# Урок 2

- Призма

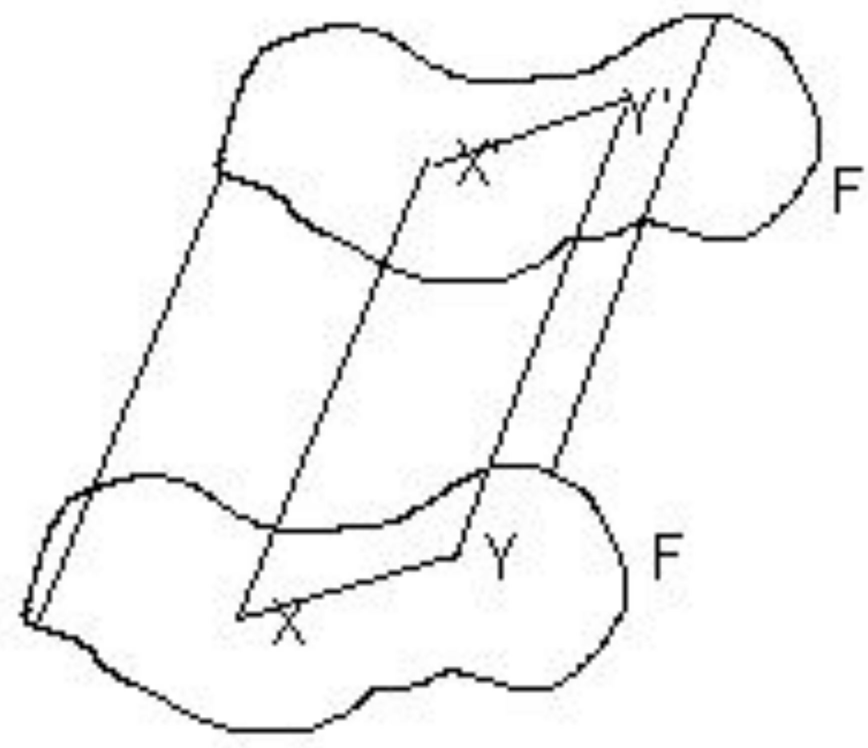
Сколько ребер может иметь выпуклый многогранник?

**Почему не может быть 7 ребер?**

Рассмотрим $F \subset \alpha$ и не принадлежащую прямой а. $\forall X \in F$ проведем равные отрезки XX’, параллельные а и лежащие относительно $\alpha$ в одном полупространстве.

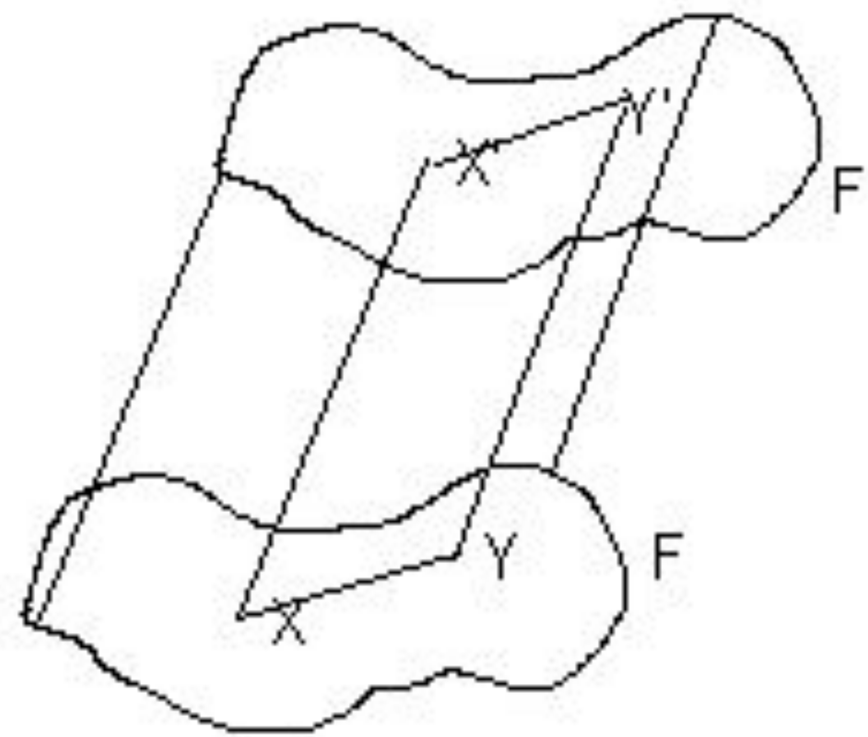
Фигура, образованная этими отрезками называется цилиндром.

Фигура F называется основанием цилиндра, а любой [XX’] – его образующей.



1) F’ = F,

2) Любое сечение цилиндра, параллельное плоскости основания, равно основанию



Определения.

1) ***Высотой цилиндра называется общий перпендикуляр к плоскостям его оснований*.**

2) ***Высотой цилиндра называется расстояние между его основаниями.***

***Цилиндр, основанием которой является многоугольник, называется призмой*.**

Сформулируйте определения боковых ребер и боковых граней призмы; высоты призмы

***Ребра, не лежащие в плоскостях оснований*;**
***грани, не являющиеся основаниями*;**
***общий перпендикуляр к основаниям, заключенный между их плоскостями (расстояние между плоскостями оснований)***

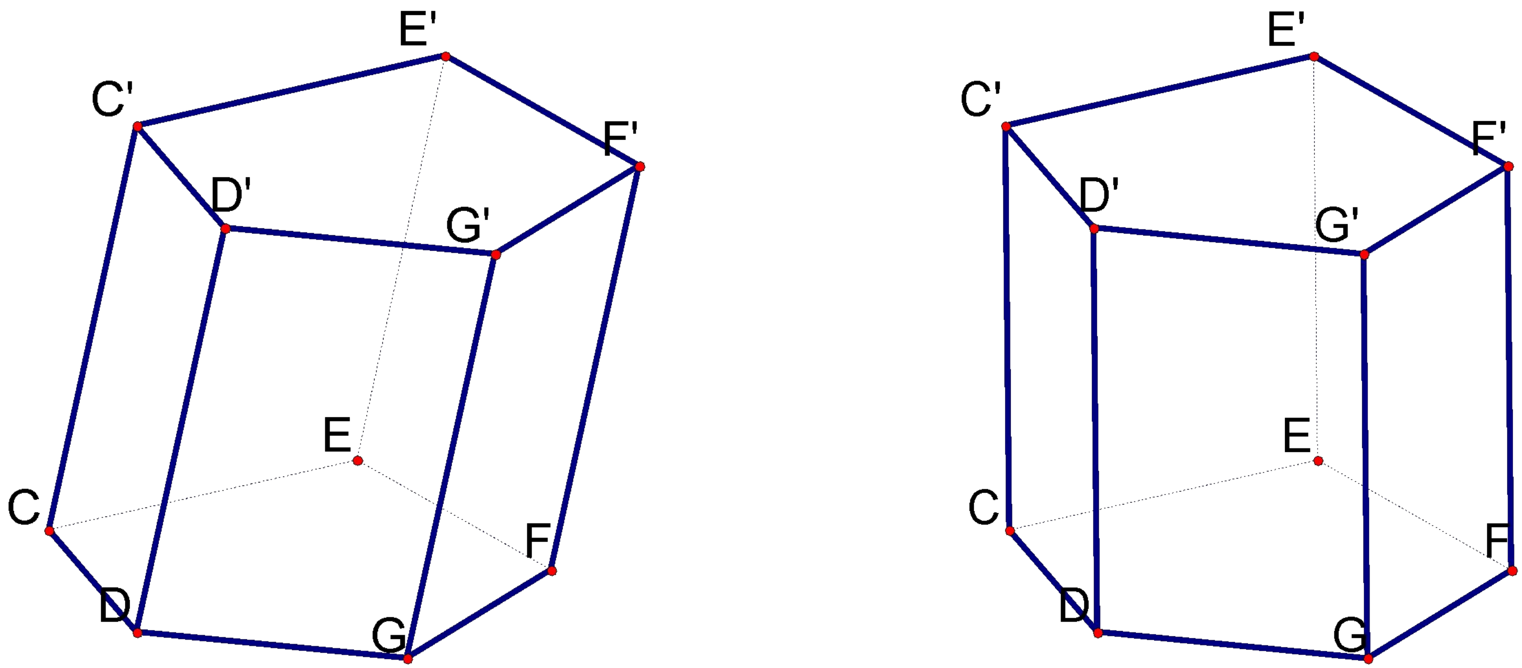
Какие свойства призмы следуют из свойств цилиндра?

***Равенство сечений призмы*, *параллельных основанию, в частности, равенство оснований призмы; равенство и параллельность боковых ребер и высот призмы*; *боковые грани – параллелограммы***

**Призмой называется многогранник,**
**у которого две грани, называемые основаниями,**
**равны и их соответственные стороны параллельны,**
**а остальные грани – параллелограммы,**
**у каждого из которых две стороны являются соответственными основаниями параллелограммов**

**Докажите, что это определение эквивалентно предыдущему.**

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что около призмы можно описать сферу.
Где расположен ее центр?



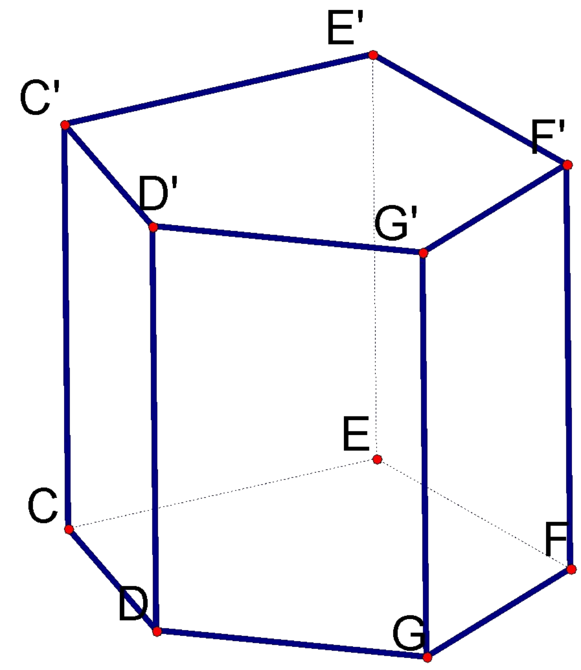

**Прямая призма, основание которой – вписанный многоугольник;**
**середина высоты, соединяющей центры окружностей, описанных около оснований**

Вокруг каких из разновидностей призм всегда можно описать сферу?

**Прямая треугольная; правильная.**

Верно ли, что в любую правильную призму можно вписать сферу?

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что в прямую призму можно вписать сферу. Где расположен ее центр?

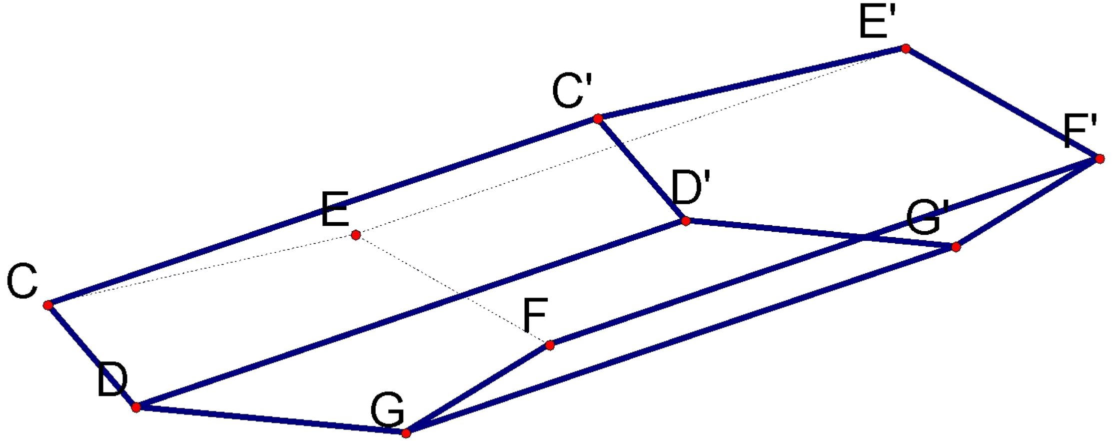



**Основание – описанный многоугольник, причем диаметр вписанной окружности равен высоте призмы;**

**Середина высоты, соединяющей центры окружностей, вписанных в основания**

Существую ли наклонные призмы,
в которые можно вписать сферу?

Почему условие, сформулированное
для прямой призмы,
не применимо для наклонной?

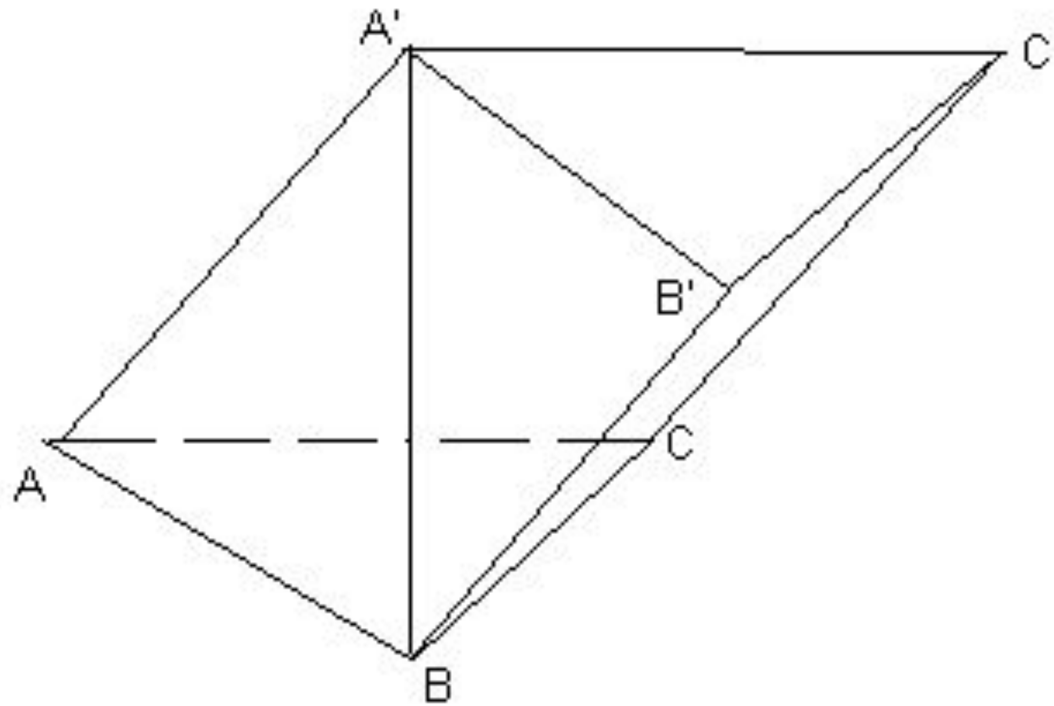


Существует ли треугольная призма, у которой:
а) ровно одна боковая грань — прямоугольник;
б) ровно две боковые грани — прямоугольники;
в) ровно одна грань перпендикулярна основанию;
г) ровно две грани перпендикулярны основанию;
д) боковое ребро перпендикулярно ровно одной стороне основания;
е) центр вписанной сферы не совпадает с центром описанной сферы?

1) Каждое ребро треугольной призмы ABCA’B’C’ имеет длину а.
Найдите углы наклона боковых ребер и граней к плоскости основания, если вершина А’ верхнего основания ортогонально проектируется в:
а) вершину В;
б) в центр О нижнего основания;
в) середину К ребра АС.

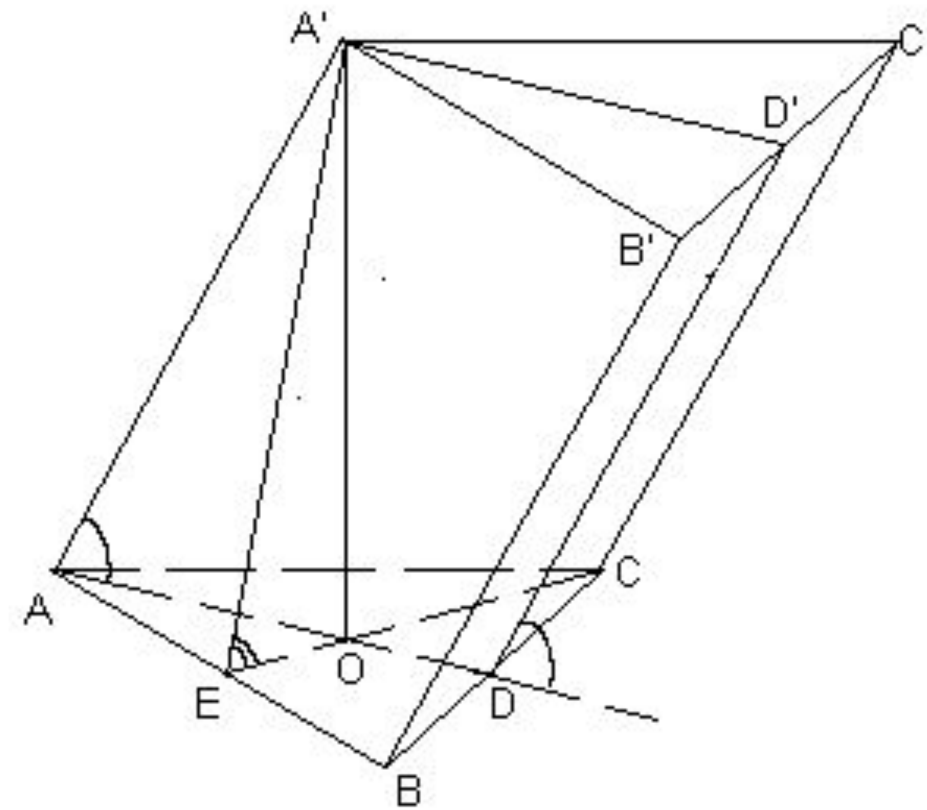
вершина A’ верхнего основания ортогонально проектируется в:

а) вершину B;



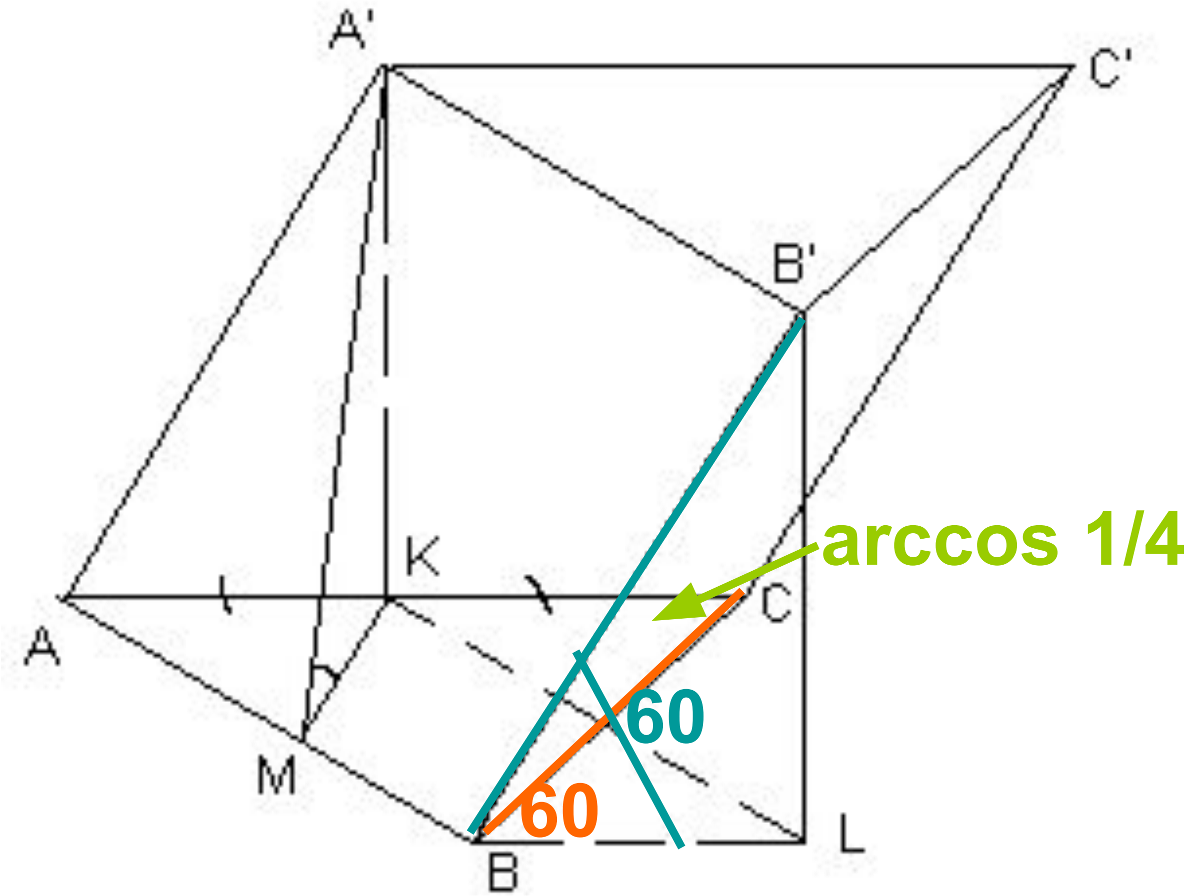
вершина A’ верхнего основания ортогонально проектируется в:

б) в центр O нижнего основания;



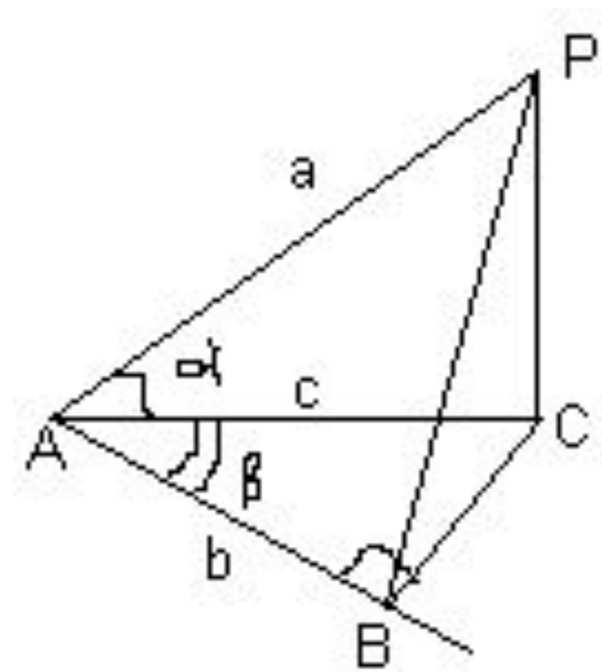
вершина A’ верхнего основания ортогонально проектируется в:

в) середину K ребра AC.



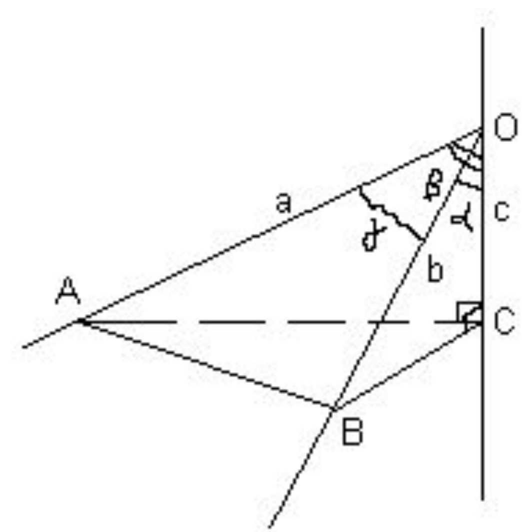
**Формула трех косинусов**

c – проекция наклонной a на плоскость $\gamma$;
$b \subset \gamma$; $\phi = \angle(a; b)$; $\alpha = \angle(a; c)$; $\beta = \angle(b; c)$.
<u>Тогда</u>: $\cos\phi = \cos\alpha \cdot \cos\beta$.



# Теорема косинусов для трехгранного угла

тогда $\cos\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\hat{C}$




<u>Следствие</u>. ***Если*** $\hat{C}$ ***= 90°, то*** $\cos\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta$ **–**

**аналог теоремы Пифагора*!***

Теорема синусов для трехгранного угла

$$\frac{\sin\hat{a}}{\sin\alpha} = \frac{\sin\hat{b}}{\sin\beta} = \frac{\sin\hat{c}}{\sin\gamma}$$