

**МОУ «СОШ с. Бартеневка  
Ивантеевского  
района Саратовской области»**

# **Теорема о трёх перпендикулярах**

**Номинация «Математика в жизни»**

**Работу выполнила учащаяся 11 класса**

**Селифонтова Яна**

**Руководитель Кореневская Н. В.**

**2010 г.**

[5klass.net](http://5klass.net)



# ЦЕЛЬ:



**Сформировать мышление, характерное для математической деятельности и необходимое человеку для жизни в современном обществе, для общей социальной ориентации и решения практических проблем**



# Задачи:



**изучить историю возникновения  
теоремы ;  
научиться решать основные  
задачи на применение ТТП;  
составить тест для проверки  
знаний.**



**Имеющая большое значение в настоящее время, теорема о трех перпендикулярах в «Началах»**

**Евклида**

**не содержится. Она была доказана математиками Ближнего и Среднего**

**Востока: ее доказательство**

**имеется в**

**«Трактате о полном четырехстороннике»**

**Насир ад-Дина ат-Туси и в**

**тригонометрическом трактате его анонимного предшественника.**

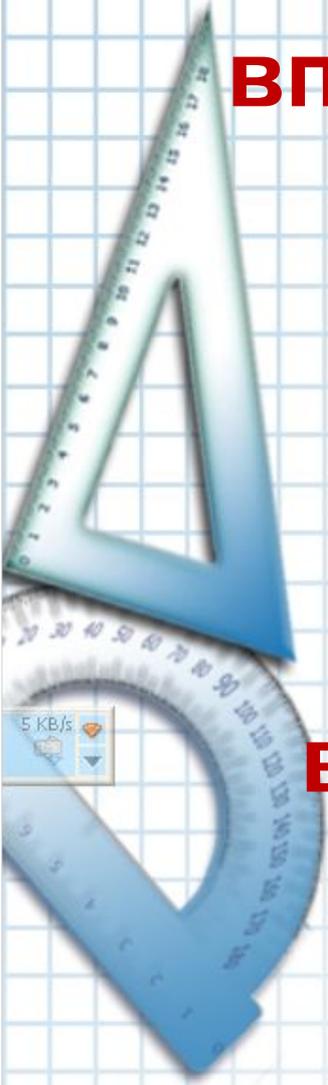




**В Европе эта теорема была  
впервые сформулирована Луи  
Бертраном (1731—1812) и  
доказана**

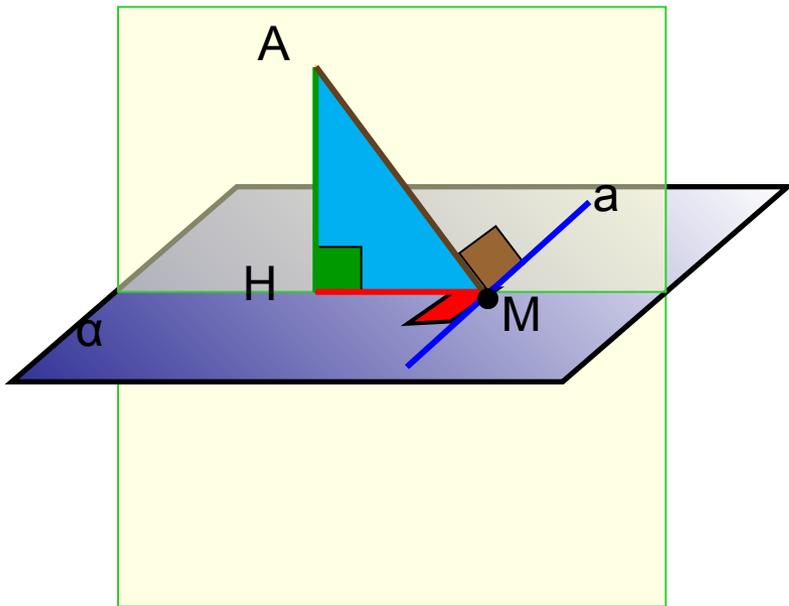
**в «Элементах геометрии»  
Лежандра (1794).**

**Доказательство Лежандра  
воспроизведено в учебнике  
Киселева.**



# Теорема о трёх перпендикулярах

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



Дано: AM -  
наклонная  
 $AH \perp \alpha$

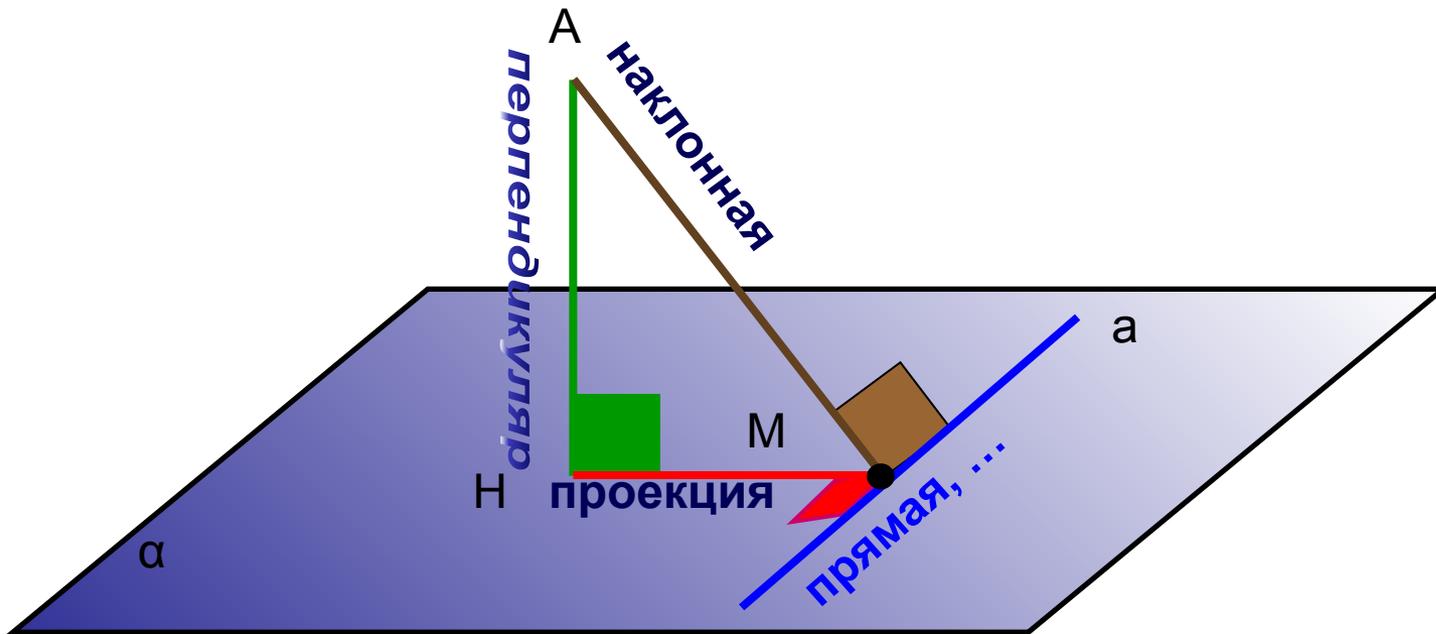
$a \in \alpha$

$a \perp HM$

Доказать:  $a \perp AM$

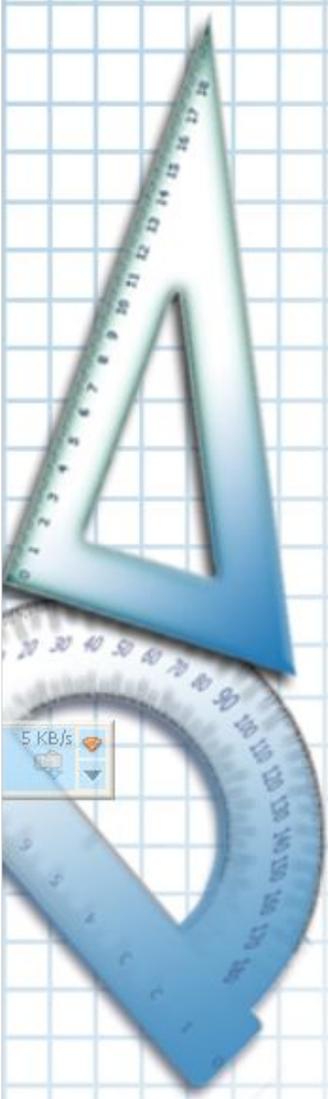
## Обратная теорема:

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.





# Решение задач



Теорема о трех перпендикулярах

Теорема о трех перпендикулярах  
(задачи на построение)

Теорема о трех перпендикулярах  
(задачи на вычисление)

Свойство точки, равноудаленной  
от сторон многоугольника.

Тест

1.1.1

1.2.2

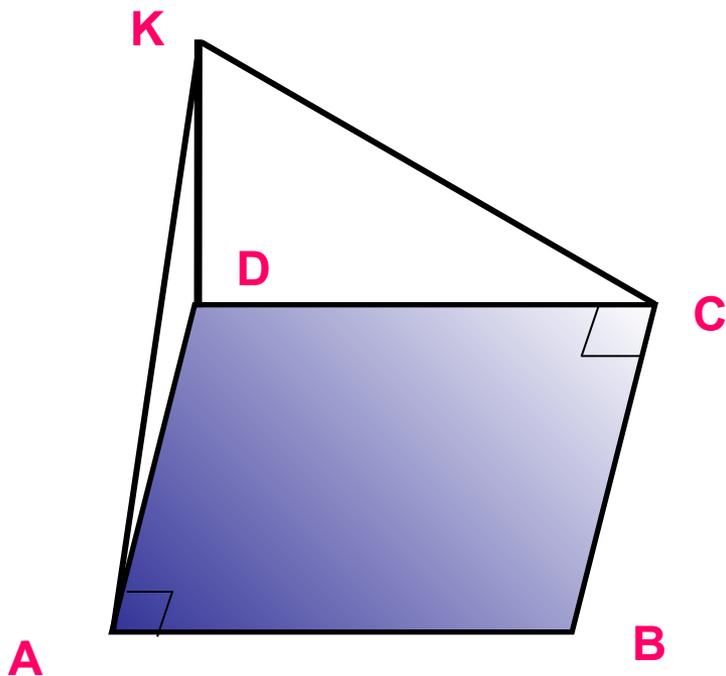
1.3.2

1.4.3

1.1.1

Через вершину D прямоугольника ABCD проведен к его плоскости перпендикуляр DK.

Докажите, что  $\angle KAB = \angle KCB = 90^\circ$



1.1.1

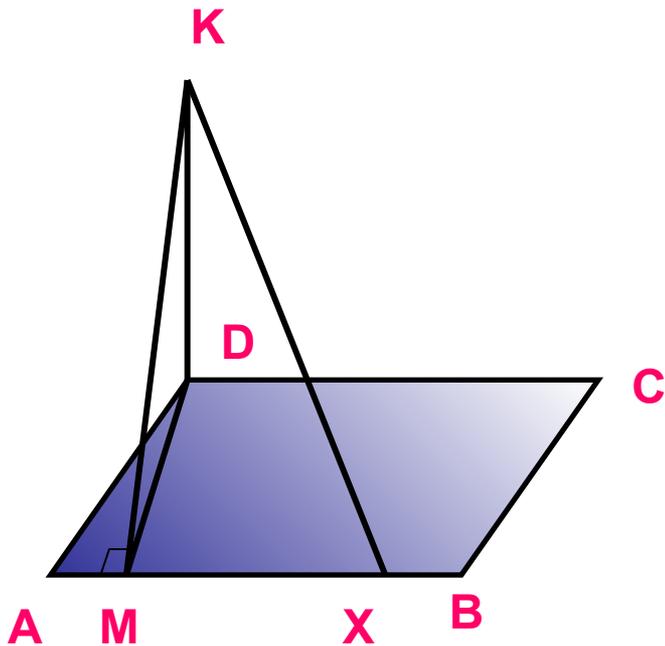
1.2.2

1.3.2

1.4.3

## 1. 2. 2

Отрезок  $DM$  является высотой параллелограмма  $ABCD$ .  $DK$ — перпендикуляр к плоскости параллелограмма.  
Докажите, что  $KM \leq KX$ , где  $X$  произвольная точка отрезка  $AB$ .



1.1.1

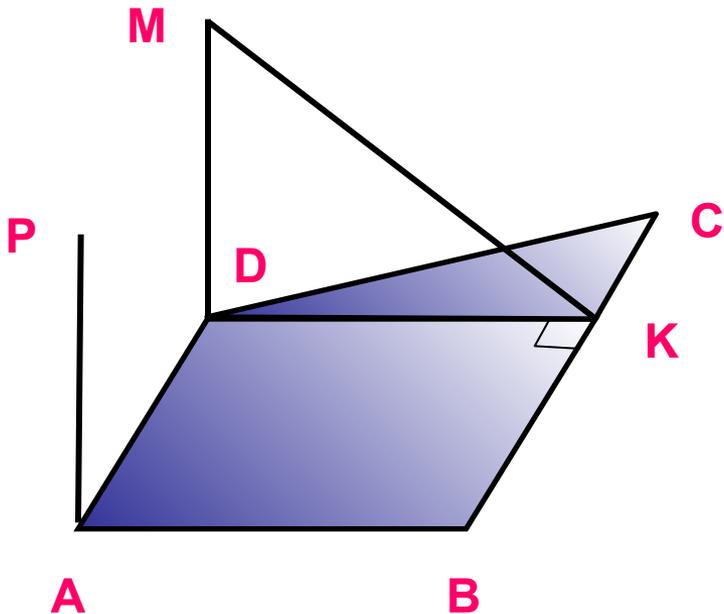
1.2.2

1.3.2

1.4.3

## 1.3.2

К плоскости прямоугольной трапеции  $ABCD$  проведены равные перпендикуляры  $AP$  и  $DM$ .  $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ ,  $DK \perp BC$ .  
Докажите, что прямые  $PB$  и  $MK$  параллельны.



1.1.1

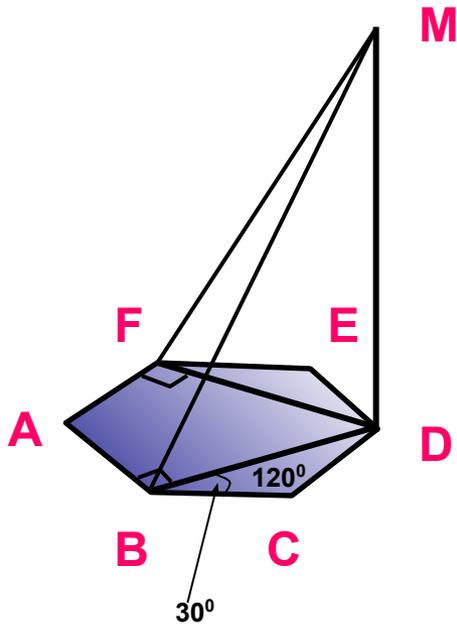
1.2.2

1.3.2

1.4.3

1.4.3

К плоскости правильного шестиугольника  $ABCDEF$  проведен перпендикуляр  $DM$ . Докажите перпендикулярность прямых:  
1)  $AB$  и  $MB$ ; 2)  $AF$  и  $MF$ .



2.1.1

2.2.1

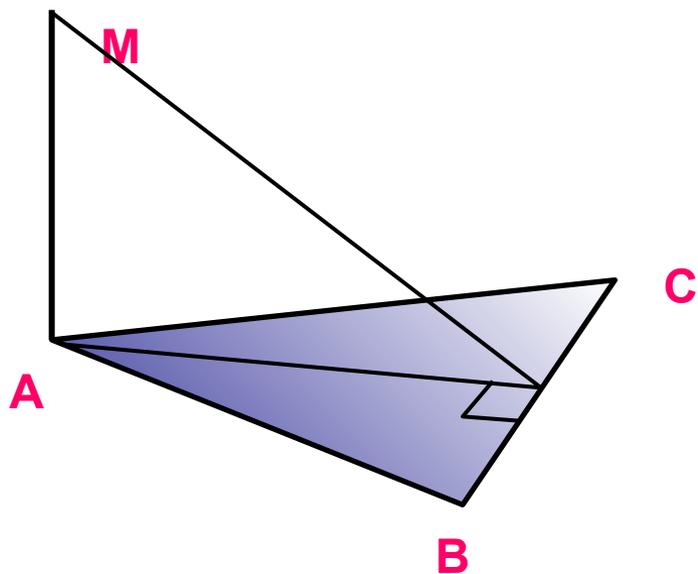
2.3.2

2.4.2

2.5.3

2.1.1

Отрезок  $MA$  перпендикулярен плоскости  
равнобедренного треугольника  $ABC$ .  $AB = AC$ .  
Проведите через точку  $M$  перпендикуляр к прямой  $BC$ .



2.1.1

2.2.1

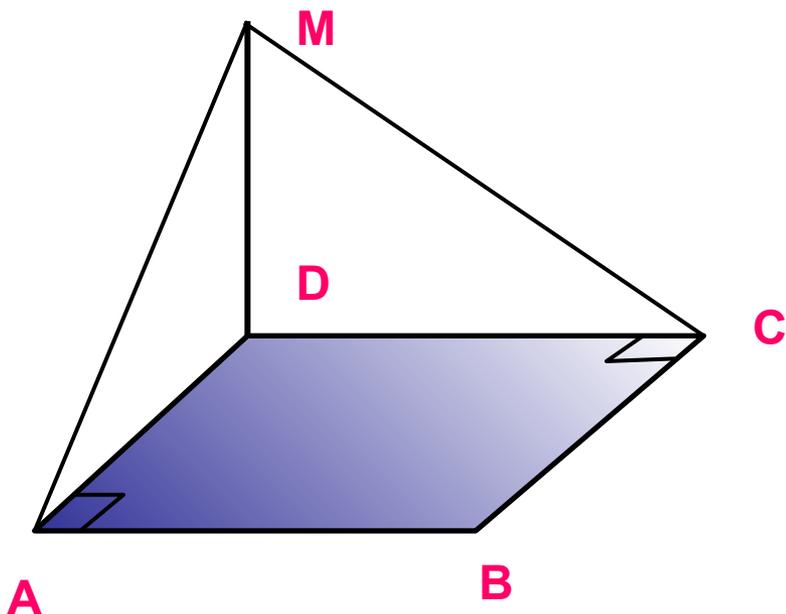
2.3.2

2.4.2

2.5.3

## 2.2.1

Отрезок  $MD$  перпендикулярен плоскости прямоугольника  $ABCD$ . Проведите через точку  $M$  перпендикуляры к прямым  $BC$  и  $AB$



2.1.1

2.2.1

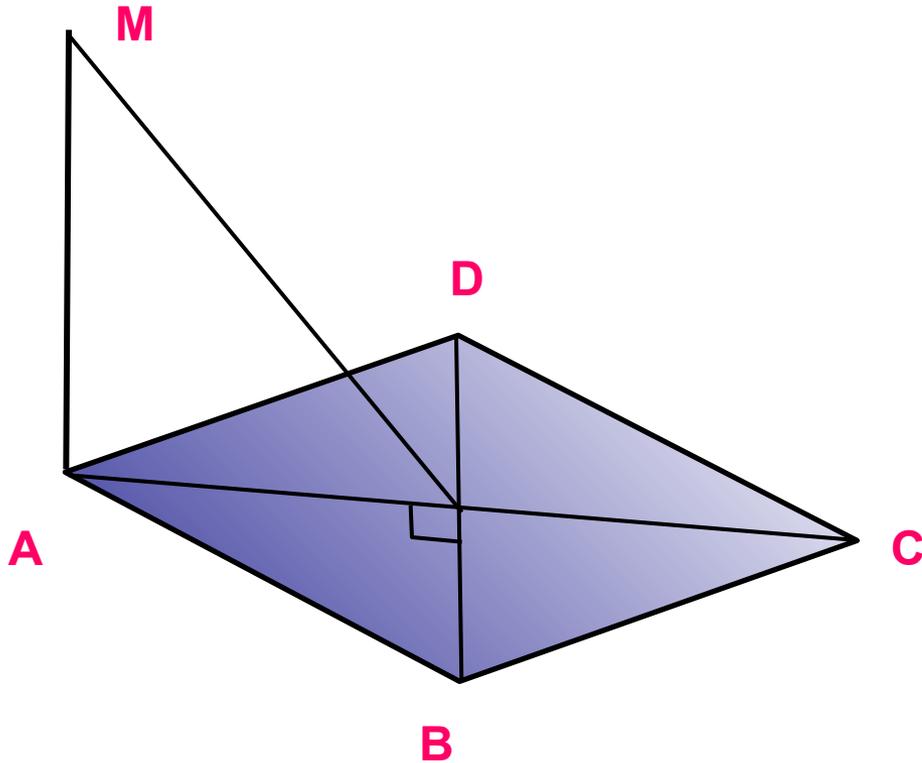
2.3.2

2.4.2

2.5.3

## 2.3.2

Отрезок  $MA$  перпендикулярен плоскости ромба  $ABCD$ .  
Проведите через точку  $M$  перпендикуляр к прямой  $BD$ .



2.1.1

2.2.1

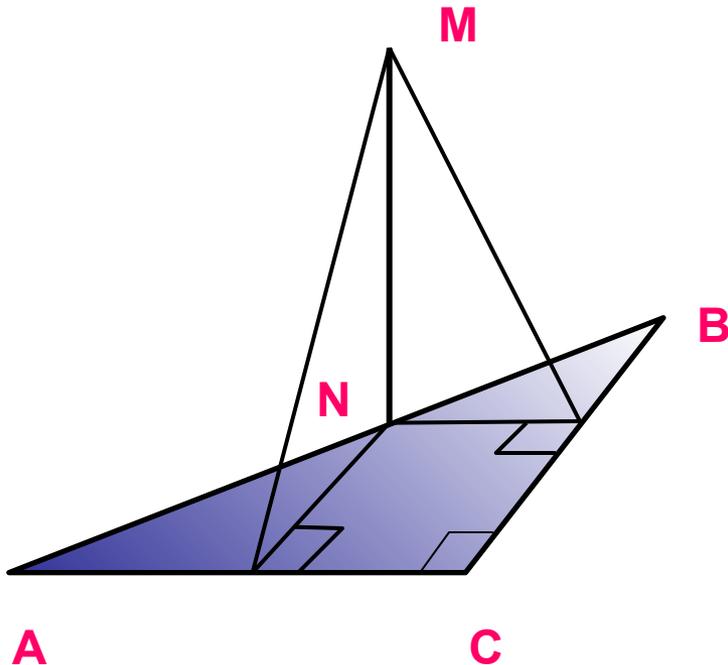
2.3.2

2.4.2

2.5.3

## 2.4.2

Отрезок  $MN$  перпендикулярен плоскости прямоугольного треугольника  $ABC$  (точка  $N$  лежит на гипотенузе  $AB$ ). Проведите через точку  $M$  перпендикуляры к прямым  $AC$  и  $BC$ .



2.1.1

2.2.1

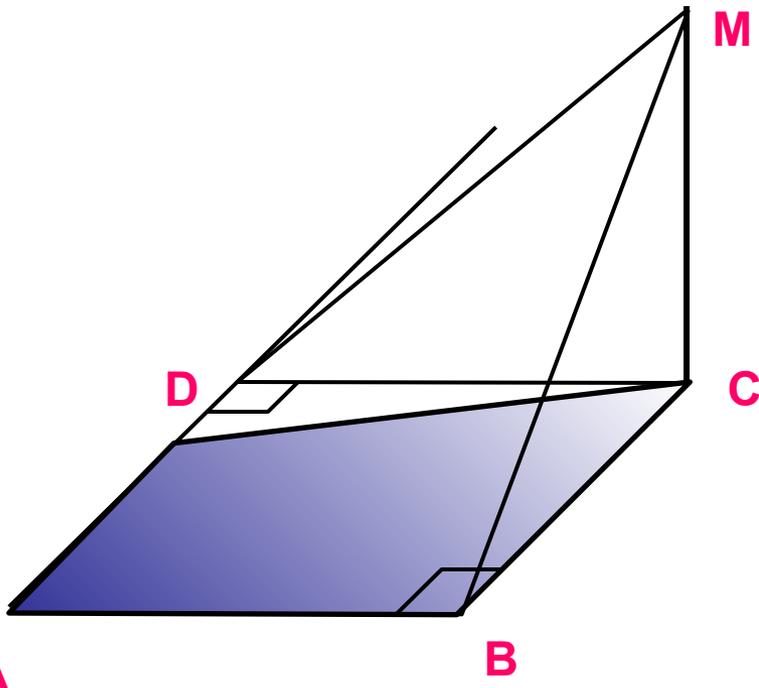
2.3.2

2.4.2

2.5.3

## 2.5.3

Отрезок  $MC$  перпендикулярен плоскости прямоугольной трапеции  $ABCD$ . ( $\angle B$ —прямой). Проведите через точку  $M$  перпендикуляры к прямым  $AB$  и  $AD$ .



3.1.1

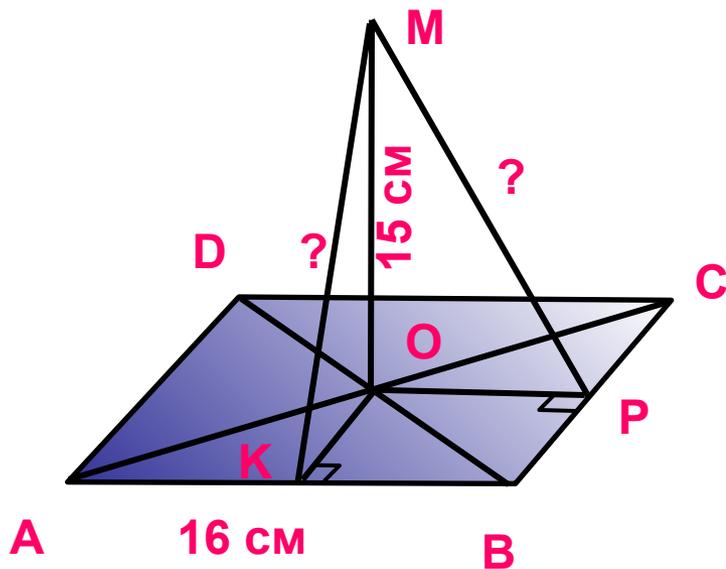
3.22

3.3.3

3.1.1

Через точку  $O$  пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  проведен к его плоскости перпендикуляр  $MO$  длиной 15 см.

Найдите расстояние от точки  $M$  до сторон квадрата, если его сторона равна 16 см.



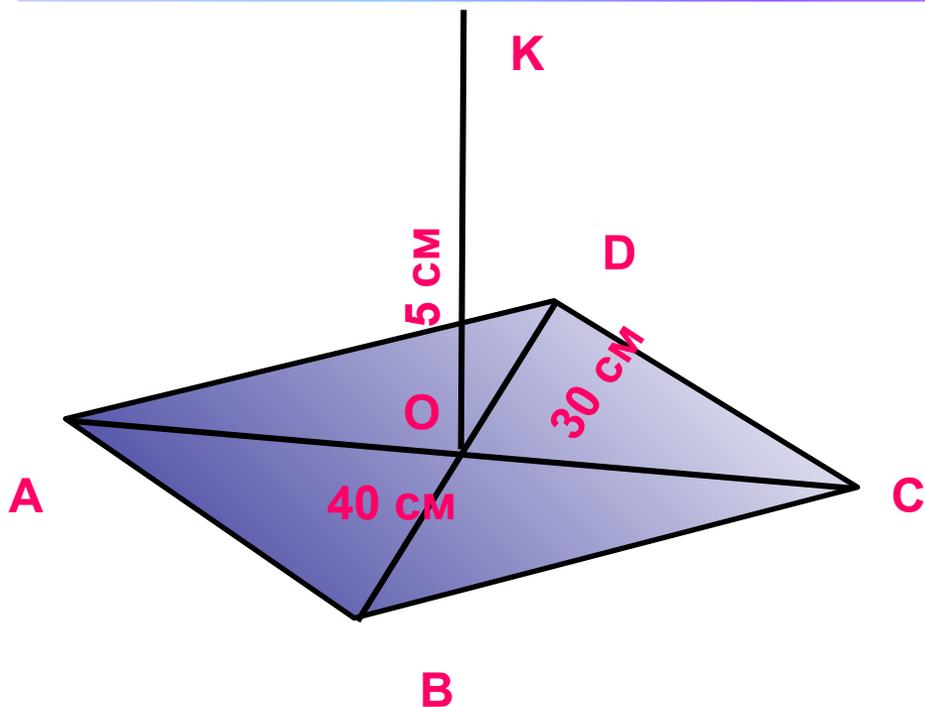
3.1.1

3.3.2

3.3.3

## 3. 2. 2

Через точку  $O$  пересечения диагоналей ромба к его плоскости проведен перпендикуляр  $OK$  длиной 5 см. Найдите расстояние от точки  $K$  до каждой стороны ромба, если диагонали ромба равны 40 см и 30 см.



3.1.1

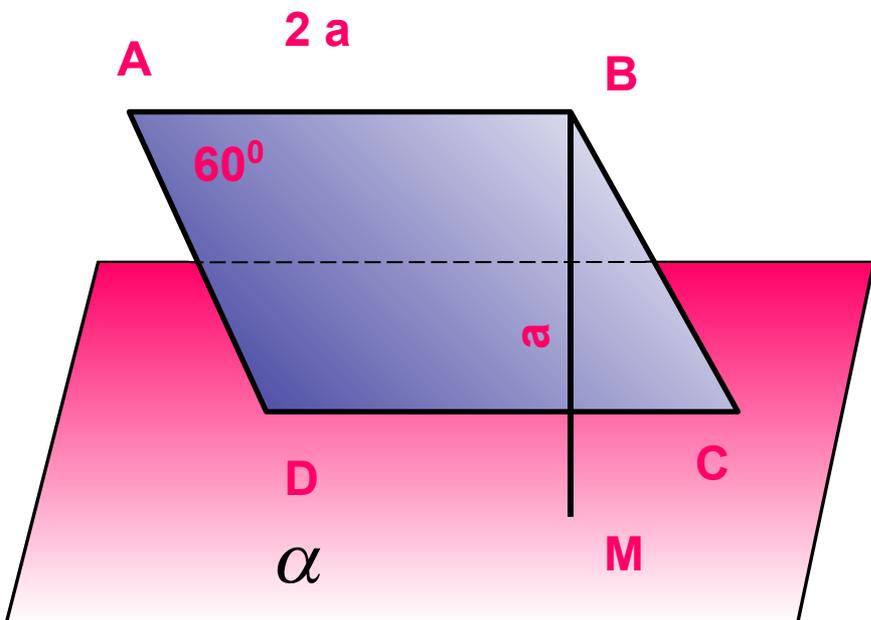
3.2.2

3.3.3

## 3.3.3

Сторона ромба  $ABCD$  равна  $2a$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Через сторону  $CD$  проведена плоскость  $\alpha$ . Прямая  $AB$  удалена от нее на  $a$ . Найдите:

- 1) длины проекций сторон ромба на плоскость  $\alpha$ ;
- 2) расстояние между прямой  $DC$  и проекцией прямой  $AB$  на плоскость  $\alpha$



4.1.1

4.2.1

4.3.2

4.4.3

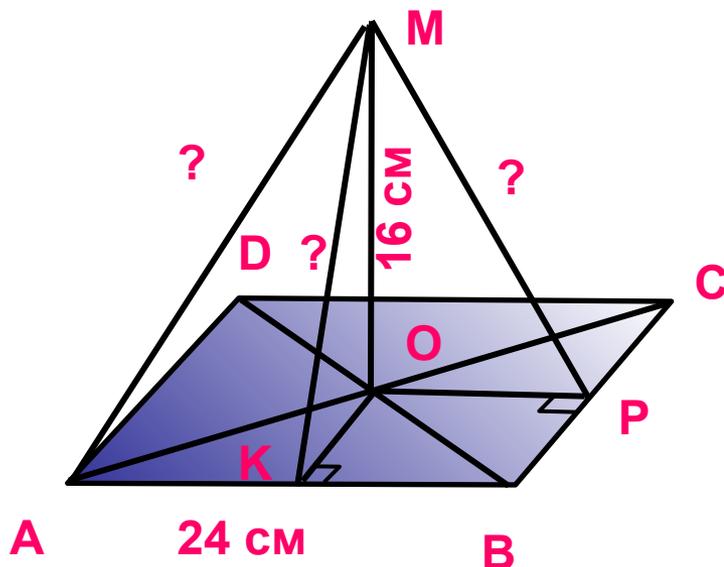
## 4.1.1

Точка  $M$  одинаково удалена от всех сторон квадрата  $ABCD$ .

Расстояние от точки  $M$  до его плоскости равно  $16$  см,  $AB = 24$  см.

Найдите расстояние от точки  $M$ :

- 1) до сторон квадрата;
- 2) до вершин квадрата.



4.1.1

4.2.1

4.3.2

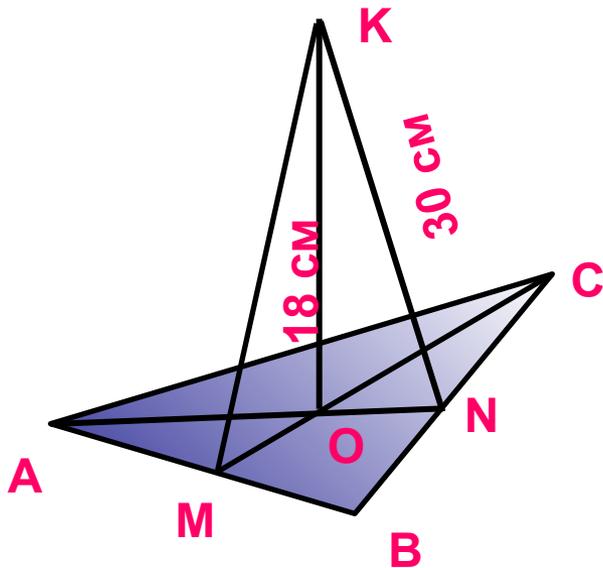
4.4.3

## 4. 2. 1

Точка К удалена от каждой стороны правильного треугольника на 30 см, а от его плоскости — на 18 см.

Найдите:

- 1) длину радиуса окружности, вписанной в данный треугольник;
- 2) длину стороны треугольника.



4.1.1

4.2.1

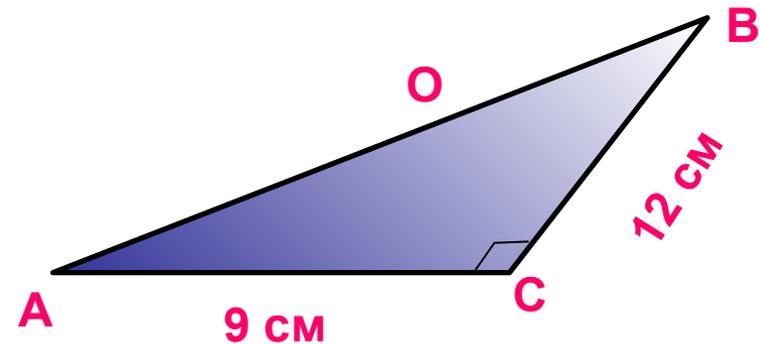
4.3.2

4.4.3

4.3.2

Точка М удалена от каждой стороны прямоугольного треугольника на 5 см. Его катеты равны 9 см и 12 см.  
Найдите расстояние от точки М до плоскости треугольника.

● М



4.1.1

4.2.1

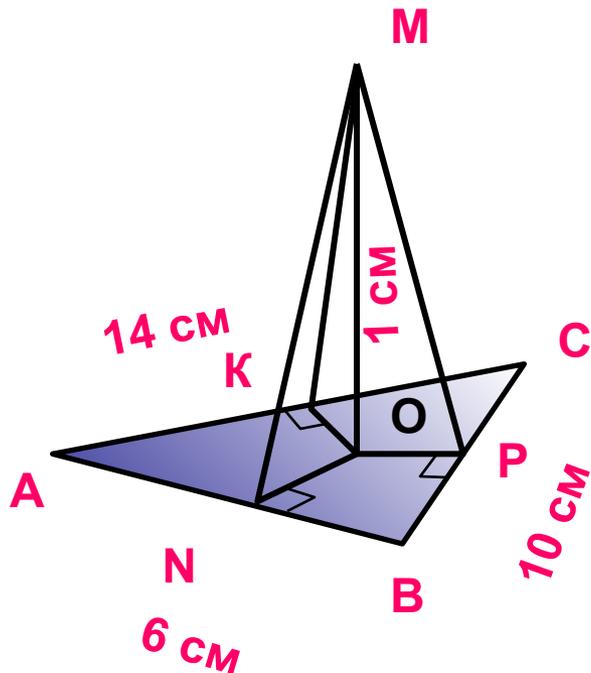
4.3.2

4.4.3

## 4.4.3

Точка  $M$  одинаково удалена от всех сторон треугольника  $ABC$ , у которого  $AB = 6$  м,  $BC = 10$  см,  $AC = 14$  см. Расстояние от точки  $M$  до плоскости треугольника равно  $1$  см.

Найдите расстояние от точки  $M$  до сторон треугольника.



1

## Тест

$AF \perp (ABC)$ .  $ABC$  равносторонний. Расстоянием от точки  $F$  до прямой  $BC$  является отрезок

1

FC

ПОДУМАЙ!

2

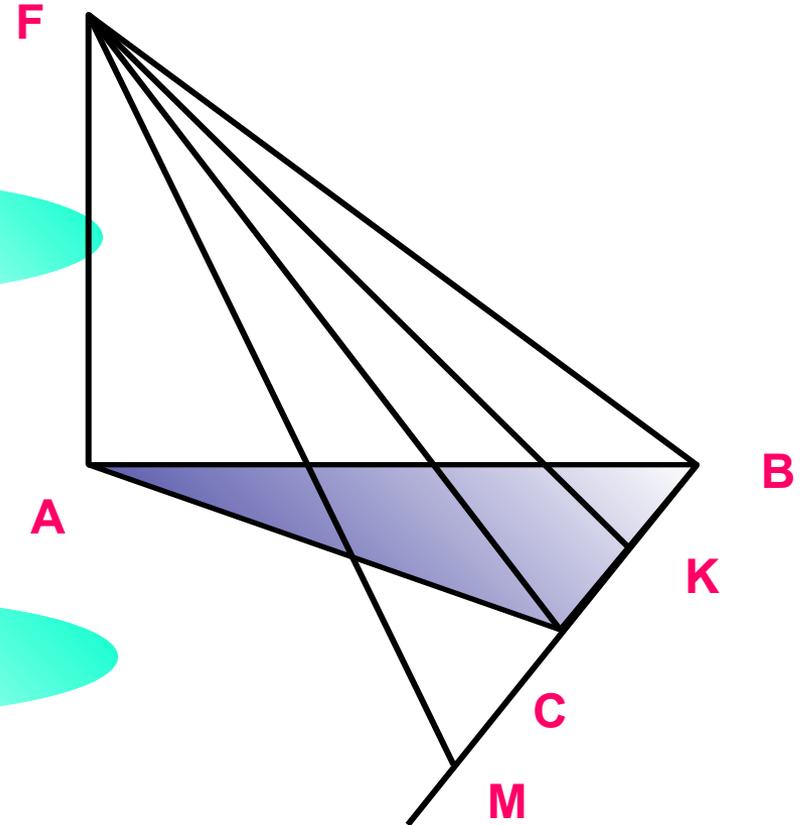
FK

ВЕРНО!

3

FM

ПОДУМАЙ!



2

## Тест

$AF \perp (ABC)$ .  $ABC$  прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ . Расстоянием от точки  $F$  до прямой  $BC$  является отрезок

1 FC

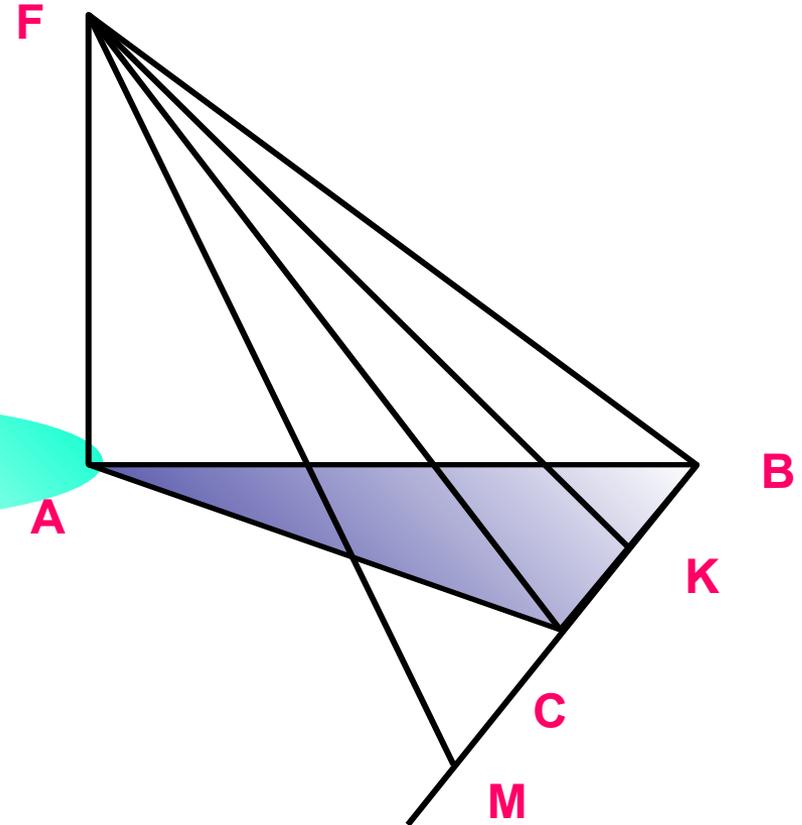
ВЕРНО!

2 FK

ПОДУМАЙ!

3 FM

ПОДУМАЙ!



3

Тест

$AF \perp (ABC)$ .  $ABC$  тупоугольный,  $\angle C > 90^\circ$ . Расстоянием от точки  $F$  до прямой  $BC$  является отрезок

1

FK

ПОДУМАЙ!

2

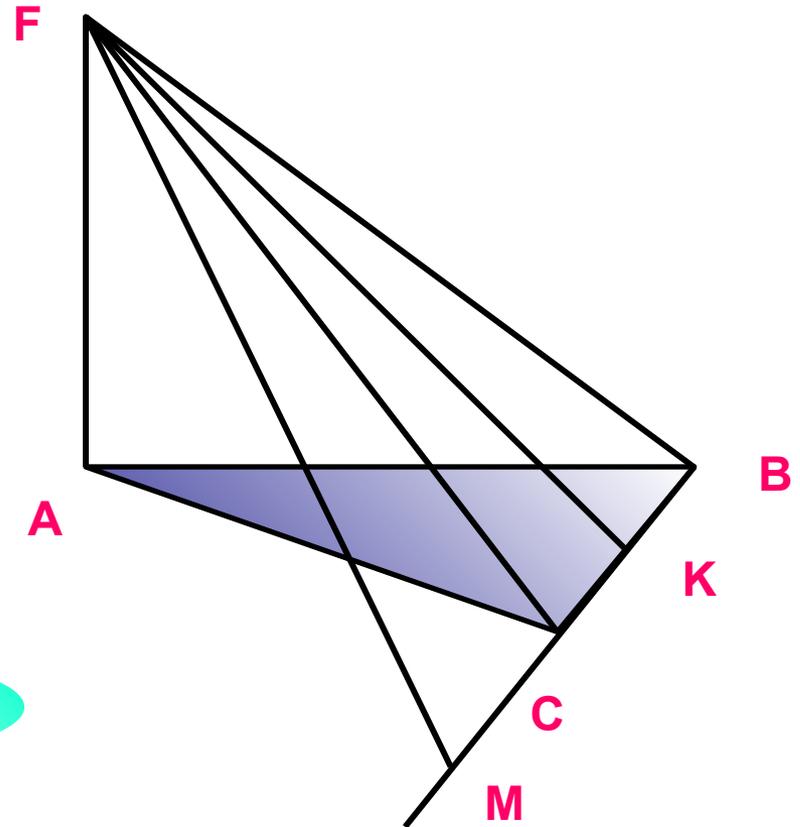
FM

ВЕРНО!

3

FC

ПОДУМАЙ!



## Тест

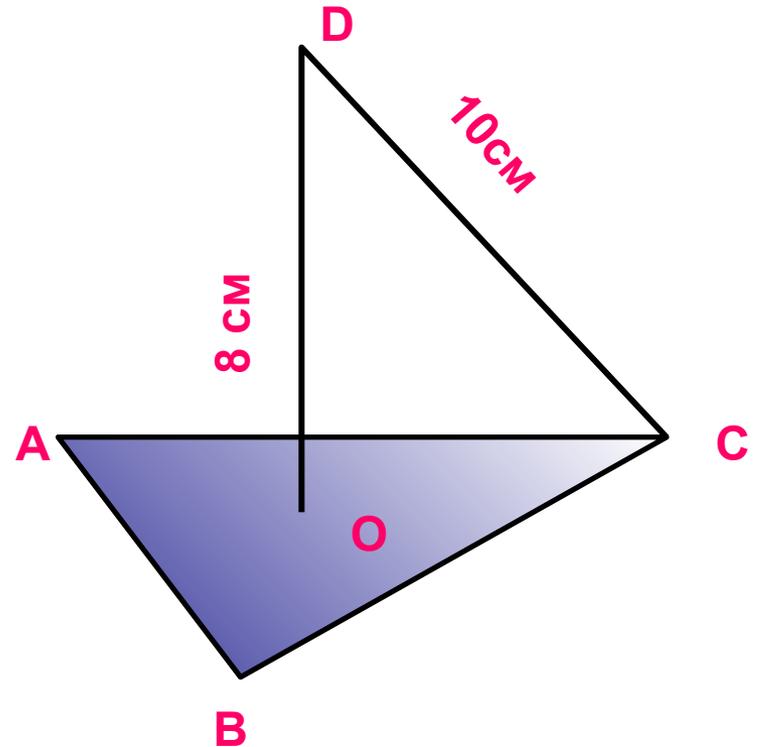
4

Из центра описанной окружности правильного треугольника ABC провели перпендикуляр DO, равный 8 см. Расстояние от точки D до вершин треугольника ABC равно 10 см. Найдите расстояние от точки D до сторон треугольника

1 6 см ПОДУМАЙ!

2 8 см ПОДУМАЙ!

3  $\sqrt{73}$  см ВЕРНО!



5

Тест

В треугольнике ABC  $AC=CB = 10$  см,  $\angle A = 30^\circ$ . BK - перпендикуляр к плоскости треугольника и равен  $5\sqrt{6}$  см. Найдите расстояние от точки K до AC.

1 15 см

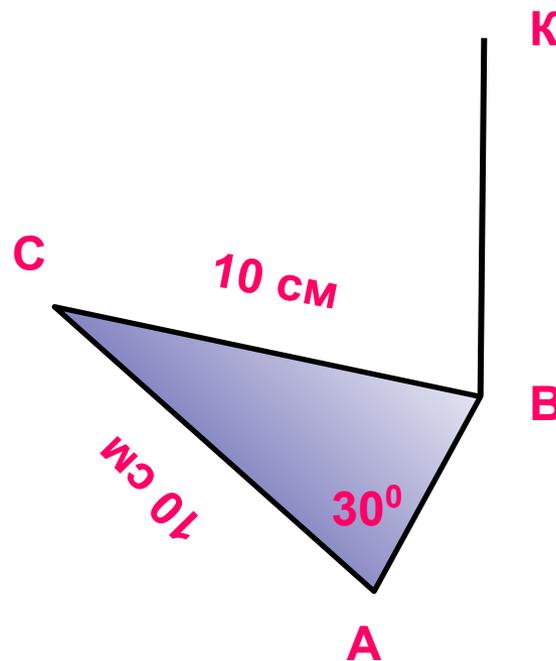
ВЕРНО!

2 10 см

ПОДУМАЙ!

3 12 см

ПОДУМАЙ!





# Ресурсы:

1. Дудницын Ю., Кронгауз В., Геометрия. Карточки с заданиями для 10-го класса. Газета «Математика» приложение к газете «Первое сентября» № 2-6 1993
2. Учебник: Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. «Геометрия 10-11».
3. [http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat\\_no=4262&lib\\_no=137635&tmpl=lib](http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4262&lib_no=137635&tmpl=lib)
4. Тестовая оболочка из мастерской Е.М. Савченко  
[http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat\\_no=4510&lib\\_no=130597&tmpl=lib](http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4510&lib_no=130597&tmpl=lib)