

Таблицы

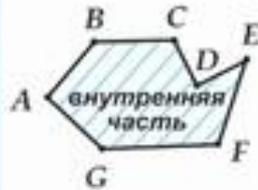
Геометрия 8 класс

Содержание:

1. Многоугольники
2. Параллелограмм и трапеция
3. Прямоугольник, ромб, квадрат
4. Площадь многоугольника
5. Площадь треугольника, параллелограмма и трапеции
6. Теорема Пифагора
7. Подобные треугольники
8. Признаки подобия треугольников
9. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника
10. Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности
11. Центральные и вписанные углы
12. Вписанная и описанная окружность
13. Понятие вектора
14. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число
15. Осевая и центральная симметрия

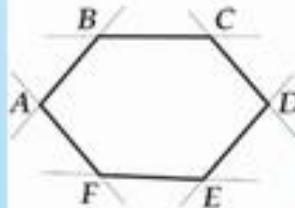


МНОГОУГОЛЬНИКИ



$ABCDEFG$ – многоугольник: смежные отрезки (AB и BC , BC и CD , ...) не лежат на одной прямой, а несмежные (AB и CD , BC и FG , ...) не пересекаются. A, B, \dots, G – вершины; AB, BC, \dots, GA – стороны; $AB + BC + \dots + GA$ – периметр.

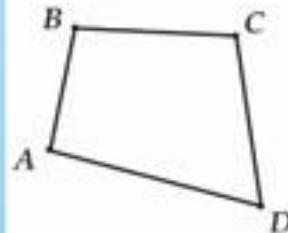
Многоугольник $ABCDEFG$ – 7-угольник; многоугольник с n вершинами – n -угольник.



$ABCDEF$ – выпуклый многоугольник: он лежит в одной полуплоскости относительно каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

Теорема

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ (n - 2)$

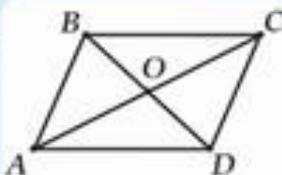


$ABCD$ – выпуклый четырехугольник. AB и CD ; BC и AD – противоположные стороны. A и C , B и D – противоположные вершины.

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ И ТРАПЕЦИЯ



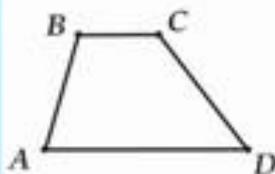
$ABCD$ – параллелограмм – такой четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны: $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$

Свойства параллелограмма:

- 1) В параллелограмме противоположные стороны и углы равны: $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
- 2) Точка пересечения диагоналей параллелограмма делит их пополам: $AO = OC$, $BO = OD$

Признаки параллелограмма:

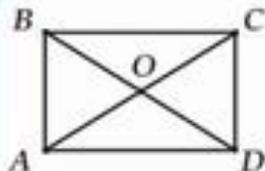
- 1) Если в некотором четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
- 2) Если в некотором четырехугольнике две противоположные стороны параллельны и равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
- 3) Если диагонали некоторого выпуклого четырехугольника точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.



$ABCD$ – трапеция – такой четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие – нет. BC и AD – основания трапеции; AB и CD – боковые стороны трапеции. Если $AB = CD$, то $ABCD$ – равнобедренная трапеция. Если $AB \perp AD$ или $CD \perp AD$, то $ABCD$ – прямоугольная трапеция.



ПРЯМОУГОЛЬНИК, РОМБ, КВАДРАТ



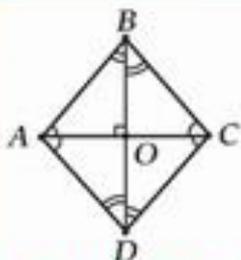
Прямоугольник – это параллелограмм, все углы которого прямые.

**Свойство
прямоугольника:**

Диагонали прямоугольника равны ($AC = BD$)

**Признак
прямоугольника:**

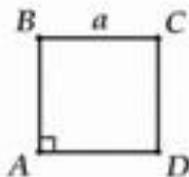
Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник.



Ромб – это параллелограмм, все стороны которого равны: $AB = BC = CD = AD$

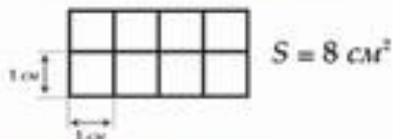
Свойство ромба:

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны ($AC \perp BD$) и являются биссектрисами его углов (AC - биссектриса углов A и C ; BD - биссектриса углов B и D)

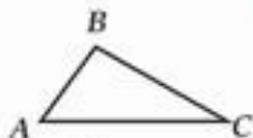


Квадрат – это прямоугольник, одновременно являющийся ромбом. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и являются биссектрисами углов квадрата. a – сторона квадрата.

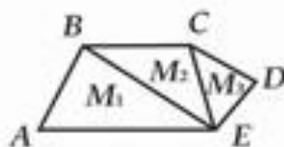
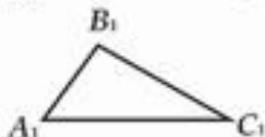
ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА



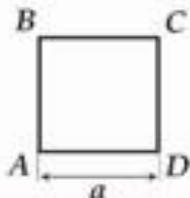
Свойство площади:



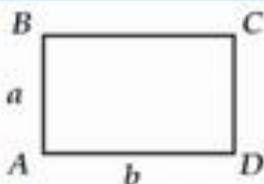
1) У равных многоугольников равные площади: если, например, $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$, то $S_{ABC} = S_{A_1B_1C_1}$.



2) Площадь многоугольника, составленного из нескольких многоугольников, равна сумме площадей этих многоугольников: например, $S_{ABCE} = S_{M_1} + S_{M_2} + S_{M_3}$; $S_{ABCE} = S_{M_1} + S_{M_2}$.



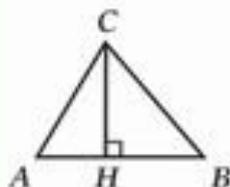
$ABCD$ – квадрат; $AD = a$,
тогда $S_{ABCD} = a^2$



$ABCD$ – прямоугольник;
 $AB = a$, $AD = b$, тогда $S_{ABCD} = a \cdot b$

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА, ПАРАЛЛЕЛОГРАММА И ТРАПЕЦИИ

Площадь треугольника:

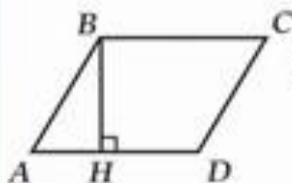


В $\triangle ABC$ CH – высота, т.е. $CH \perp AB$

Тогда

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

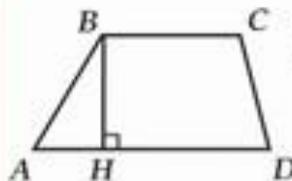
Площадь параллелограмма:



Если $ABCD$ – параллелограмм
и BH – его высота, т.е. $BH \perp AD$, то

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

Площадь трапеции:

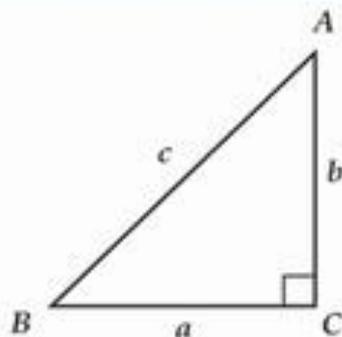
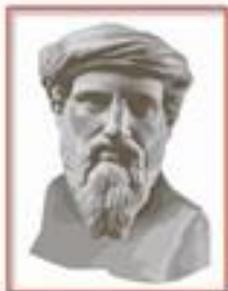


Если $ABCD$ – трапеция
и BH – ее высота, т.е. $BH \perp AD$, то

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC) \cdot BH$$



ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



ΔABC – прямоугольный;
 $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$.

Тогда: $c^2 = a^2 + b^2$;

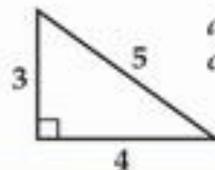
квадрат гипотенузы равен сумме
квадратов катетов.

Следствие:

Длины катетов прямоугольного
треугольника можно вычислить
по формулам:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}; b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Пример:



$$a = 3, b = 4, c = 5$$

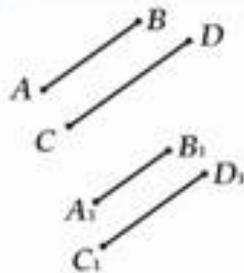
$$c^2 = 25 = 9 + 16 = a^2 + b^2$$

Обратная теорема:

Если в треугольнике квадрат
одной его стороны равен сумме
квадратов двух других сторон,
то данный треугольник
прямоугольный.



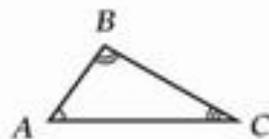
ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Пропорциональность отрезков:

AB и CD пропорциональны A_1B_1 и C_1D_1 , если

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$$

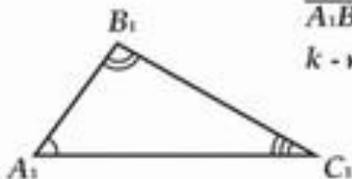


Два треугольника подобны, если их углы равны, а стороны пропорциональны:

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, если $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$;

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

k - коэффициент подобия.



$k < 1$, если $AB < A_1B_1$

$k > 1$, если $AB > A_1B_1$

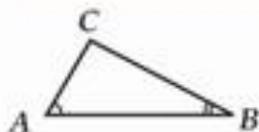
Если $k = 1$, то треугольники равны.

Отношение площадей подобных треугольников
Если треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны с коэффициентом подобия k , то:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

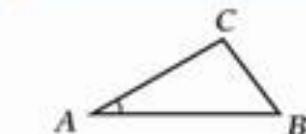
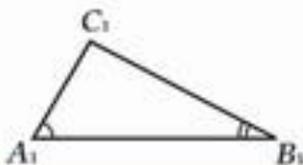


ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



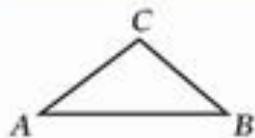
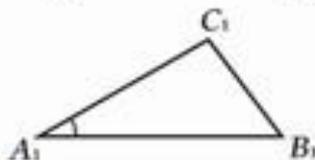
1^o признак
подобия треугольников
($\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$):

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.



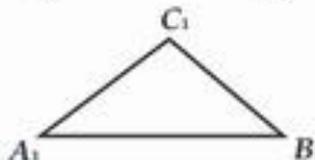
2^o признак
подобия треугольников
($\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ и $\angle A = \angle A_1$):

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы между этими сторонами равны, то эти треугольники подобны.

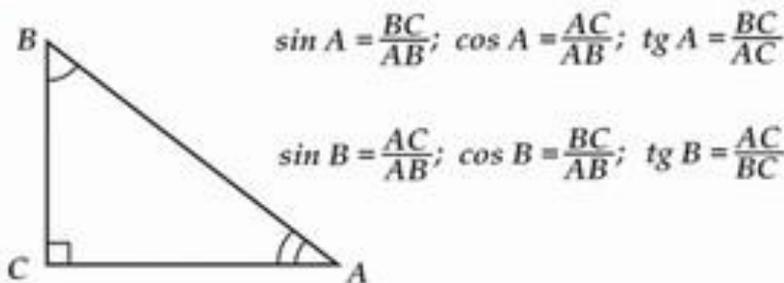


3^o признак
подобия треугольников
($\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$):

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники подобны.



СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Основное тригонометрическое тождество:
 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Значения тригонометрических функций
 некоторых углов

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

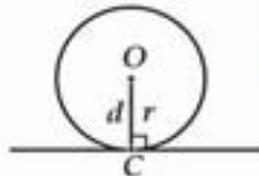


ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ. КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ



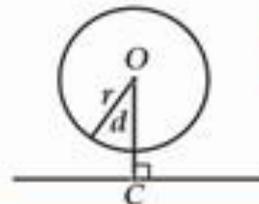
1) Расстояние d от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности r :

$d < r$: 2 общие точки



2) Расстояние d от центра окружности до прямой равно радиусу окружности r :

$d = r$: 1 общая точка

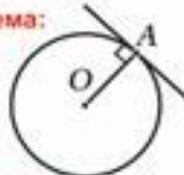


3) Расстояние d от центра окружности до прямой больше радиуса окружности r :

$d > r$: нет общих точек

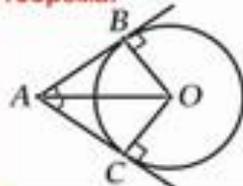
Касательная к окружности – это прямая, имеющая с ней только одну общую точку.

Теорема:



Прямая, проходящая через конец радиуса, лежащий на окружности, является касательной к окружности тогда и только тогда, когда она перпендикулярна этому радиусу.

Теорема:



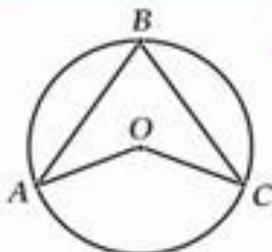
Если AB, AC – касательные к окружности с центром в точке O , то $AB = AC$ и $\angle BAO = \angle CAO$



ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

Центральный угол – это угол с вершиной в центре окружности.

Вписанный угол – это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность.



Теорема:

Вписанный угол равен половине соответствующего ему центрального угла:

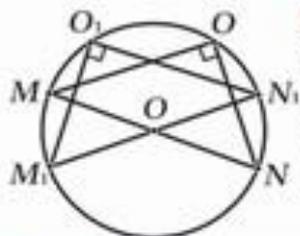
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$



Свойство 1:

Вписанные углы, которые опираются на одну и ту же дугу (хорду), равны.

$$\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$$



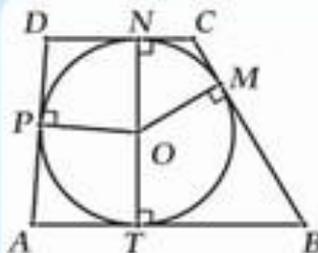
Свойство 2:

Вписанный угол, который опирается на полуокружность (диаметр), равен 90° .

$$\angle MON = \angle M_1O_1N_1 = 90^\circ$$



ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ



Вписанная окружность

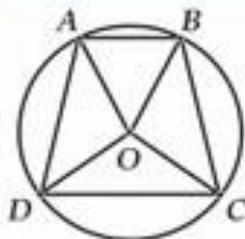
Окружность называется вписанной в многоугольник, если все стороны этого многоугольника касаются окружности.

Теорема:

Если окружность вписана в четырехугольник, то суммы противоположных сторон этого четырехугольника равны, и наоборот.

$$AD + BC = CD + AB$$

AB, BC, CD, AD – касательные к окружности:
 $OT \perp AB, OM \perp BC,$
 $ON \perp CD, OP \perp AD$



Описанная окружность

Окружность называется описанной около многоугольника, если все вершины этого многоугольника лежат на окружности.

Теорема:

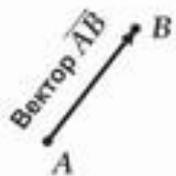
Если окружность описана около четырехугольника, то сумма противоположных углов этого четырехугольника равна 180° .

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$



ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Конец вектора

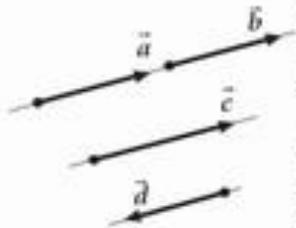


Начало вектора

Вектор – это направленный отрезок, то есть такой отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек является его началом, а какая – концом.

Длина вектора \overline{AB} – это длина отрезка AB (обозначается $|\overline{AB}|$)

Два вектора называются коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.



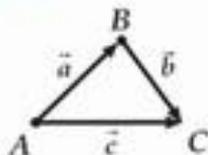
\vec{a} , \vec{b} , \vec{c} и \vec{d} – коллинеарные.

\vec{a} , \vec{b} и \vec{c} сонаправлены;
 \vec{a} и \vec{d} , \vec{b} и \vec{d} , \vec{c} и \vec{d}
противоположно направлены.

$\vec{a} = \vec{b}$, если \vec{a} и \vec{b} сонаправлены
и $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ. УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

**Правило
треугольника:**



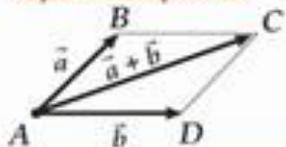
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

(или $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$)

Свойства сложения векторов:

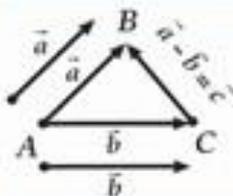
- 1) $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
- 2) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- 3) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

**Правило
параллелограмма:**



$$\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$$

(ABCD - параллелограмм)

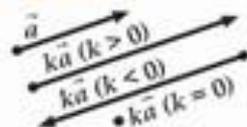


Разность векторов:

$\vec{a} - \vec{b}$ - это такой вектор \vec{c} , что $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$

$$\overline{CB} = \overline{AB} - \overline{AC}$$

**Умножение вектора
на число:**



Произведение $\vec{a} \neq \vec{0}$ на $k \in \mathbb{R}$ - это такой вектор $\vec{b} = k\vec{a}$, который сонаправлен \vec{a} при $k > 0$ и противоположно направлен \vec{a} при $k < 0$, и длина которого $|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

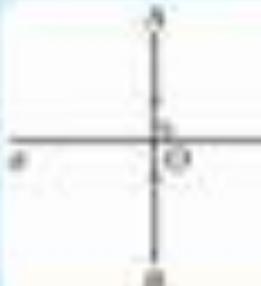
При $k = 0$ $\vec{b} = 0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$



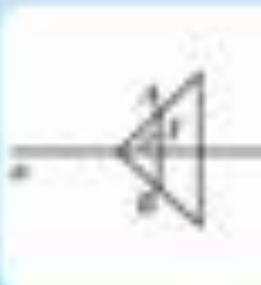
ОСЕВАЯ И ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ



Точки A и B симметричны относительно точки O , если $O \in AB$ и $AO = OB$.

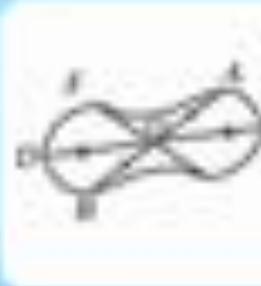


Точки A и B симметричны относительно прямой a , если $a \perp AB$ и $AO = OB$.
 O – точка пересечения отрезка AB с прямой a .



Некоторые фигуры F называются симметричными относительно прямой a , если для любой точки A , принадлежащей F , точка B , симметричная точке A относительно прямой a , также принадлежит фигуре F .

a – ось симметрии фигуры F .



Некоторые фигуры F называются симметричными относительно точки O , если для любой точки A , принадлежащей F , точка B , симметричная точке A относительно точки O , также принадлежит фигуре F .

O – центр симметрии фигуры F .

