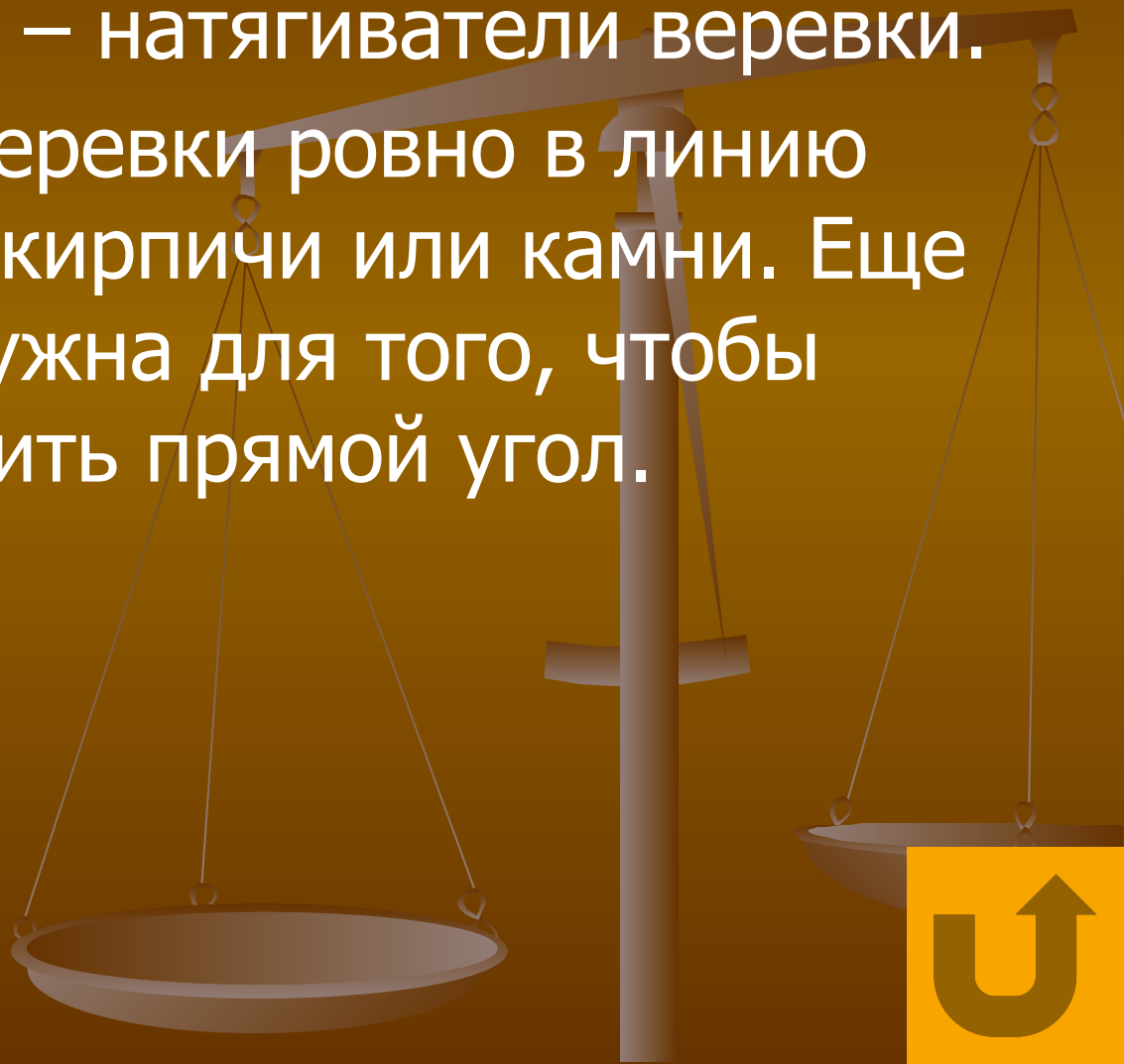
В Древнем Египте существовали люди специальной профессии, которых называли ГАРПЕДОНАПТЫ. С них начиналось любое строительство. Назовите предмет, без которого эти люди не выходили на работу.



Ответ

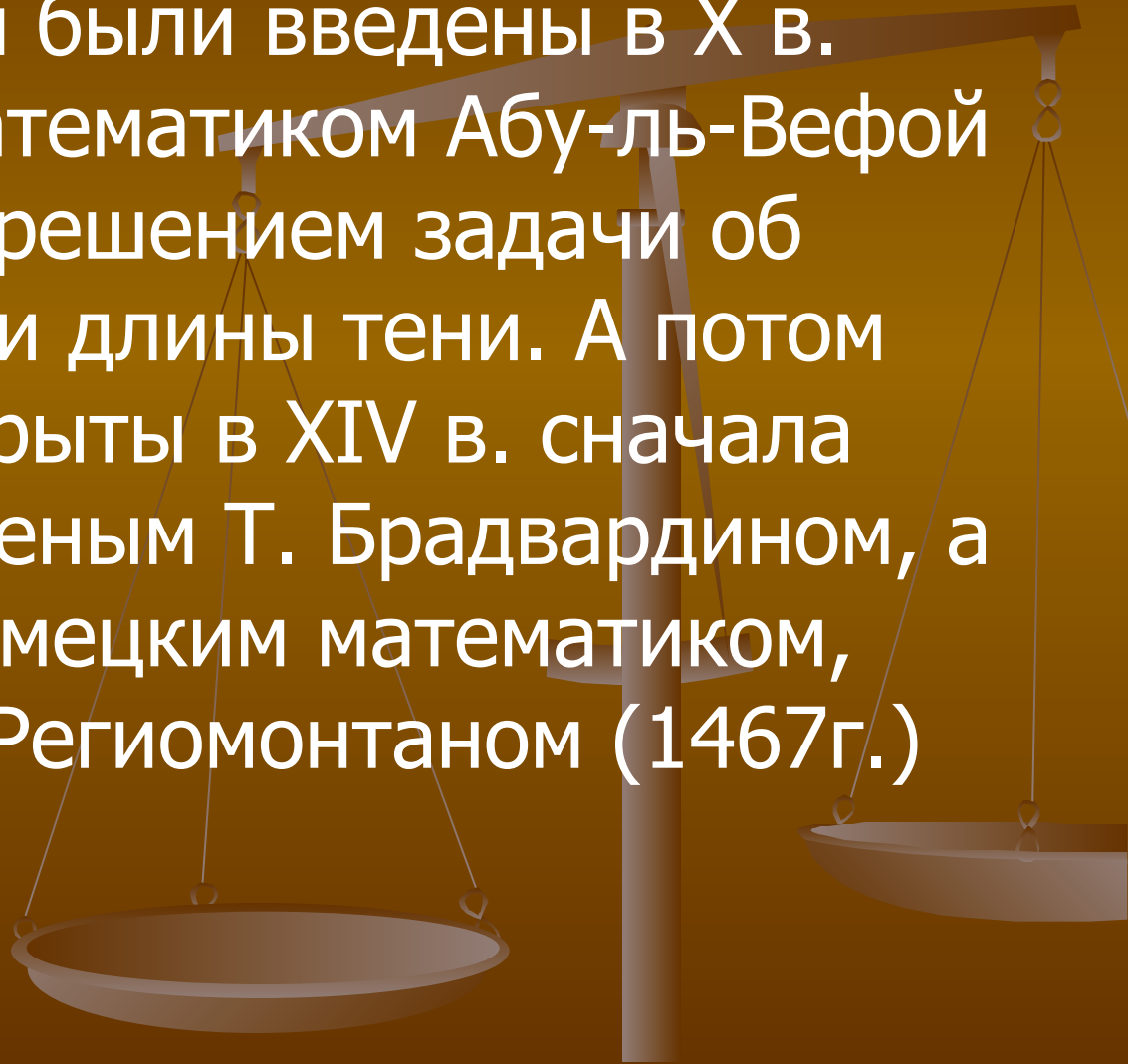
ГАРПЕДОНАПТЫ – натягиватели веревки.

С помощью веревки ровно в линию выкладывали кирпичи или камни. Еще веревка нужна для того, чтобы получить прямой угол.



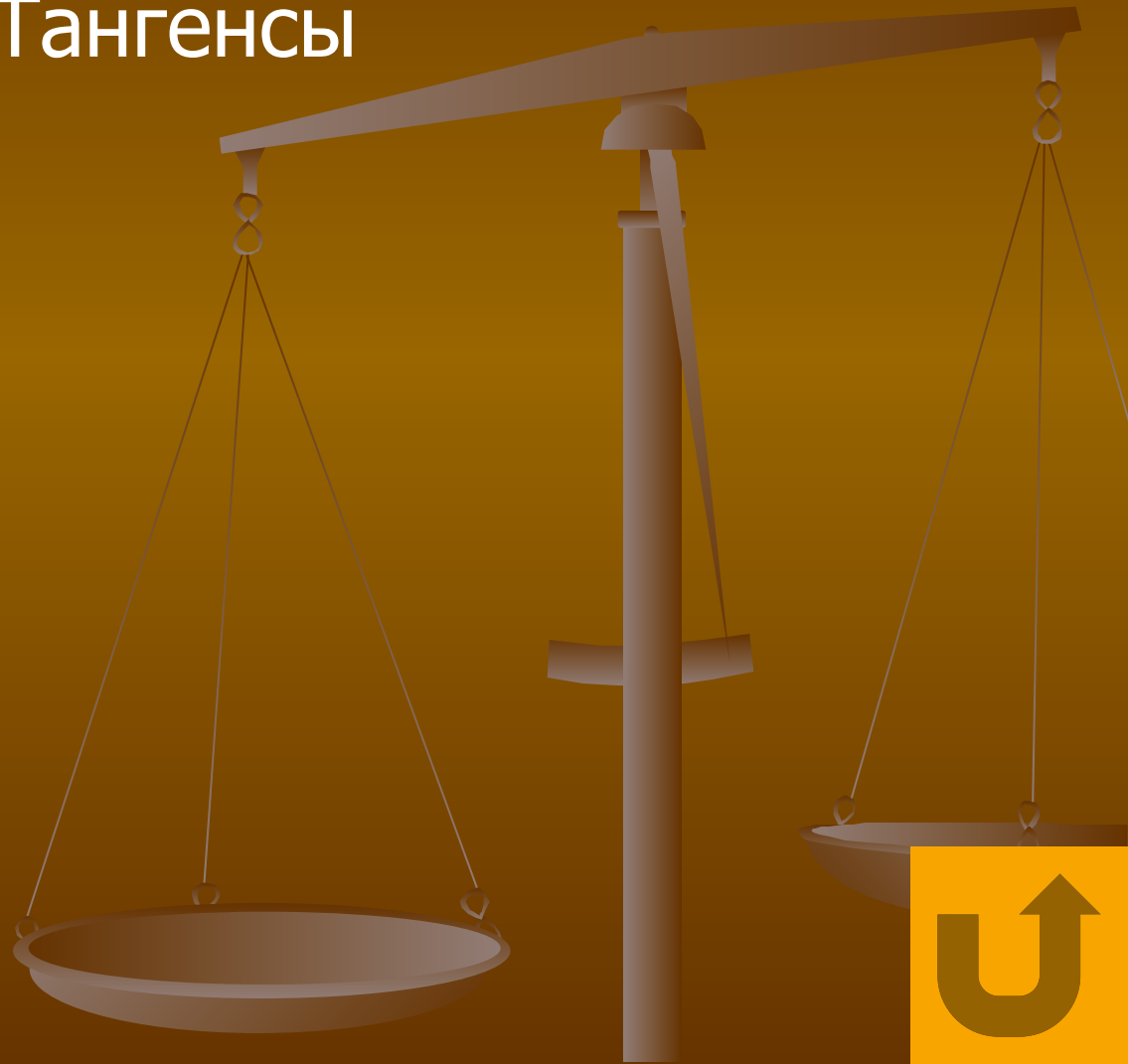
Преданья старины глубокой - 400

Впервые они были введены в X в. персидским математиком Абу-ль-Вефой в связи с решением задачи об определении длины тени. А потом заново открыты в XIV в. сначала английским ученым Т. Брадвардином, а позднее немецким математиком, астрономом Региомонтаном (1467г.)



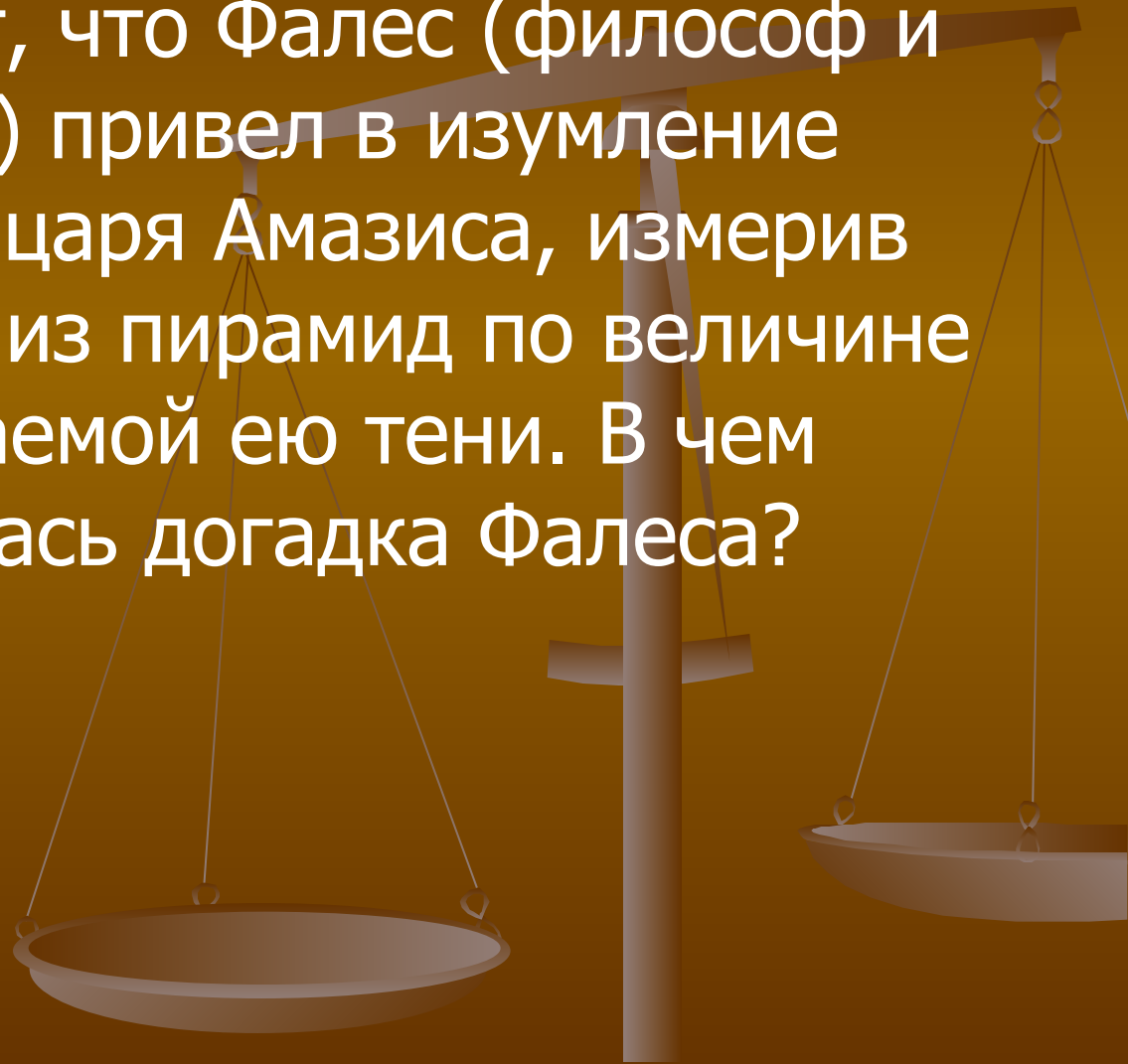
Ответ

Тангенсы



Преданья старины глубокой - 500

Легенда гласит, что Фалес (философ и математик) привел в изумление египетского царя Амазиса, измерив высоту одной из пирамид по величине отбрасываемой ею тени. В чем заключалась догадка Фалеса?



Ответ

Догадка Фалеса заключалась в том, что в течении дня бывает момент, когда длина тени каждого предмета равна высоте самого этого предмета. Он дождался момента, когда длина его тени стала равна его росту, и тогда, измерив тень пирамиды, вычислил её высоту.



Числовая окружность - 100

Все углы α , для которых
составляют серию углов

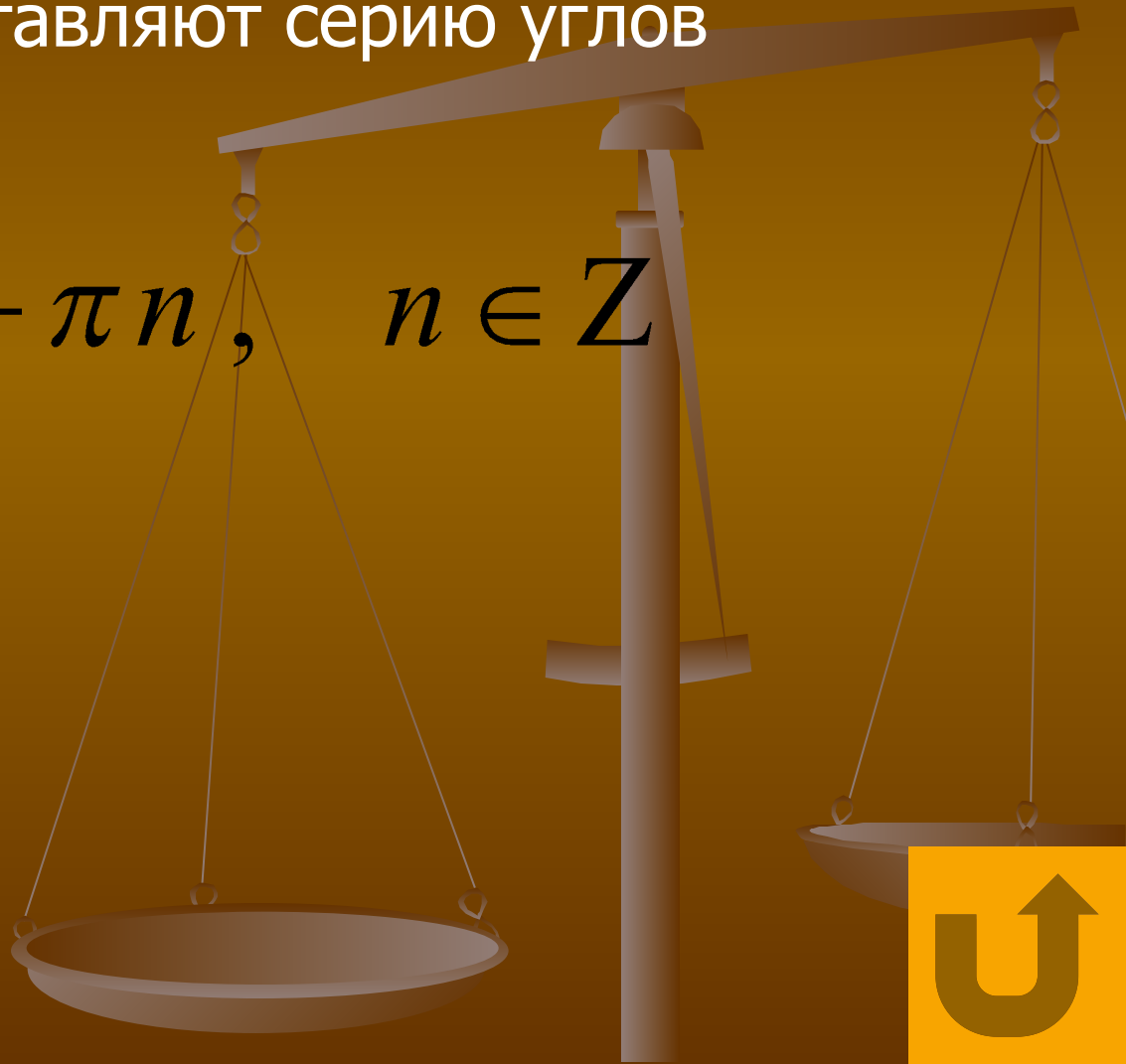
$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$$



Ответ

Все такие углы составляют серию углов

$$\alpha_n = \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Числовая окружность - 200

Решить уравнение

$$\sin t = \frac{1}{2}$$



Ответ

Учтем, что $\sin t$ — ордината точки $M(t)$ на числовой окружности. Значит, нужно найти на числовой окружности точки с ординатой $y = \frac{1}{2}$ и записать, каким числам t они соответствуют.

$$t = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad t = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Числовая окружность - 300

В трудах этого великого ученого, члена Российской академии наук, тригонометрия получила современный вид. Он начал рассматривать значения тригонометрических функций как числа-величины тригонометрических линий в круге, радиус которого принят за единицу. Он дал окончательное решение о знаках тригонометрических функций в разных четвертях, вывел все тригонометрические формулы из основных. Именно в его трудах впервые встречаются записи

$$\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$$

Ответ

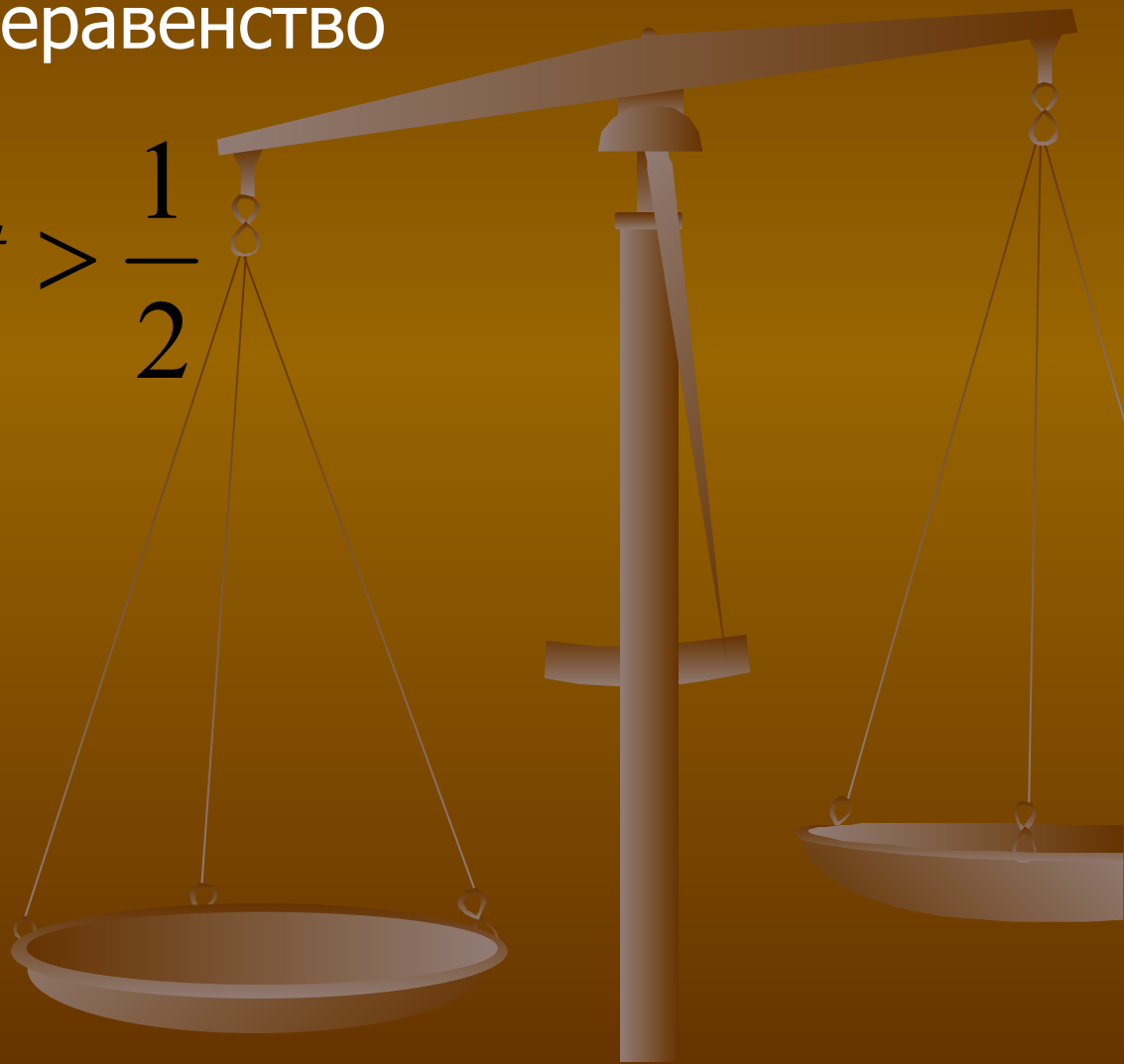
Леонард Эйлер
(1707-1783)



Числовая окружность - 400

Решить неравенство

$$\sin t > \frac{1}{2}$$



Ответ

Учтем, что $\sin t$ - это ордината точки $M(t)$ числовой окружности. Значит, нужно найти на числовой окружности точки с ординатой $y > \frac{1}{2}$ и записать, каким числам t они соответствуют

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Числовая окружность - 500

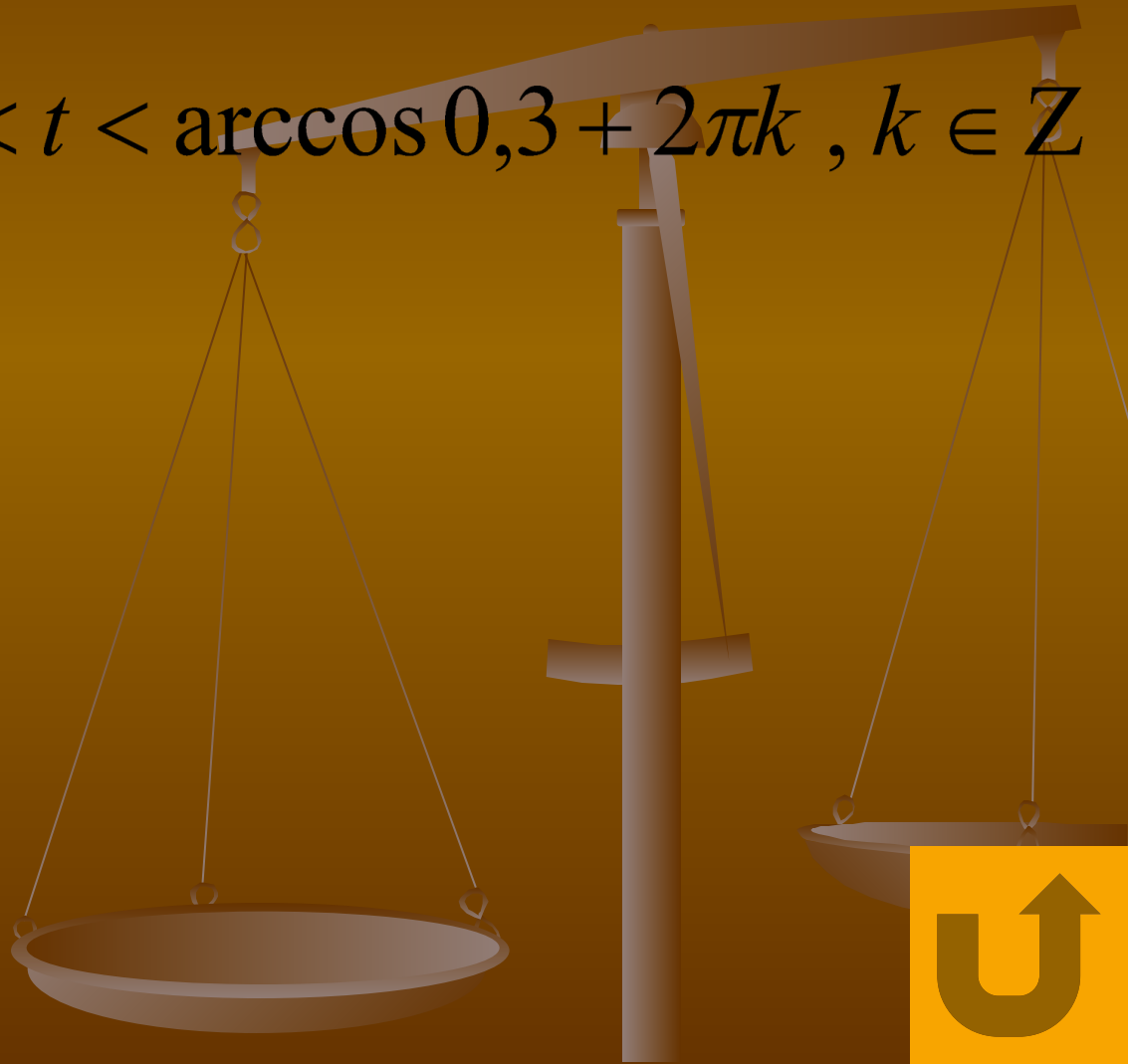
Решить неравенство

$$\cos t > 0,3$$



Ответ

$$-\arccos 0,3 + 2\pi k < t < \arccos 0,3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Решаем уравнения и неравенства - 100

Решите устно уравнение

$$-x^2 - 1 = -\cos x$$



Ответ

0



Решаем уравнения и неравенства - 200

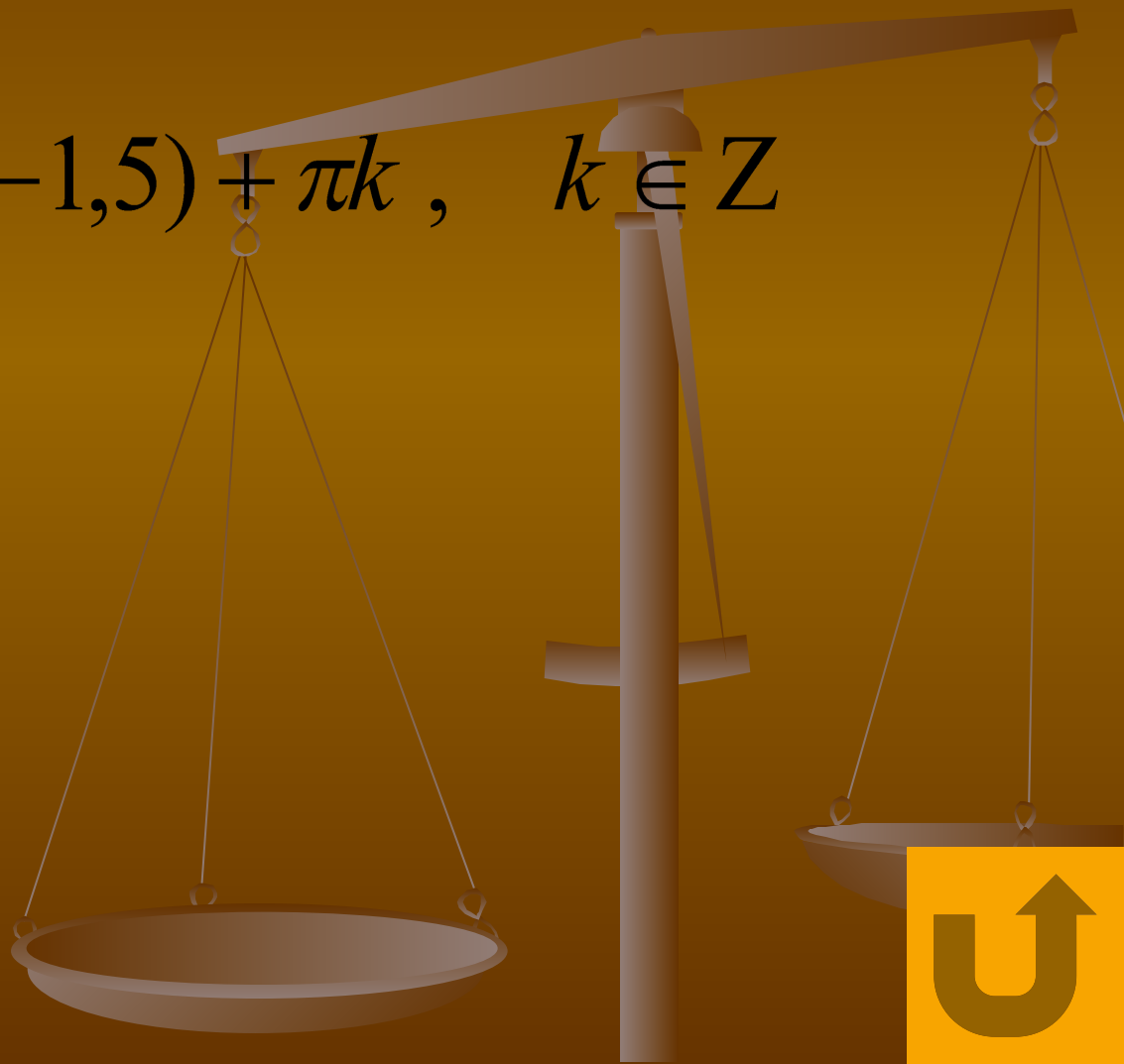
Решить уравнение

$$2 \sin x + 3 \cos x = 0$$



ОТВЕТ

$$x = \operatorname{arctg}(-1,5) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

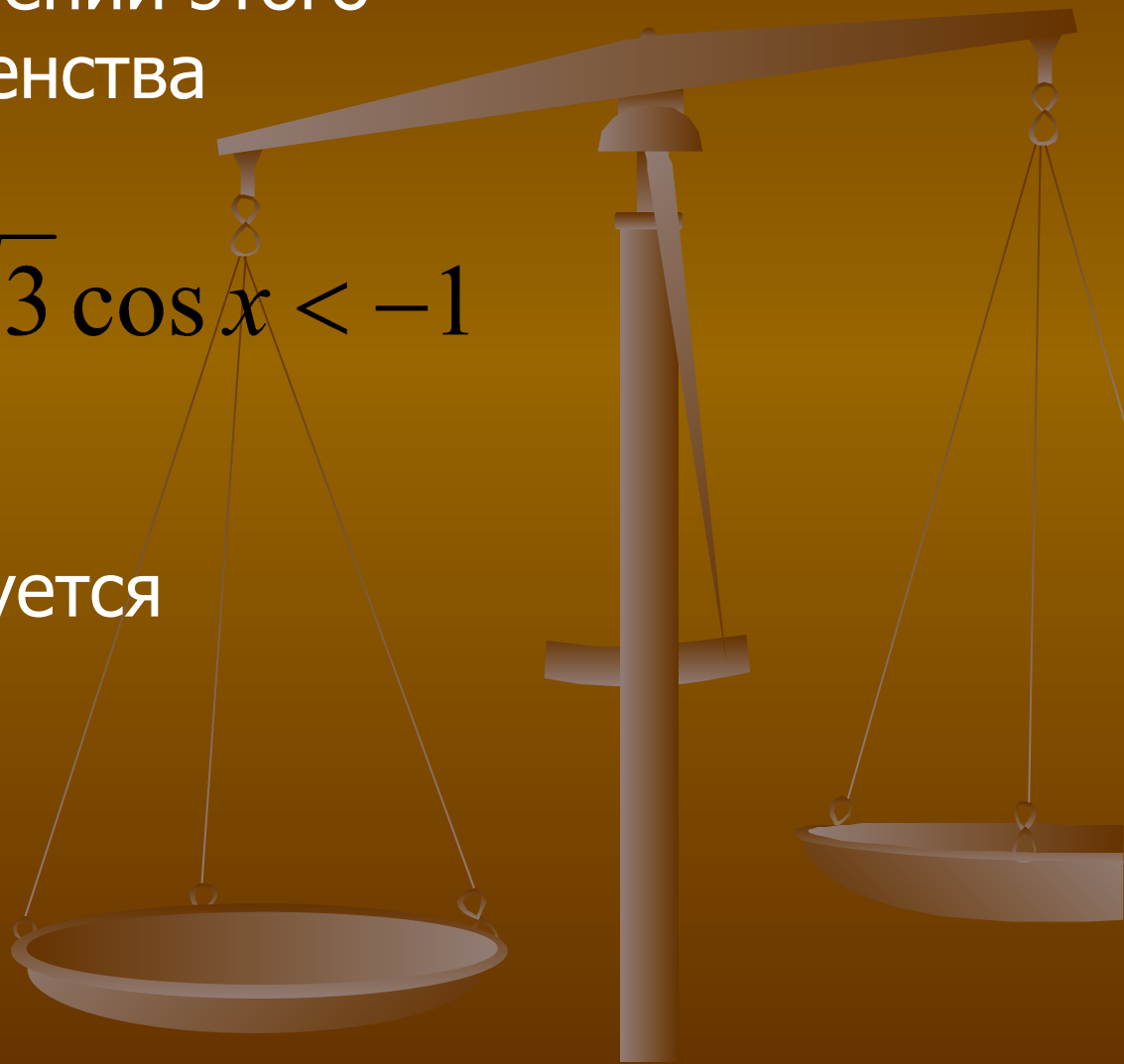


Решаем уравнения и неравенства - 300

При решении этого
неравенства

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x < -1$$

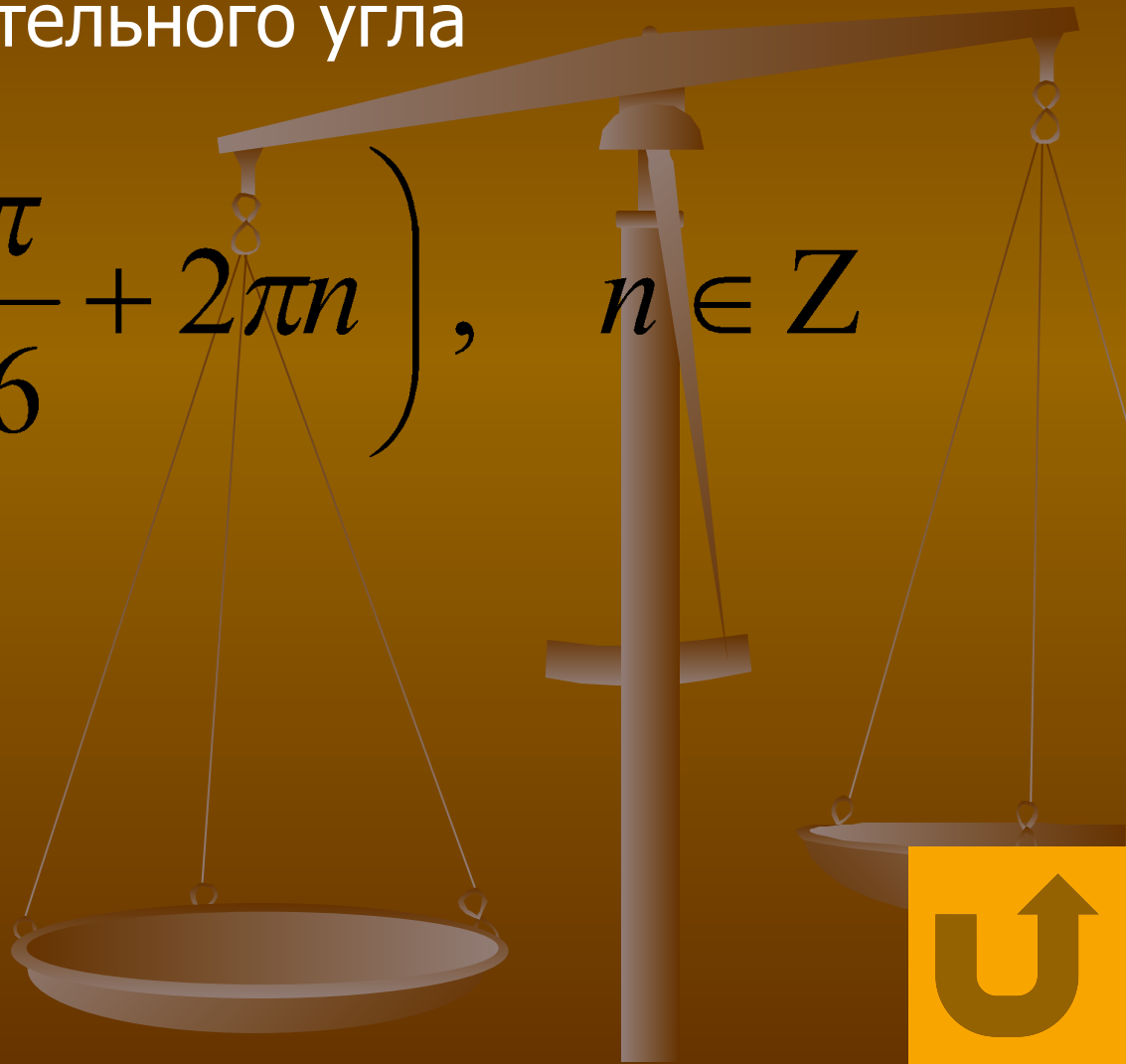
используется



Ответ

Введение вспомогательного угла

$$\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$



Решаем уравнения и неравенства - 400

Уравнение $2 \sin 2x + \sin x = \cos x = 1$
удобно
решать при помощи замены



ОТВЕТ

$$\sin x + \cos x = t$$

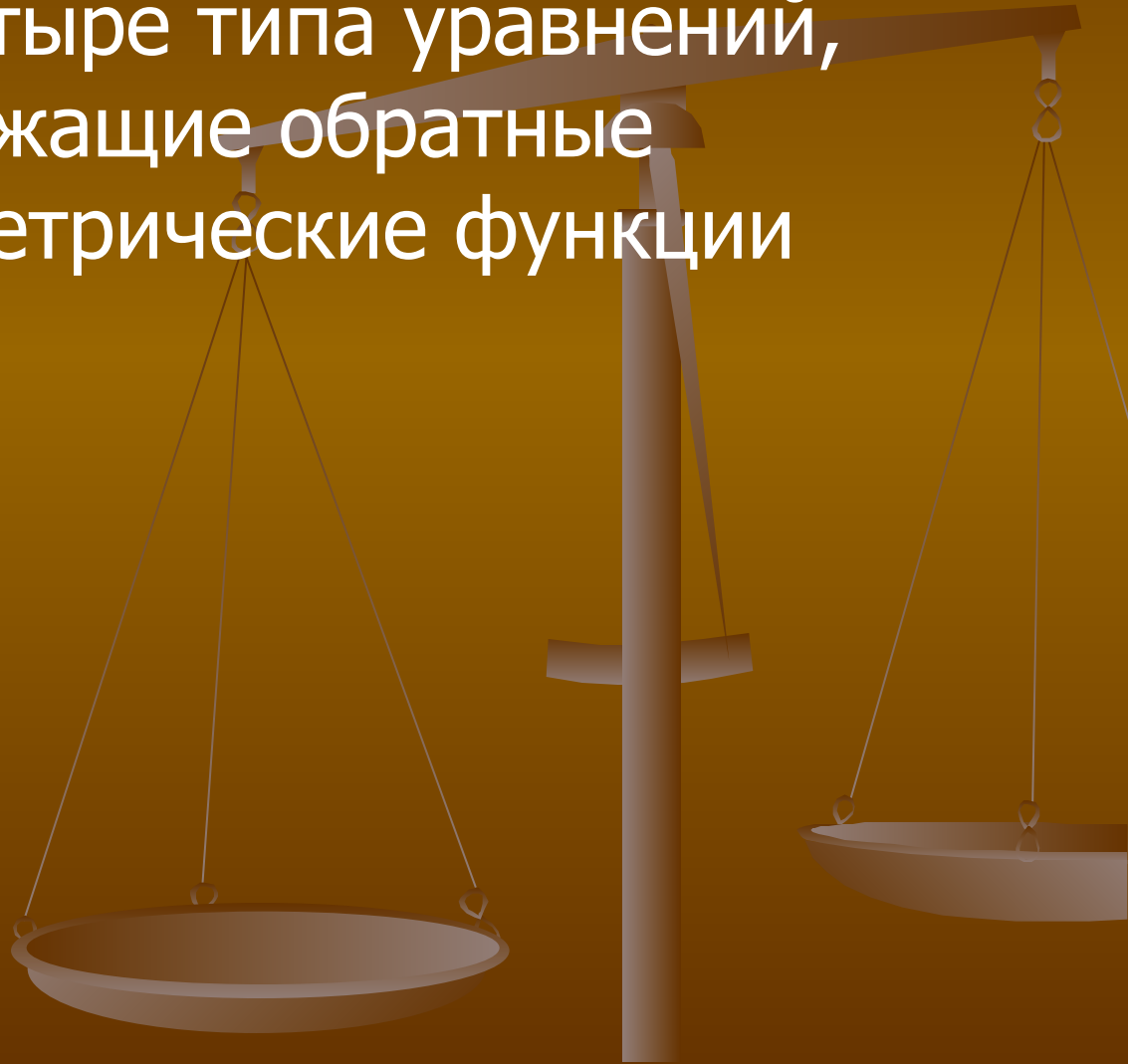
$$x_n = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x_k = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Решаем уравнения и неравенства - 500

Назовите четыре типа уравнений,
содержащие обратные
тригонометрические функции



Ответ

- простейшие;
- сводимые к алгебраическим;
- решаемые с использованием свойств функций;
- уравнения, решение которых основано на переходе к следствию (применение одной и той же тригонометрической функции к обеим частям уравнения)



Термины - 100

Этот термин буквально означает
«тетива лука», «струна»



Ответ

Хорда



Термины - 200

Этот термин означает «натянутая»



Ответ

Гипотенуза

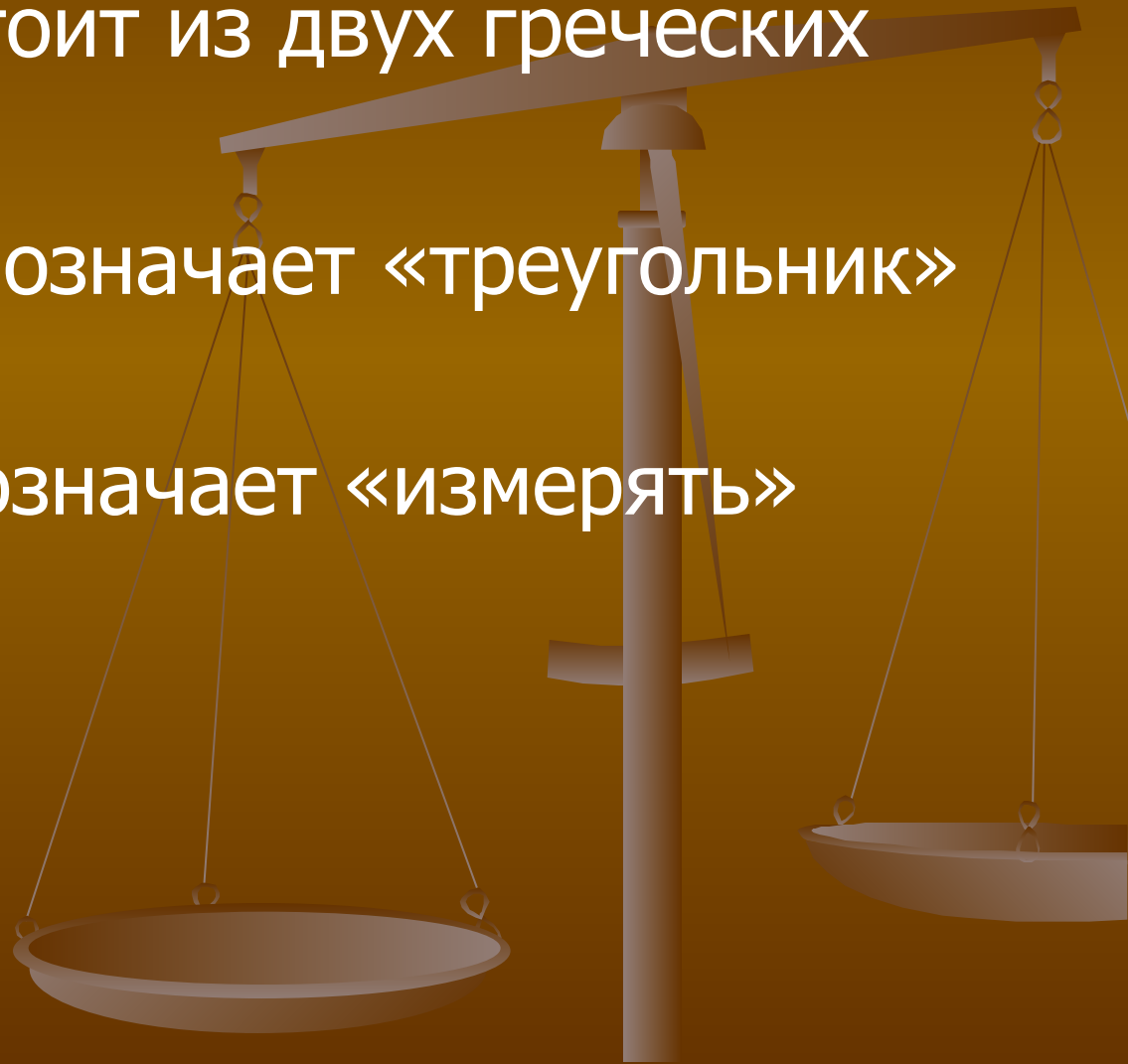


Термины - 300

Этот термин состоит из двух греческих слов:

«тригоном», что означает «треугольник»
и

«метрейн», что означает «измерять»



Ответ

Тригонометрия



Термины - 400

Именно это означает древний
термин «катет»



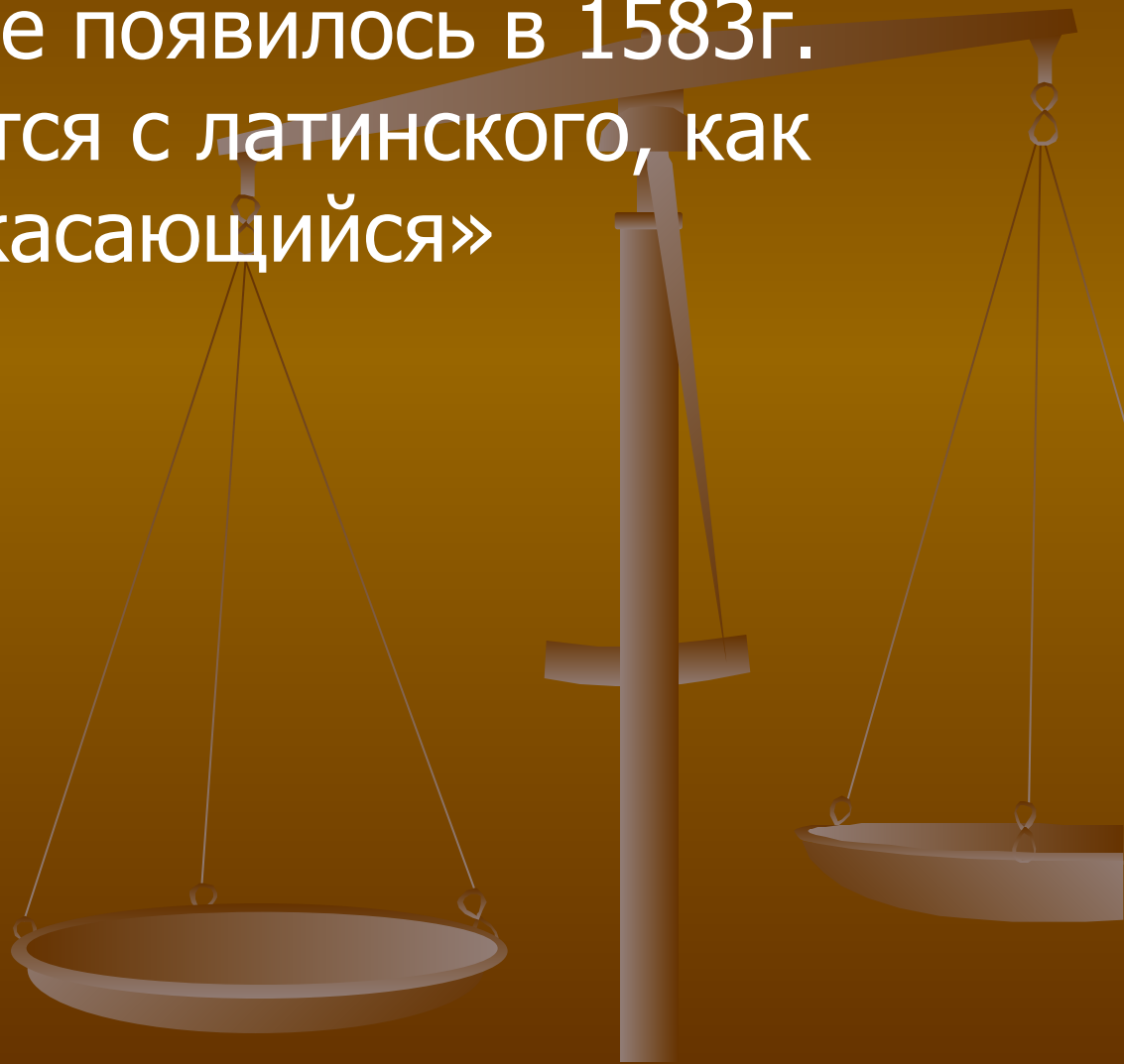
Ответ

Отвес



Термины - 500

Это название появилось в 1583г.
Переводится с латинского, как
«касающийся»



Ответ

Тангенс



Финал

Определить все a , при каждом из которых
неравенство

$$12 \sin x + 5 \cos x \leq a$$

имеет хотя бы одно решение



Ответ

$$a \geq -13$$

