

# Теорема

*Геометрия 10*

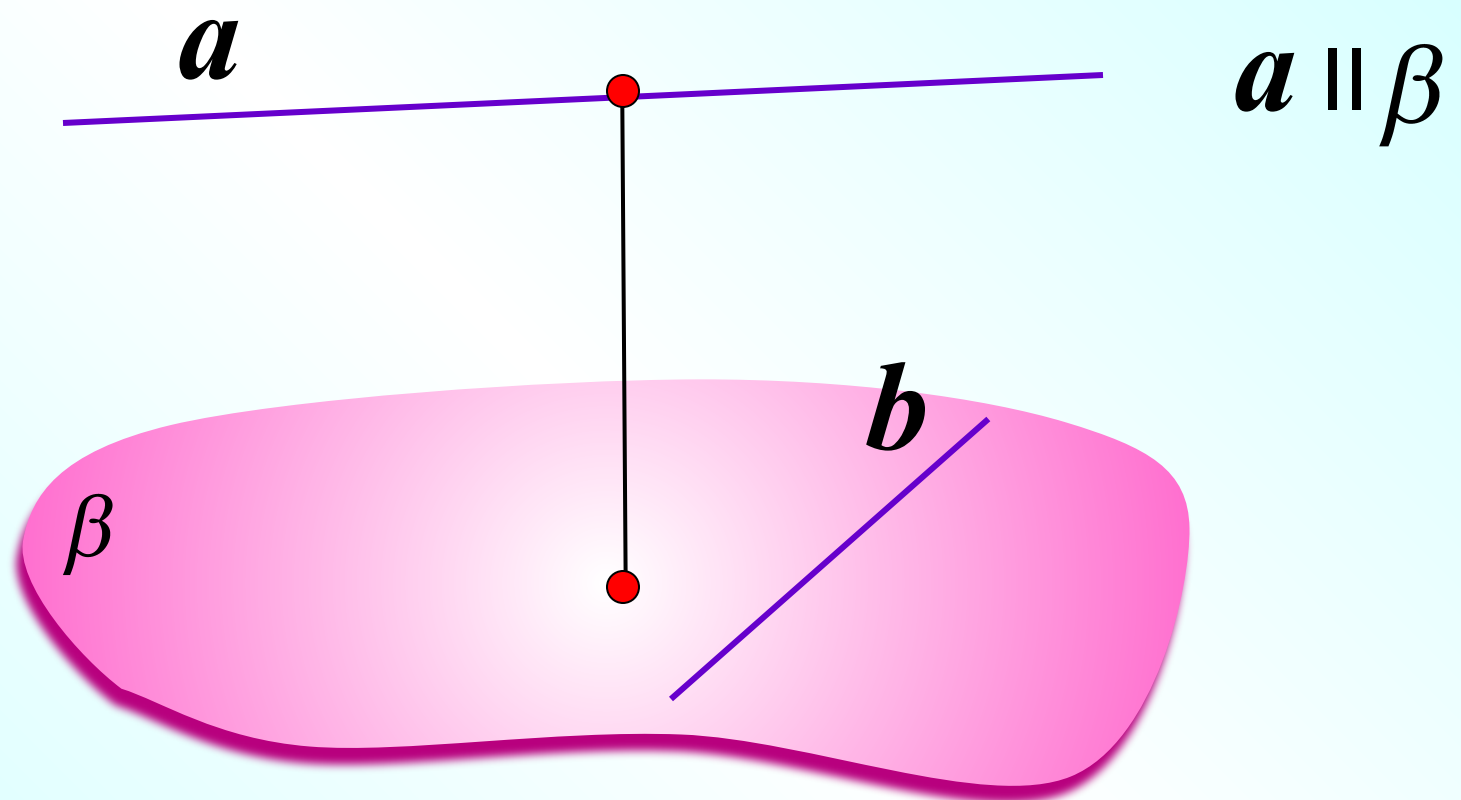
*о трех перпендикулярах*

Методическая разработка Савченко Е.М.

МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

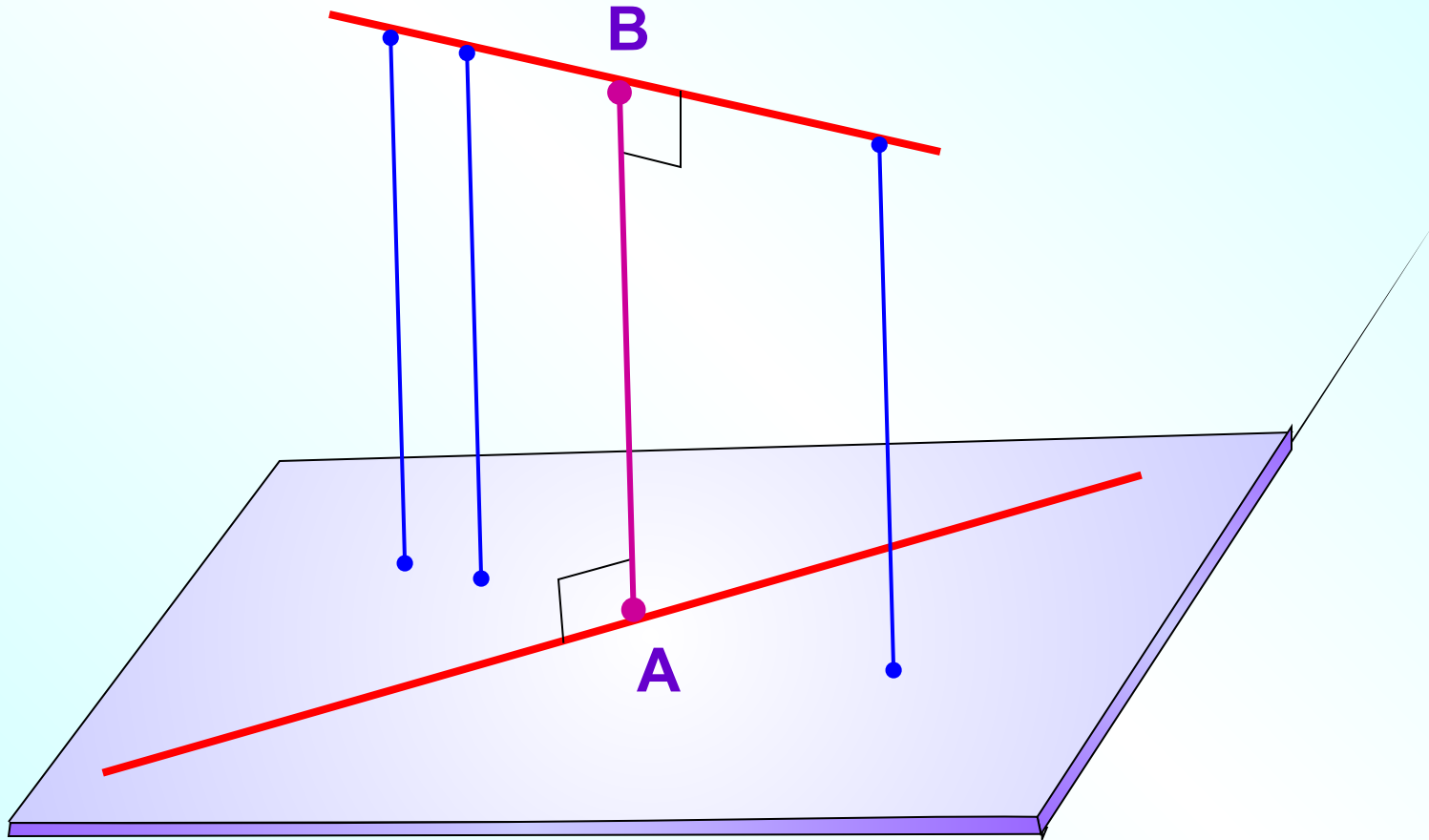
Если две прямые скрещиваются, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

$a \perp b$



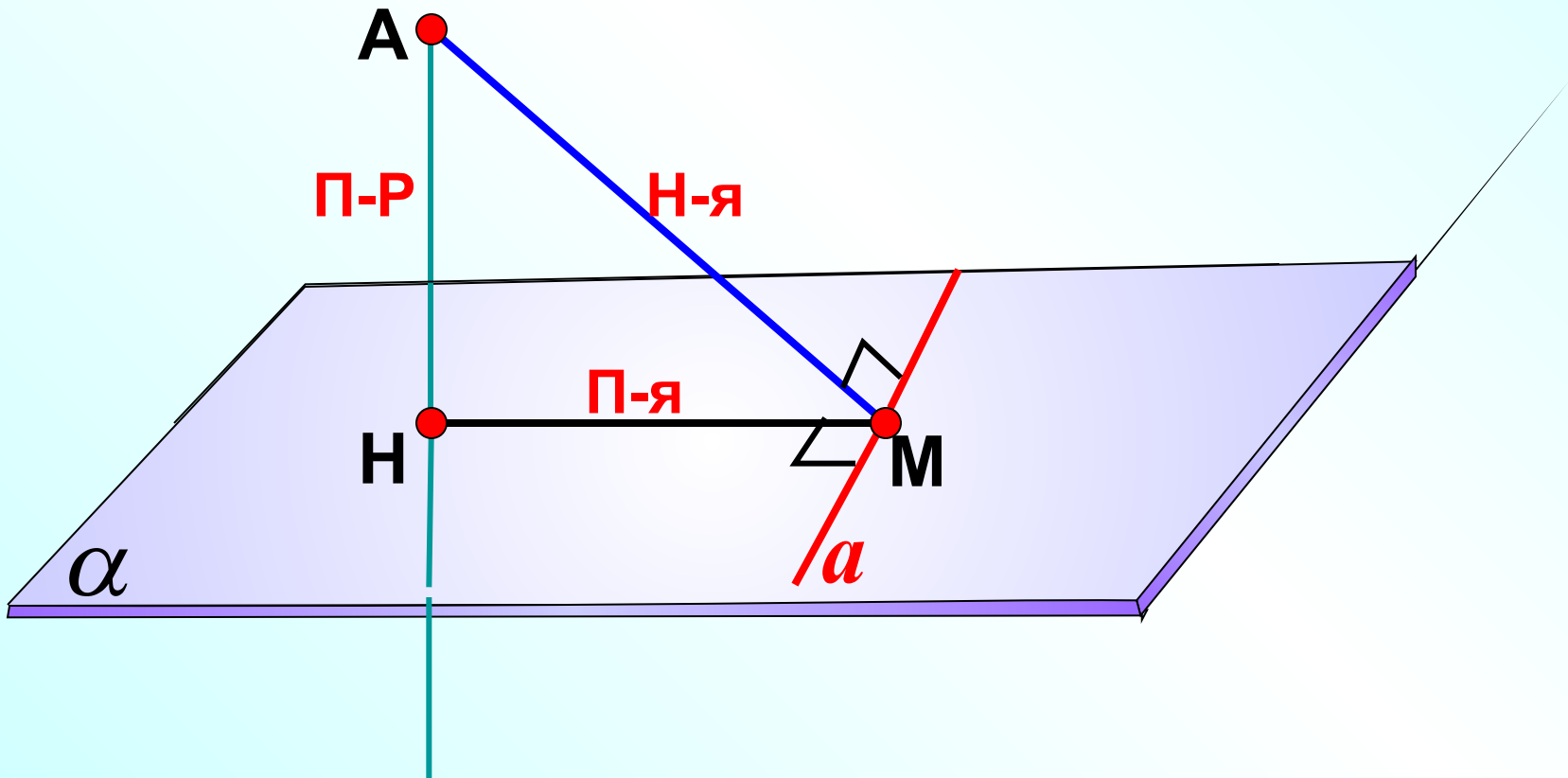
Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.

Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми и плоскостью, проходящей параллельно одной из них, равно первоначальному расстоянию между скрещивающимися прямыми.  
На рисунке  $AB$  — общий перпендикуляр.



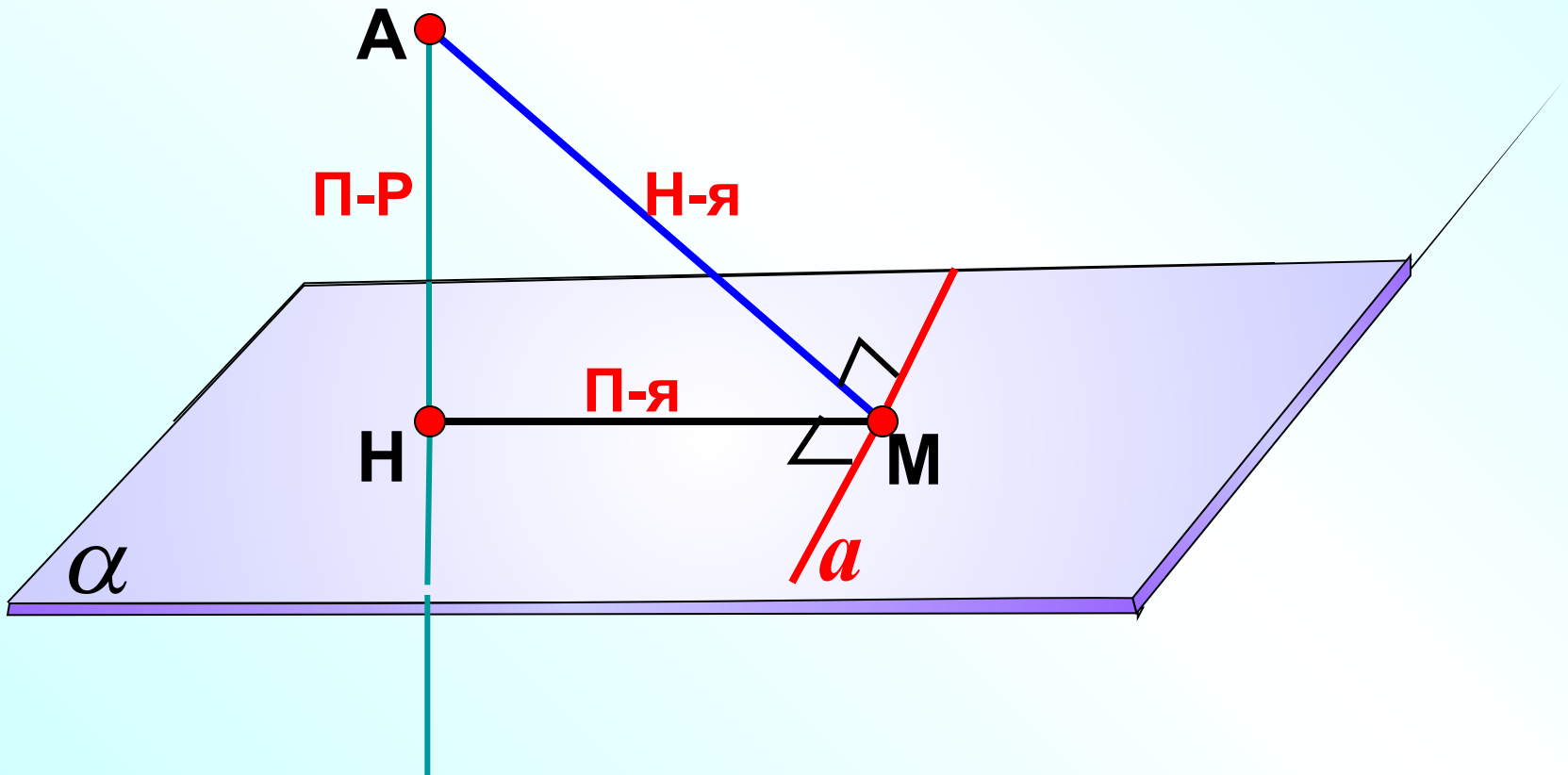
## Повторение. Теорема о трех перпендикулярах.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



## Повторение. Обратная теорема.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Из точки М проведен перпендикуляр МВ к плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что треугольники AMD и MCD прямоугольные.

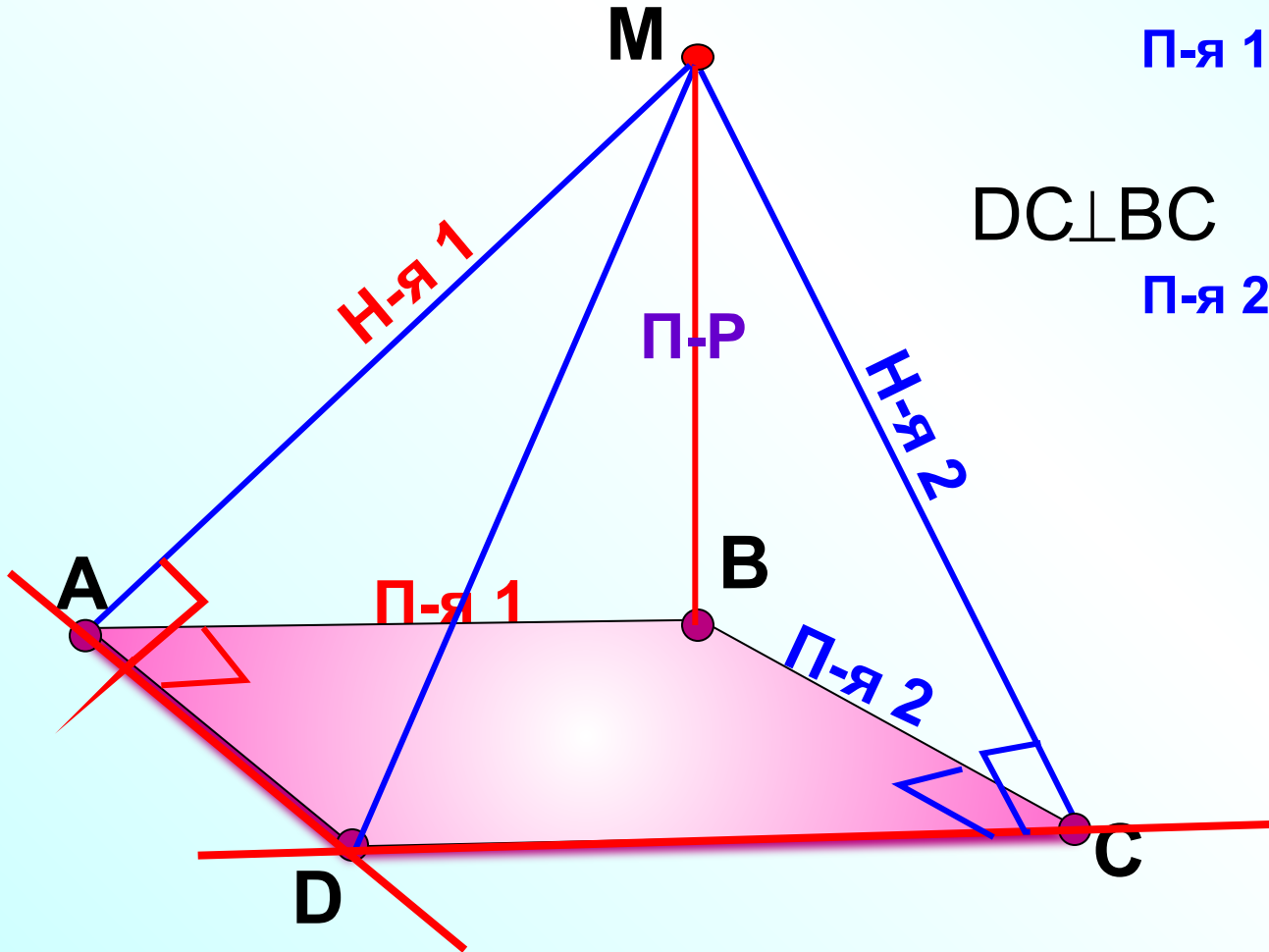
**№147.**

$$AD \perp AB \xRightarrow{\text{ТТП}} AD \perp AM$$

П-я 1 Н-я 1

$$DC \perp BC \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp CM$$

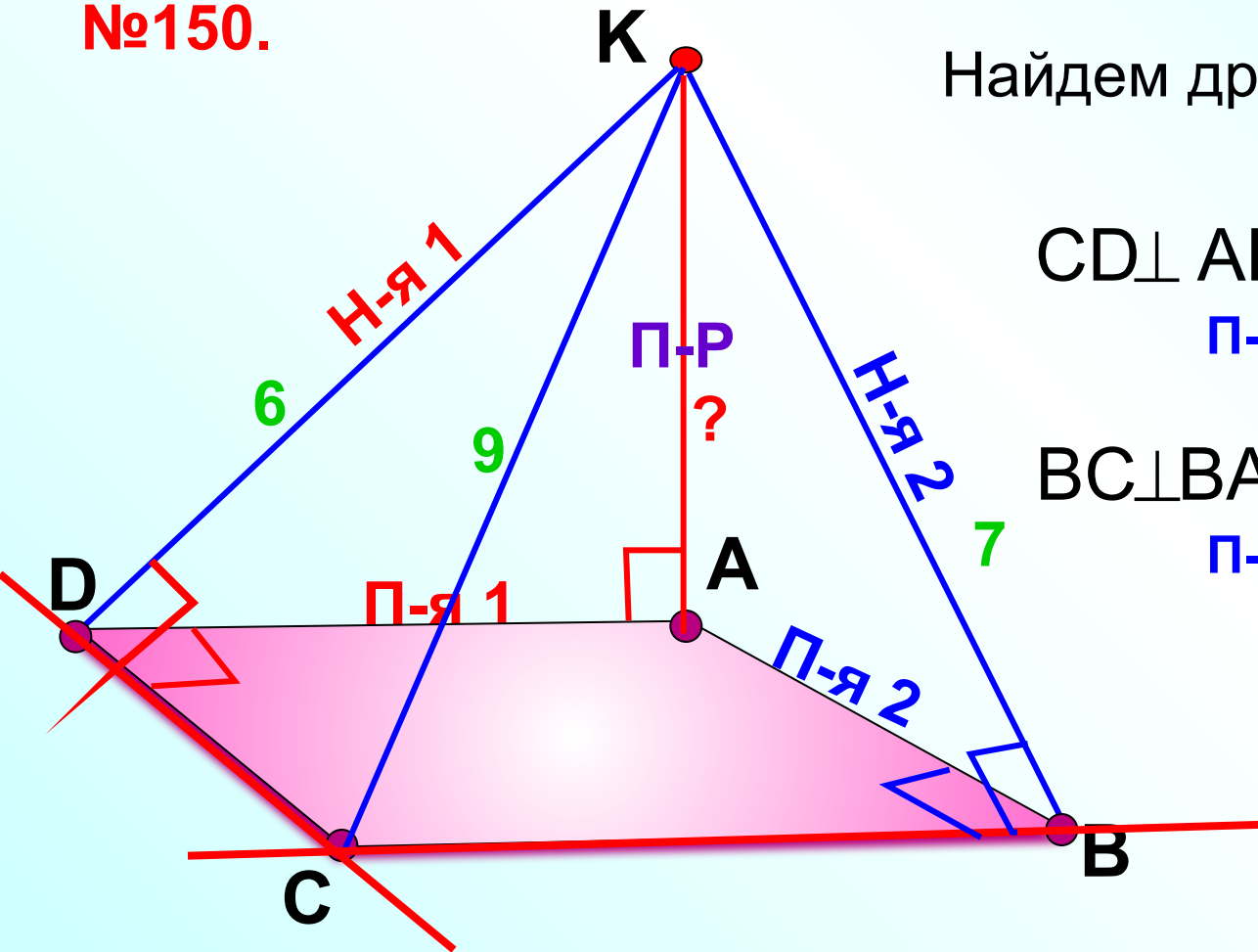
П-я 2 Н-я 2



Через вершину А прямоугольника ABCD проведена прямая АК, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что  $KD = 6$  см,  $KB = 7$  см,  $KC = 9$  см. Найдите:

- а) расстояние от точки К до плоскости прямоугольника ABCD; **КА – искомое расстояние**  
 б) расстояние между прямыми АК и CD. **AD – общий перпендикуляр**  
**AD – искомое расстояние**

**№150.**



Найдем другие прямые углы...

$$CD \perp AD \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad CD \perp DK$$

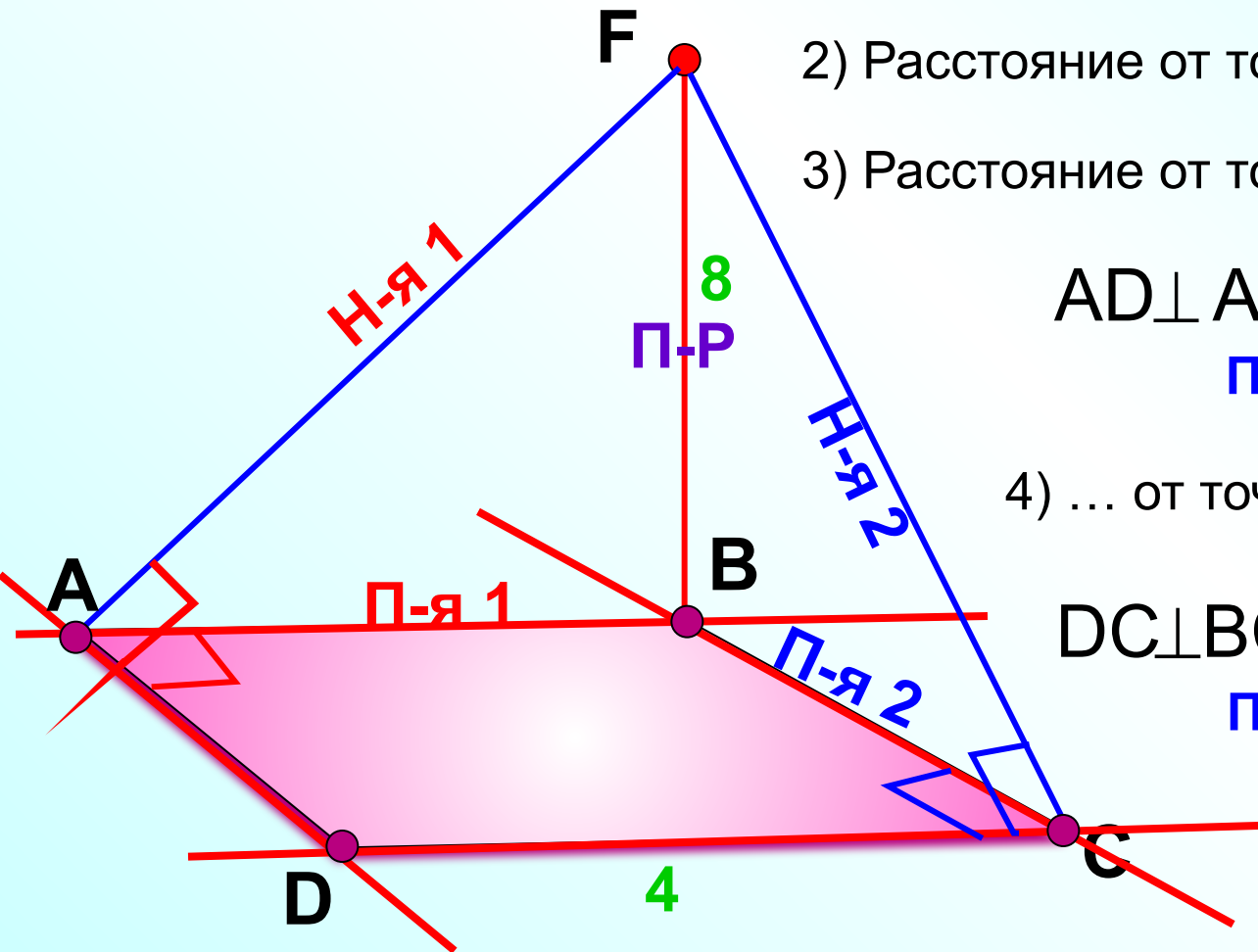
П-я 1 Н-я 1

$$BC \perp BA \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad BC \perp BK$$

П-я 2 Н-я 2

Через вершину В квадрата ABCD проведена прямая BF, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если  $BF = 8$  дм,  $AB = 4$  дм.

**№152.**



- 1) Расстояние от точки F до прямой AB?
- 2) Расстояние от точки F до прямой BC?
- 3) Расстояние от точки F до прямой AD?

$$AD \perp AB \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad AD \perp AF$$

П-я 1 Н-я 1

- 4) ... от точки F до прямой DC?

$$DC \perp BC \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad DC \perp FC$$

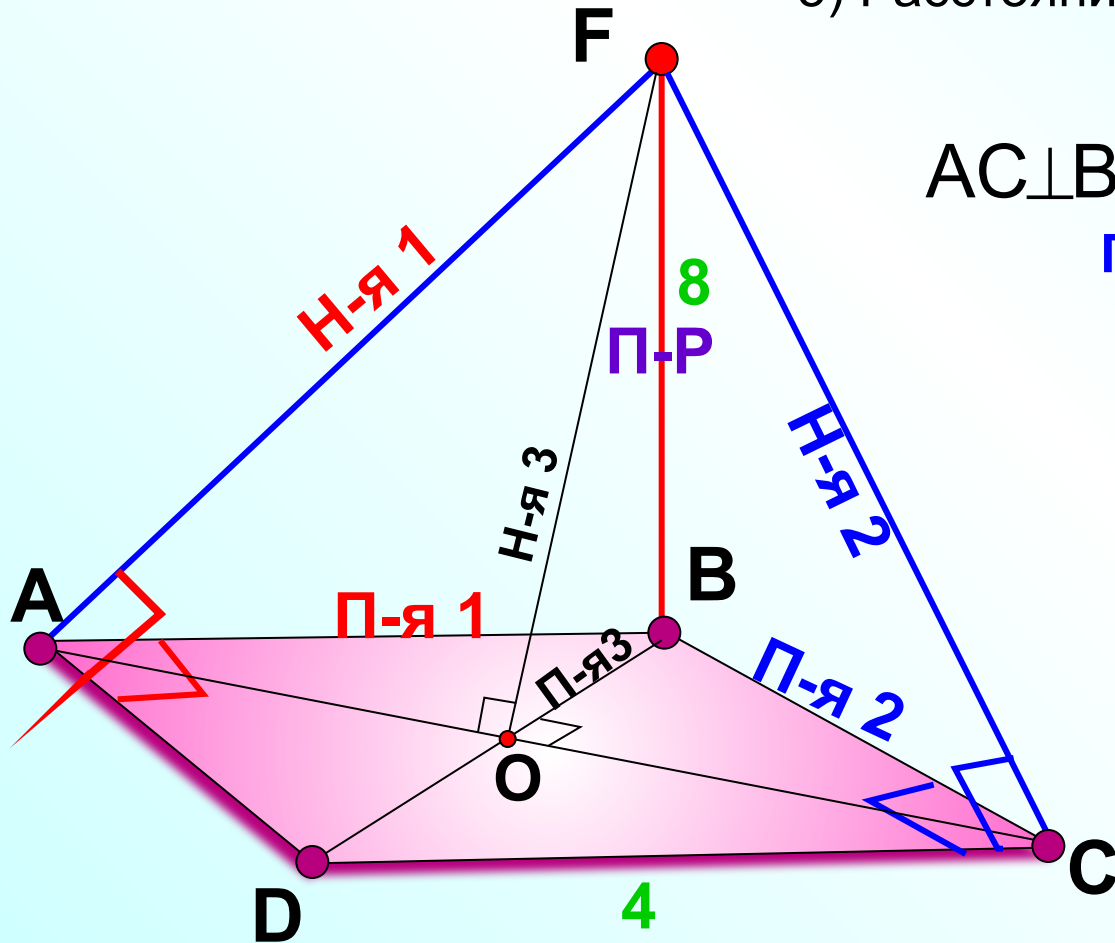
П-я 2 Н-я 2



Через вершину В квадрата ABCD проведена прямая BF, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если  $BF = 8$  дм,  $AB = 4$  дм.

**№152.**

5) Расстояние от точки F до прямой AC?



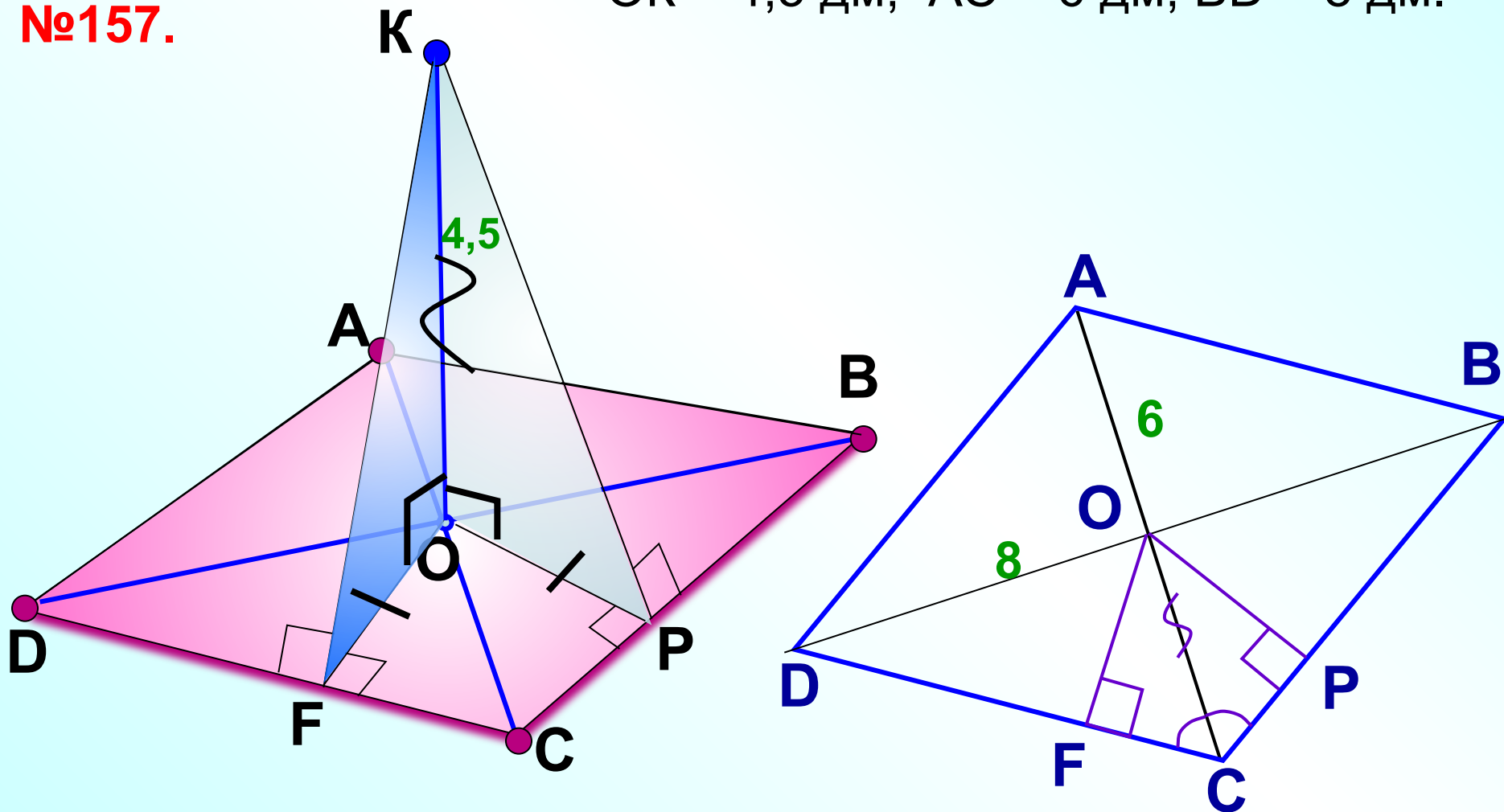
$$AC \perp BO \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \implies \end{matrix} \quad AC \perp FO$$

П-я 3
Н-я 3

Прямая  $OK$  перпендикулярна к плоскости ромба  $ABCD$ , диагонали которого пересекаются в точке  $O$ . а) Докажите, что расстояние от точки  $K$  до всех прямых содержащих стороны ромба, равны. б) Найдите это расстояние, если

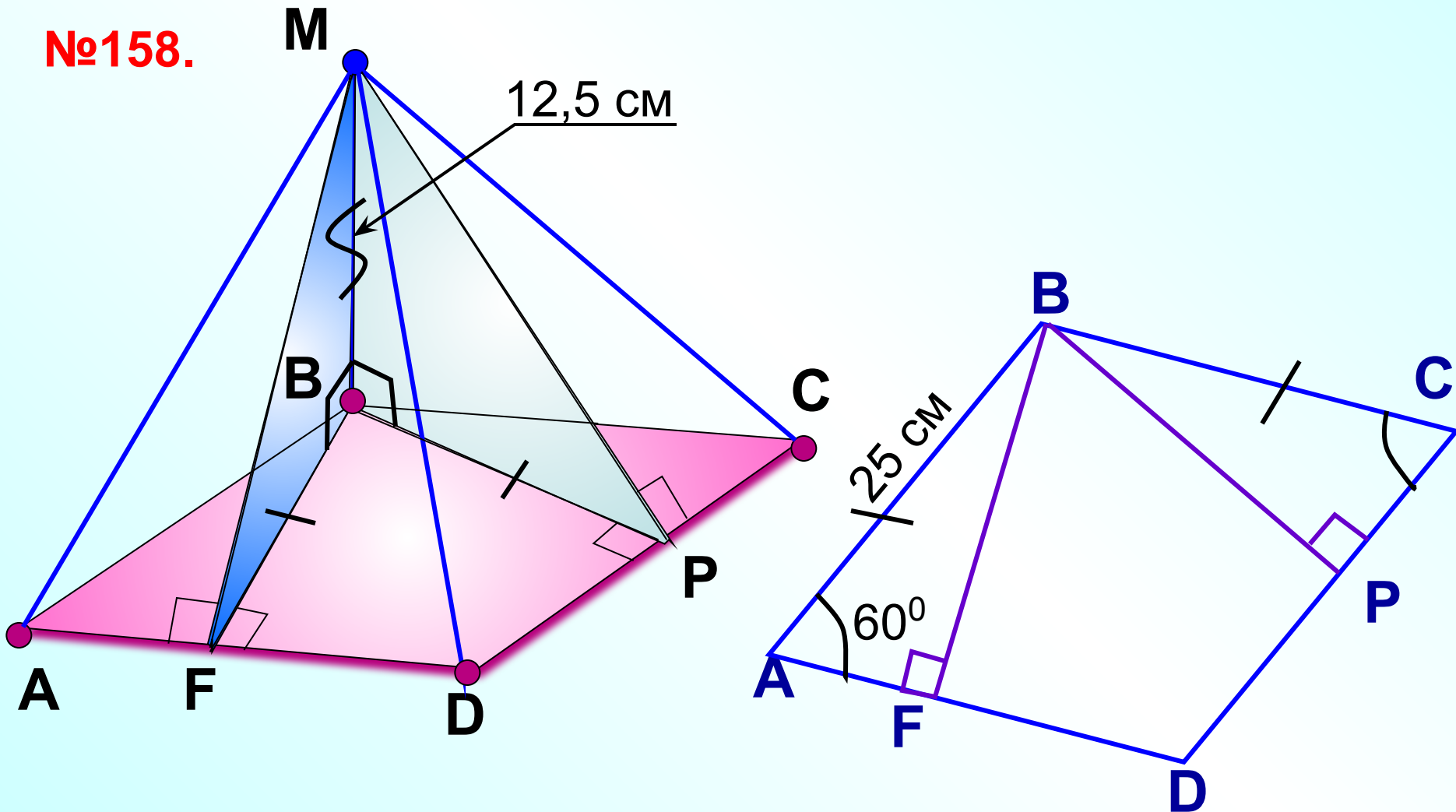
$OK = 4,5$  дм,  $AC = 6$  дм,  $BD = 8$  дм.

**№157.**

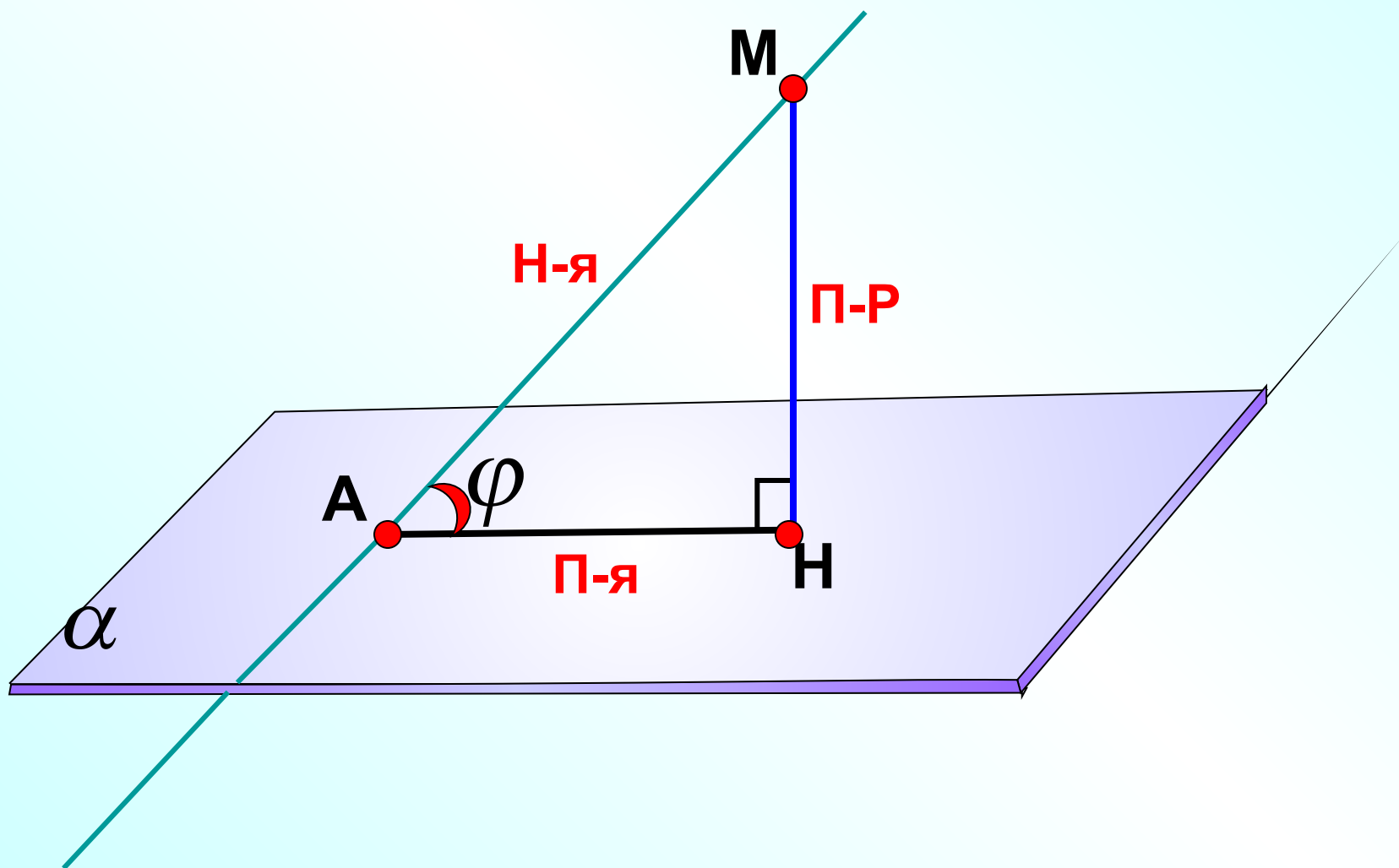


Через вершину  $B$  ромба  $ABCD$  проведена прямая  $BM$ , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямых, содержащих стороны ромба, если  $AB = 25$  см,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $BM = 12,5$  см.

**№158.**



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.

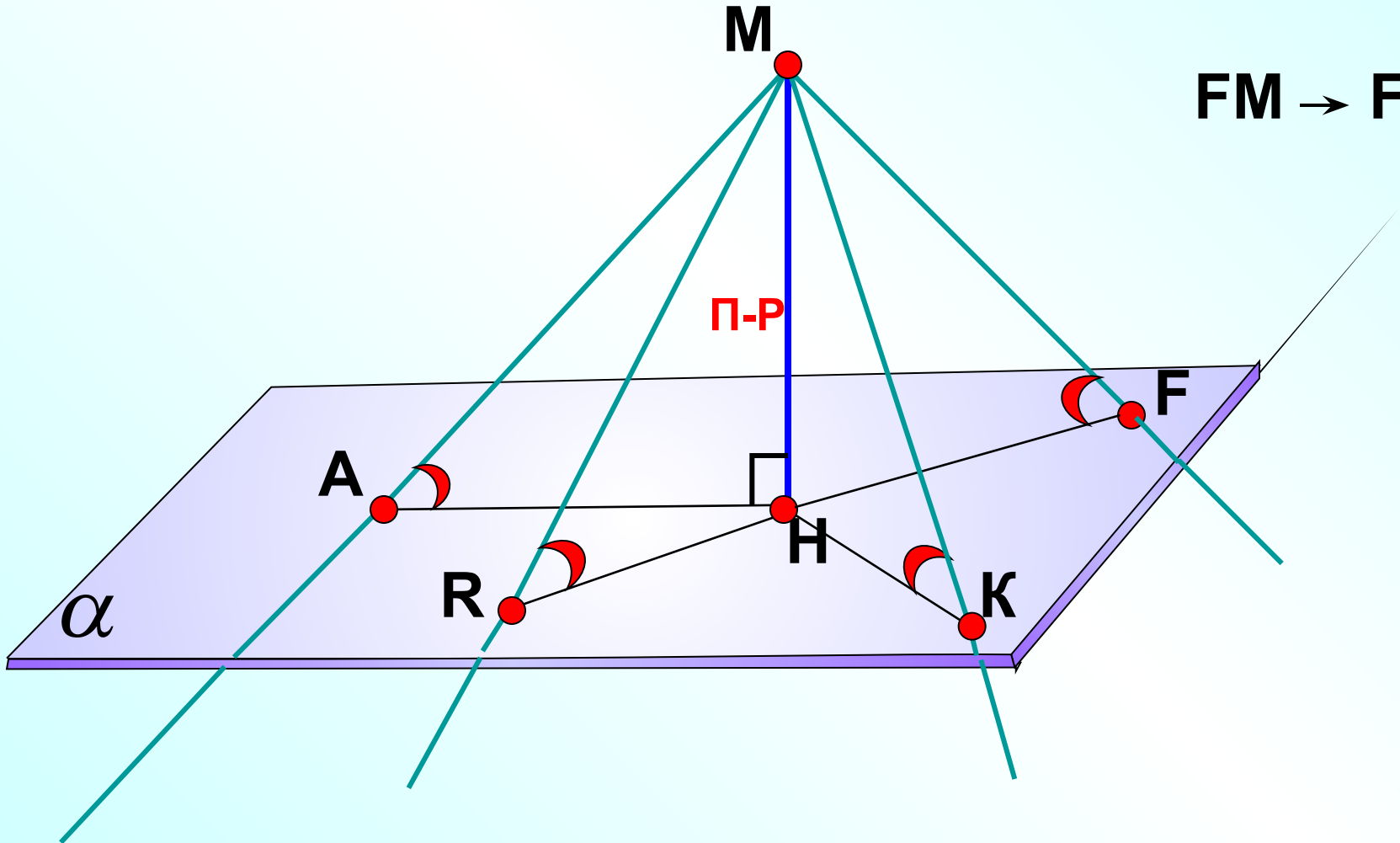


Найти угол между наклонными и плоскостью  
(описать алгоритм построения).

$M \rightarrow H$

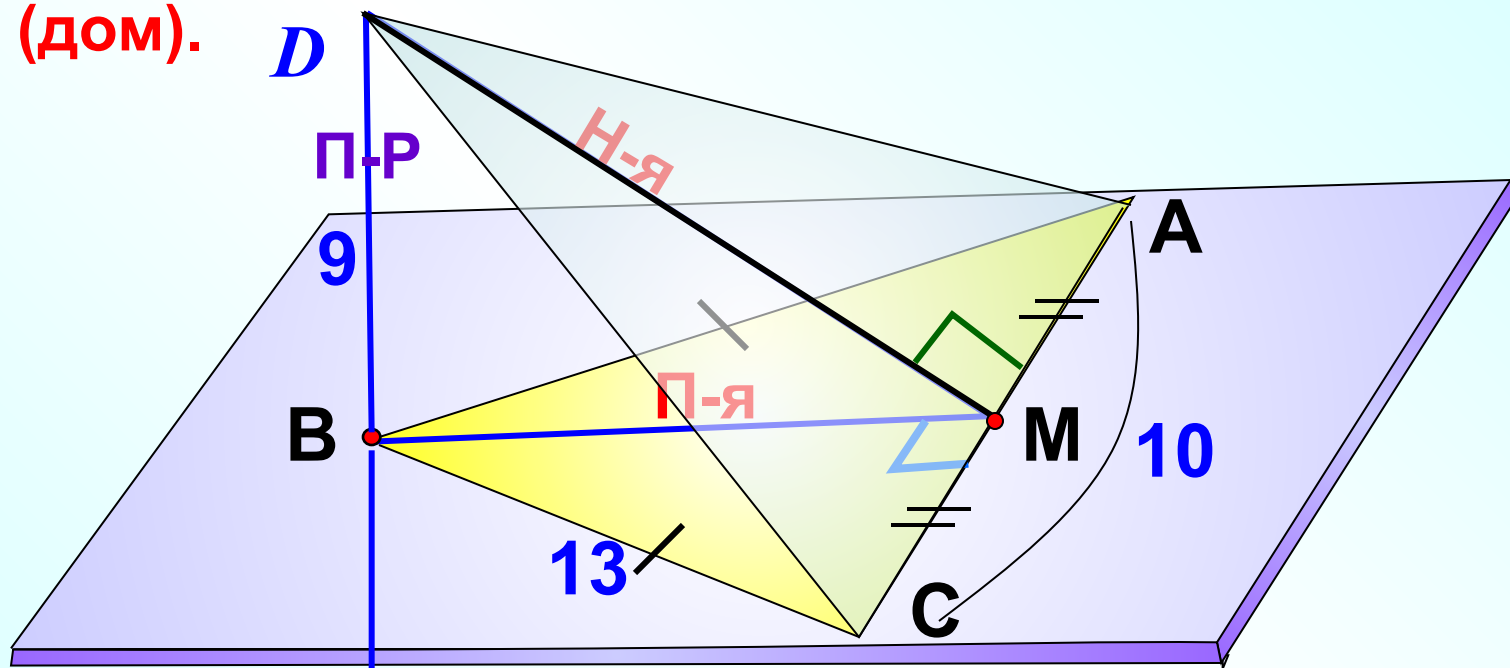
$F \rightarrow F$

$FM \rightarrow FH$



Прямая  $BD$  перпендикулярна к плоскости треугольника  $ABC$ .  
 Известно, что  $BD = 9$  см,  $AC = 10$  см,  $BC = BA = 13$  см.  
 Найдите: а) **расстояние** от точки  $D$  до прямой  $AC$ ;  
 б) площадь треугольника  $ACD$ .

**№154 (дом).**

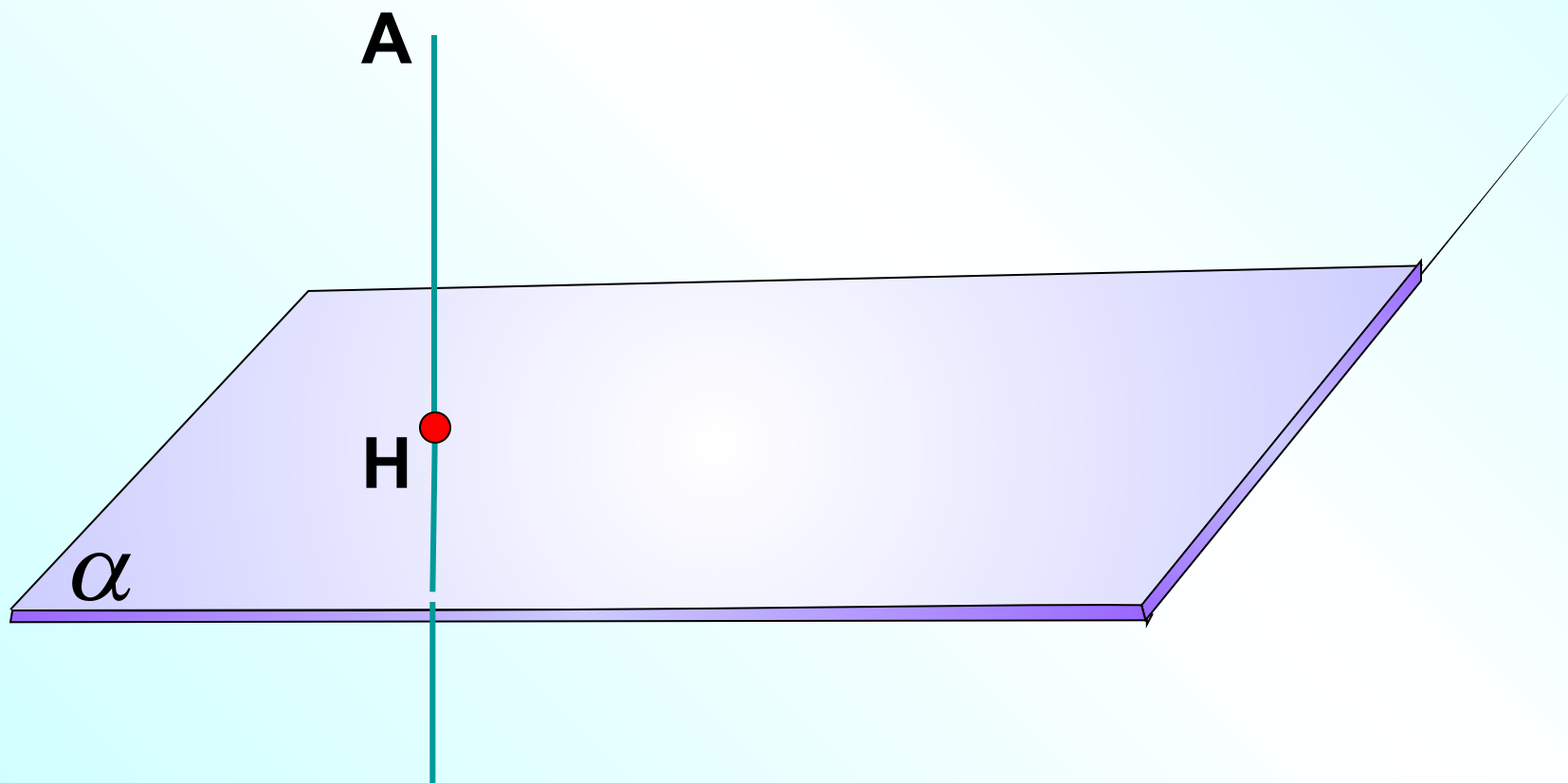


$$AC \perp BM \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad AC \perp MD$$

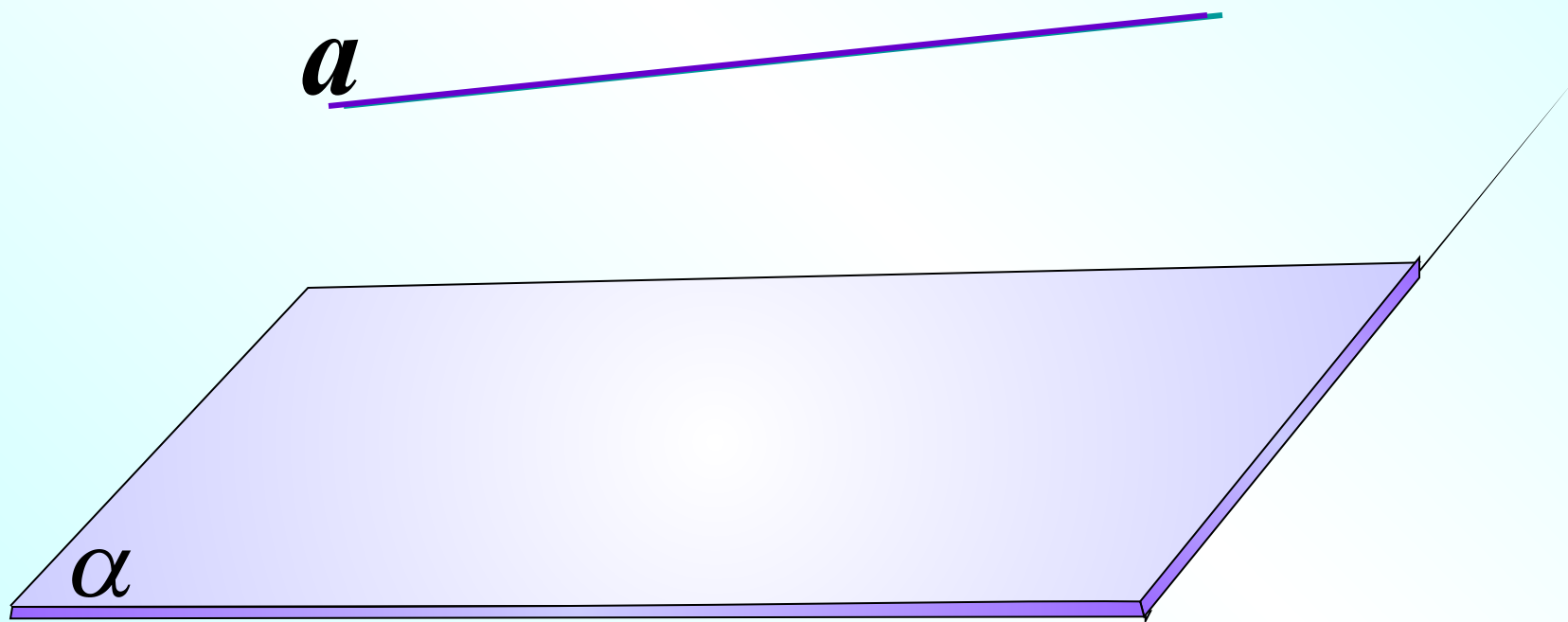
$\text{П-я}$ 
 $\text{Н-я}$

$MD$  – искомое расстояние

Если прямая перпендикулярна к плоскости, то ее проекцией на эту плоскость является точка пересечения этой прямой с плоскостью. В таком случае угол между прямой и плоскостью считается равным  $90^{\circ}$ .



Если прямая параллельна плоскости, то ее проекцией на плоскость является прямая, параллельная данной. В этом случае понятие угла между прямой и плоскостью мы не вводим. (Иногда договариваются считать, что угол между параллельными прямой и плоскостью равен  $0^{\circ}$ )





Из точки  $A$ , удаленной от плоскости  $\gamma$  на расстояние  $d$ , проведены к этой плоскости наклонные  $AB$  и  $AC$  под углом  $30^\circ$  к плоскости. Их проекции на плоскость  $\gamma$  образуют угол в  $120^\circ$ . Найдите  $BC$ .

**№165.**

