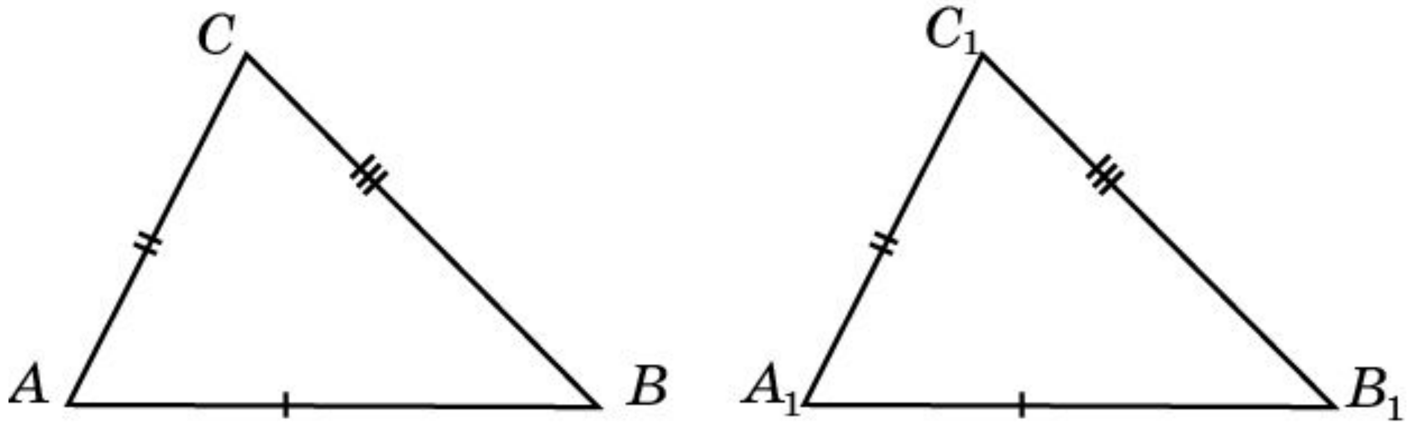
Третий признак равенства треугольников

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



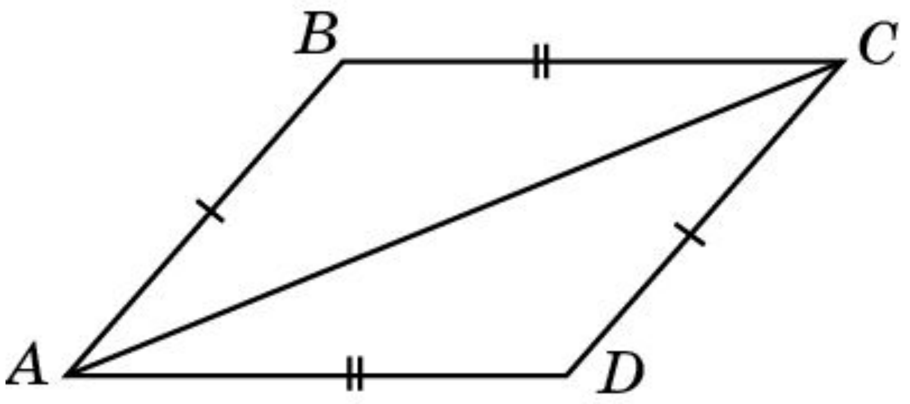
Упражнение 1

В треугольниках ABC и MNK справедливы неравенства $AB \neq MN$, $BC \neq NK$, $CA \neq KM$, а треугольники все же равны. Возможно ли это?

Ответ: Да.

Упражнение 2

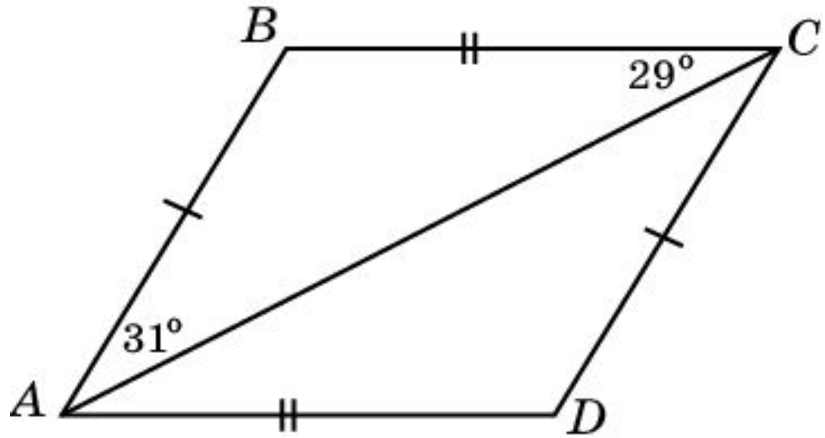
На рисунке $AB=DC$ и $BC=AD$. Докажите, что угол B равен углу D.



Доказательство: Проведем отрезок AC. Треугольники ABC и CAD равны по третьему признаку. Следовательно, угол B равен углу D.

Упражнение 2'

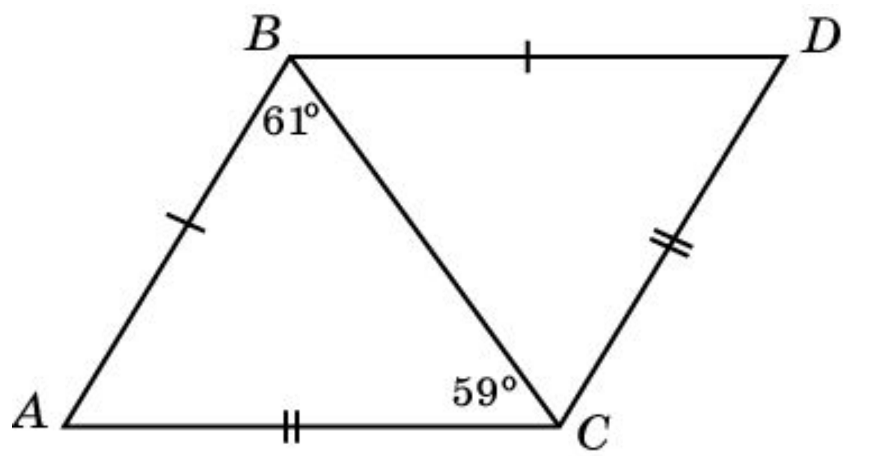
На рисунке $AB=DC$ и $BC=AD$. $\angle BAC = 31^o$, $\angle BCA = 29^o$. Найдите угол ACD.



Решение: Треугольники ABC и CAD равны по третьему признаку. Следовательно, $\angle ACD = \angle BAC = 31^o$.

Упражнение 2”

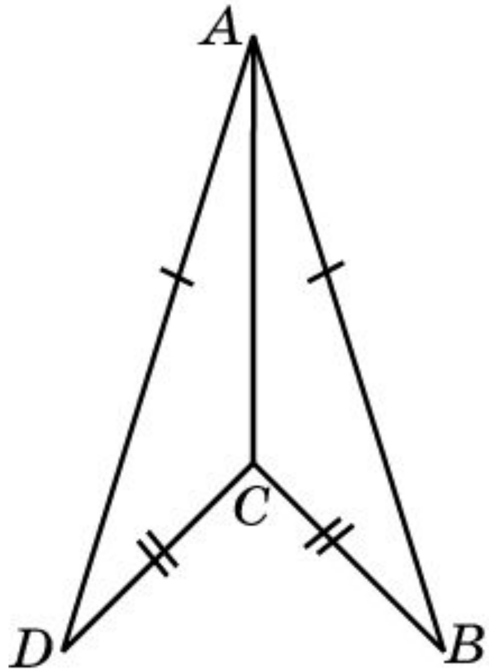
На рисунке $AB=BD$ и $AC=CD$. $\angle ABC = 61^o$, $\angle ACB = 59^o$. Найдите угол BCD.



Решение: Треугольники ABC и DBC равны по третьему признаку. Следовательно, $\angle BCD = \angle ACB = 59^o$.

Упражнение 3

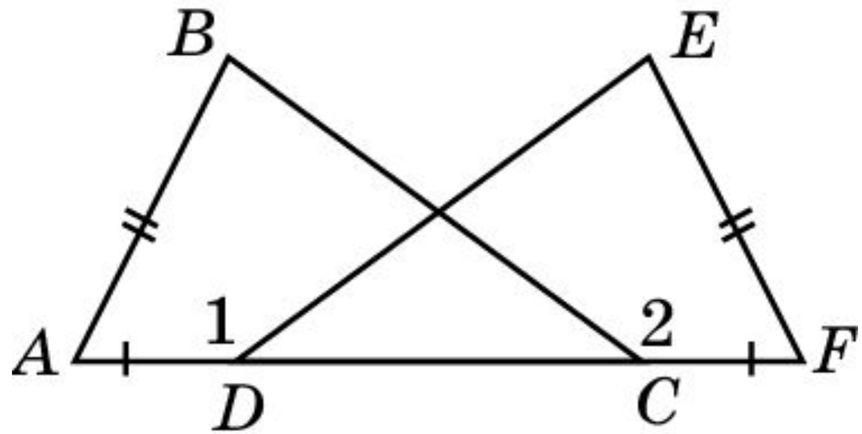
На рисунке $AB = AD$ и $DC = BC$. Докажите, что отрезок AC является биссектрисой угла BAD.



Доказательство: Треугольники ABC и ADC равны по третьему признаку. Следовательно, угол BAC равен углу DAC, т.е. AC – биссектриса угла BAD.

Упражнение 4

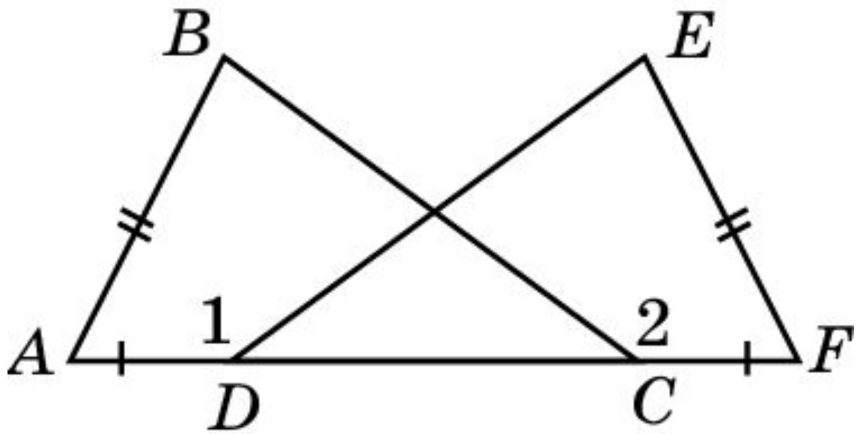
На рисунке $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.



Доказательство: Треугольники ABC и FED равны по третьему признаку. Следовательно, угол ACB равен углу FDE и, значит, $\angle 1 = \angle 2$.

Упражнение 4'

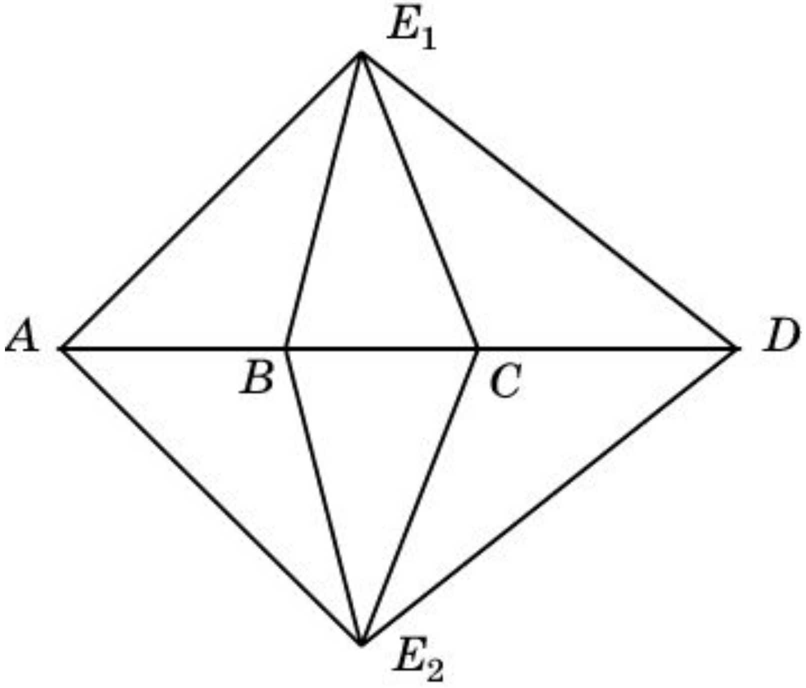
На рисунке $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$. $\angle 1 = 140^{\circ}$. Найдите $\angle 2$.



Решение: Треугольники ABC и FED равны по третьему признаку. Следовательно, $\angle 2 = \angle 1 = 140^{\circ}$.

Упражнение 5

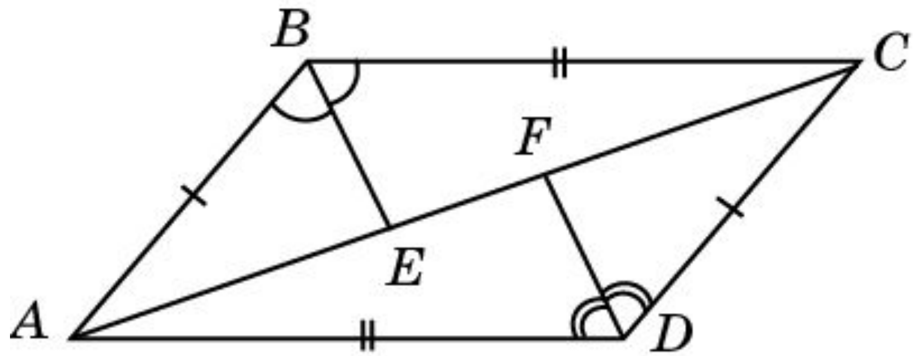
Точки A, B, C, D принадлежат одной прямой. Докажите, что если треугольники ABE_1 и ABE_2 равны, то треугольники CDE_1 и CDE_2 тоже равны.



Доказательство: Из равенства треугольников ABE_1 и ABE_2 следует равенство сторон BE_1, BE_2 и углов CBE_1, CBE_2. Отсюда (по первому признаку) вытекает равенство треугольников BCE_1 и BCE_2. Аналогичным образом, из равенства треугольников BCE_1 и BCE_2 вытекает равенство треугольников CDE_1 и CDE_2.

Упражнение 6

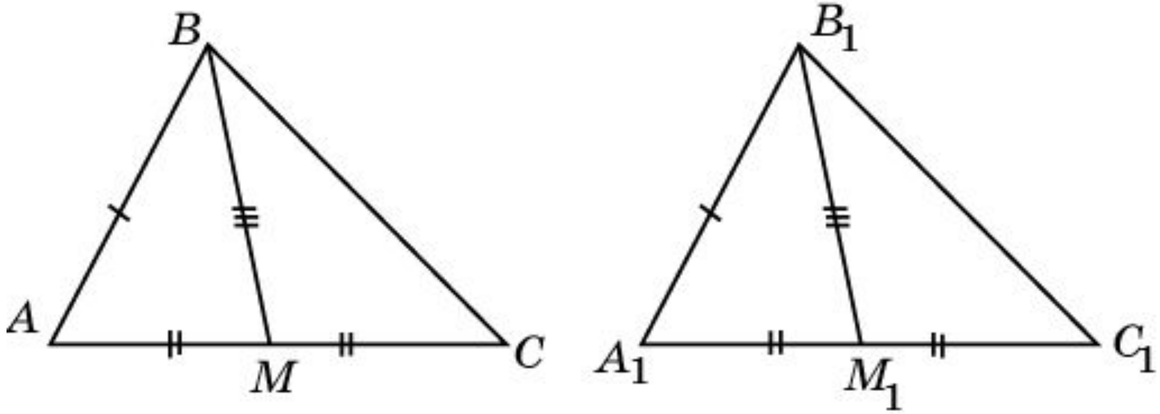
На рисунке $AB = CD$, $AD = BC$, BE - биссектриса угла ABC, а DF - биссектриса угла ADC. Докажите, что $\Delta ABE = \Delta CDF$.



Доказательство: Треугольники ABC и CDA равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $BC = DA$, AC – общая. Следовательно, равны углы BAC и ACD, ABC и CDA. Из равенства последних углов следует равенство углов ABE и CDF. Треугольники ABE и CDF будут равны по второму признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $\angle BAE = \angle DCF$, $\angle ABE = \angle CDF$).

Упражнение 7

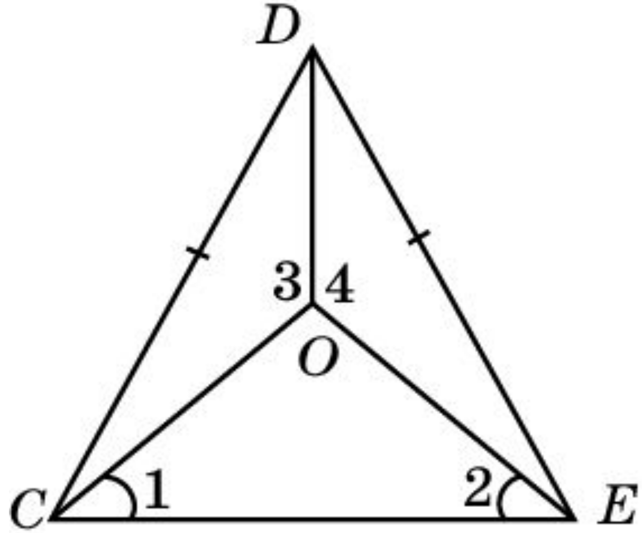
Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны, если у них равны медианы BM и B_1M_1, стороны AB и A_1B_1, AC и A_1C_1.



Доказательство: Треугольники ABM и $A_1B_1M_1$ равны по третьему признаку равенства треугольников. Следовательно, равны углы BAC и $B_1A_1C_1$. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ будут равны по первому признаку равенства треугольников.

Упражнение 8

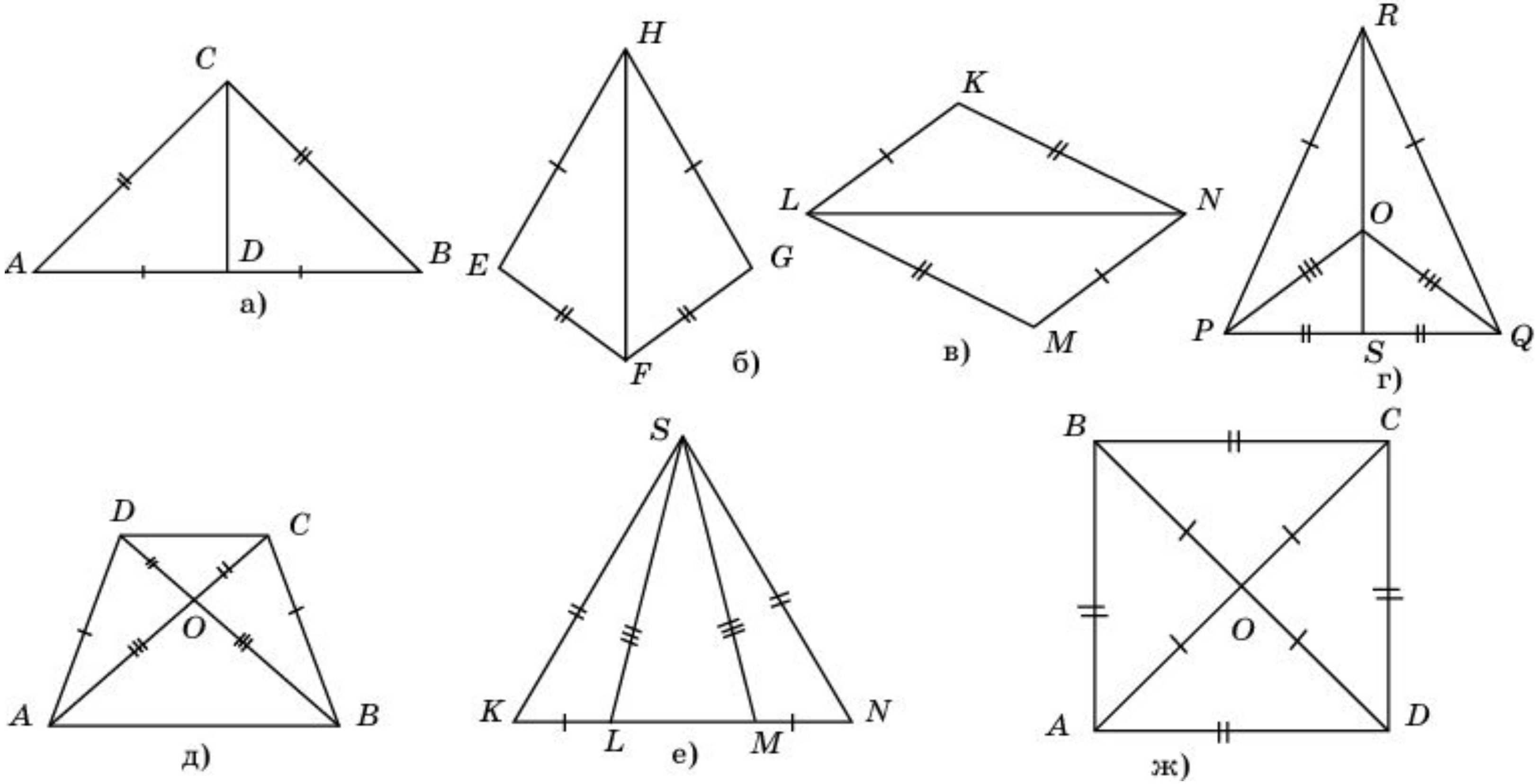
На рисунке $CD = ED$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\angle 3 = \angle 4$.



Доказательство: Треугольник OCE равнобедренный ($OC = OE$). Треугольники OCD и OED равны по третьему признаку равенства треугольников. Следовательно, равны углы 3 и 4.

Упражнение 9

На рисунках отмечены равные отрезки и равные углы. Укажите на них равные треугольники.



Ответ: а) *ADC* и *BDC*; б) *EFH* и *GFH*; в) *KLN* и *MNL*; г) *POR* и *QOR*, *POS* и *QOS*, *PRS* и *QRS*; д) *AOD* и *BOC*, *ABD* и *BAC*, *ACD* и *BDC*; е) *KLS* и *NMS*, *KMS* и *NLS*; ж) *AOB* и *BOC* и *COD* и *AOD*, *ABD* и *BCD* и *ADC* и *DAB*.