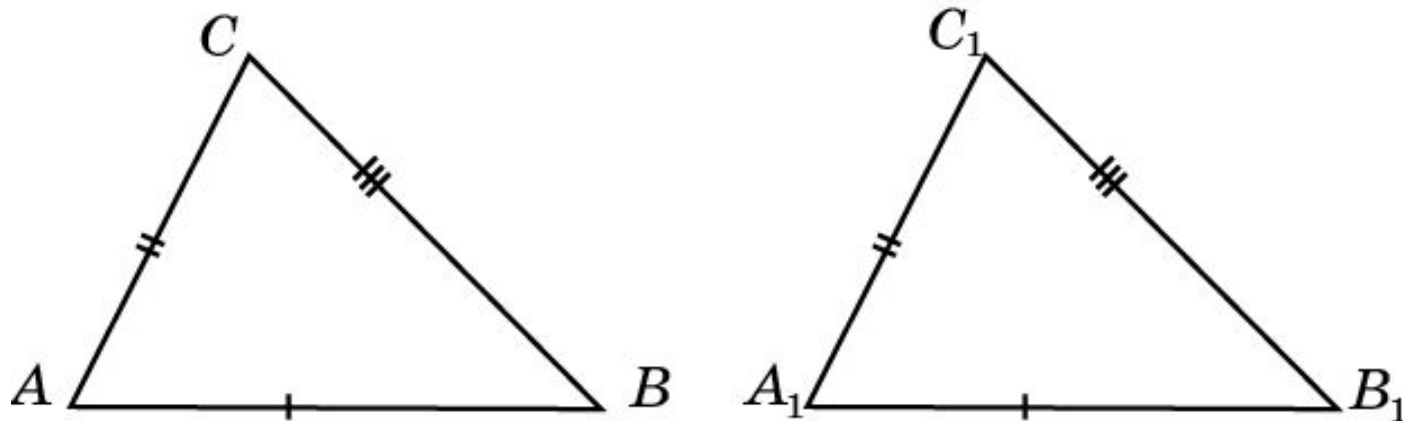


Третий признак равенства треугольников

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



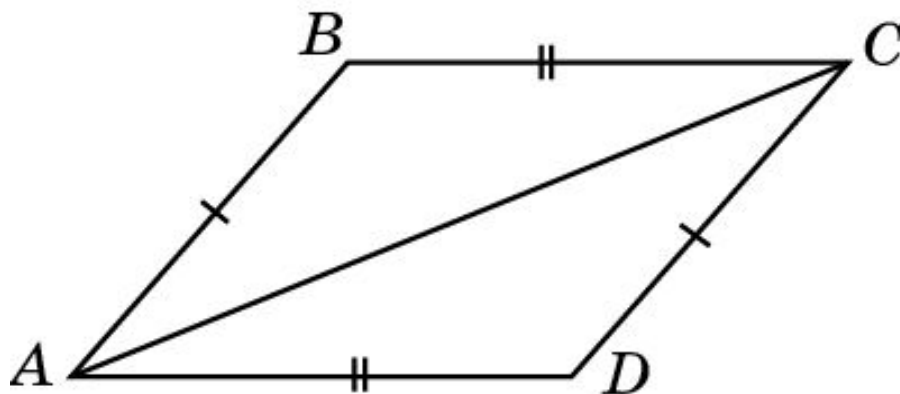
Упражнение 1

В треугольниках ABC и MNK справедливы неравенства $AB \neq MN$, $BC \neq NK$, $CA \neq KM$, а треугольники все же равны. Возможно ли это?

Ответ: Да.

Упражнение 2

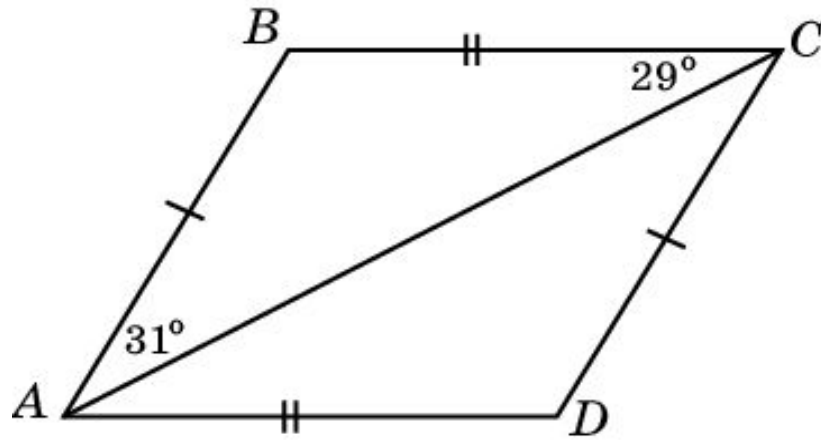
На рисунке $AB=DC$ и $BC=AD$. Докажите, что угол B равен углу D .



Доказательство: Проведем отрезок AC . Треугольники ABC и CAD равны по третьему признаку. Следовательно, угол B равен углу D .

Упражнение 2'

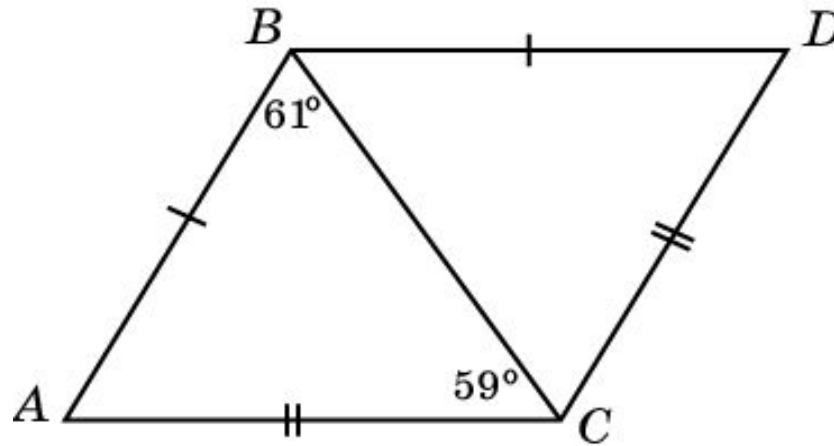
На рисунке $AB=DC$ и $BC=AD$. $\angle BAC = 31^\circ$, $\angle BCA = 29^\circ$. Найдите угол ACD .



Решение: Треугольники ABC и CAD равны по третьему признаку. Следовательно, $\angle ACD = \angle BAC = 31^\circ$.

Упражнение 2''

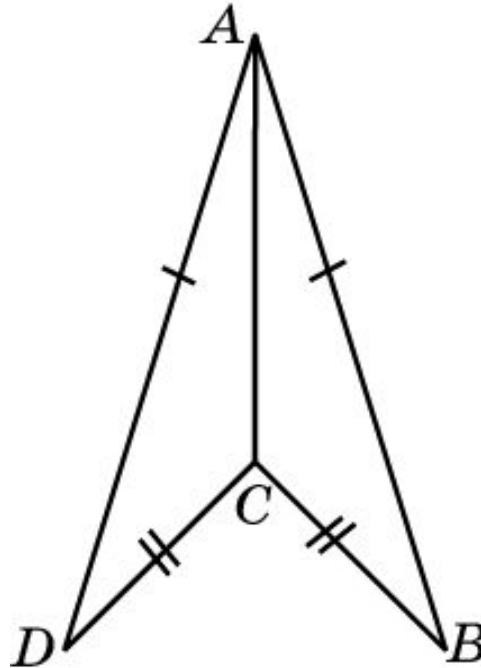
На рисунке $AB=BD$ и $AC=CD$. $\angle ABC = 61^\circ$, $\angle ACB = 59^\circ$. Найдите угол BCD .



Решение: Треугольники ABC и DBC равны по третьему признаку. Следовательно, $\angle BCD = \angle ACB = 59^\circ$.

Упражнение 3

На рисунке $AB = AD$ и $DC = BC$. Докажите, что отрезок AC является биссектрисой угла BAD .

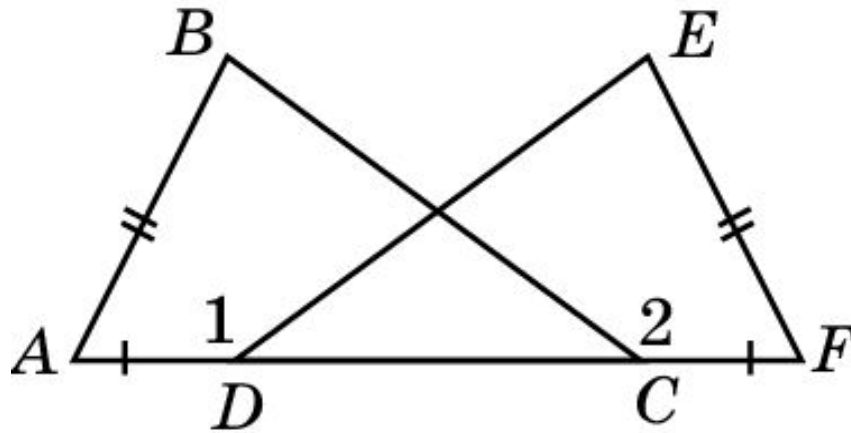


Доказательство: Треугольники ABC и ADC равны по третьему признаку. Следовательно, угол BAC равен углу DAC , т.е. AC – биссектриса угла BAD .

Упражнение 4

На рисунке $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$.

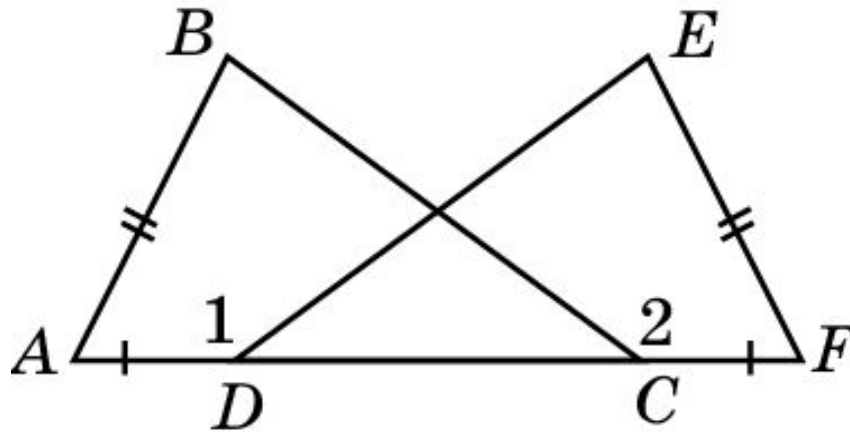
Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.



Доказательство: Треугольники ABC и FED равны по третьему признаку. Следовательно, угол ACB равен углу FDE и, значит, $\angle 1 = \angle 2$.

Упражнение 4'

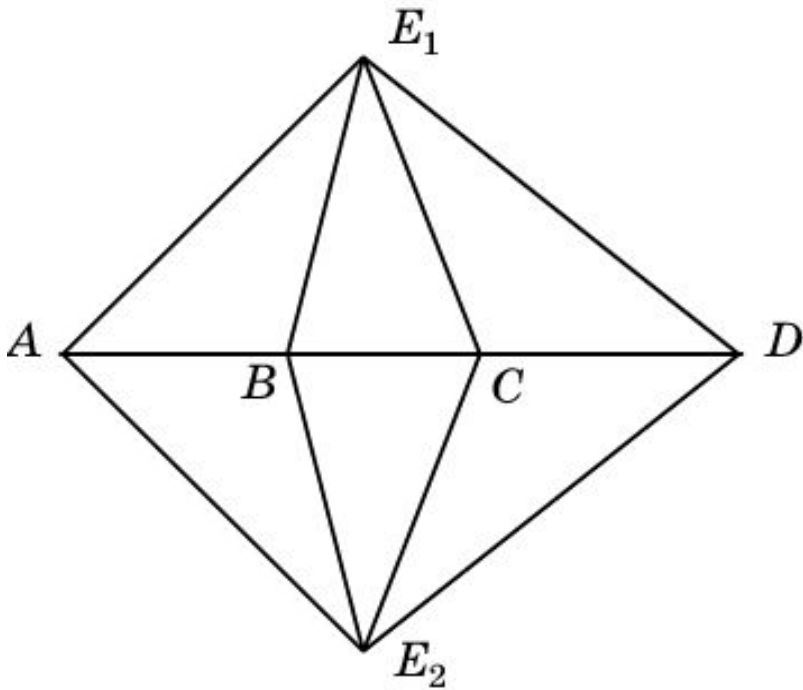
На рисунке $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$. $\angle 1 = 140^\circ$. Найдите $\angle 2$.



Решение: Треугольники ABC и FED равны по третьему признаку. Следовательно, $\angle 2 = \angle 1 = 140^\circ$.

Упражнение 5

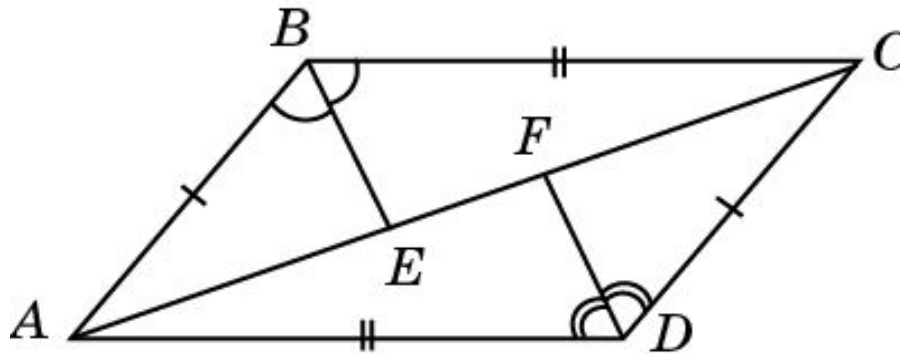
Точки A , B , C , D принадлежат одной прямой. Докажите, что если треугольники ABE_1 и ABE_2 равны, то треугольники CDE_1 и CDE_2 тоже равны.



Доказательство: Из равенства треугольников ABE_1 и ABE_2 следует равенство сторон BE_1 , BE_2 и углов CBE_1 , CBE_2 . Отсюда (по первому признаку) вытекает равенство треугольников BCE_1 и BCE_2 . Аналогичным образом, из равенства треугольников BCE_1 и BCE_2 вытекает равенство треугольников CDE_1 и CDE_2 .

Упражнение 6

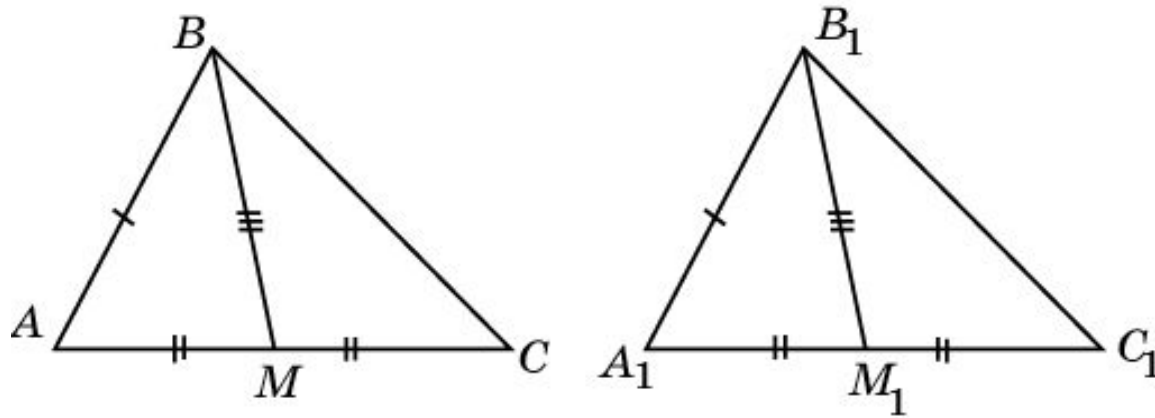
На рисунке $AB = CD$, $AD = BC$, BE - биссектриса угла ABC , а DF - биссектриса угла ADC . Докажите, что $\triangle ABE = \triangle CDF$.



Доказательство: Треугольники ABC и CDA равны по третьему признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $BC = DA$, AC – общая). Следовательно, равны углы BAC и ACD , ABC и CDA . Из равенства последних углов следует равенство углов ABE и CDF . Треугольники ABE и CDF будут равны по второму признаку равенства треугольников ($AB = CD$, $\angle BAE = \angle DCF$, $\angle ABE = \angle CDF$).

Упражнение 7

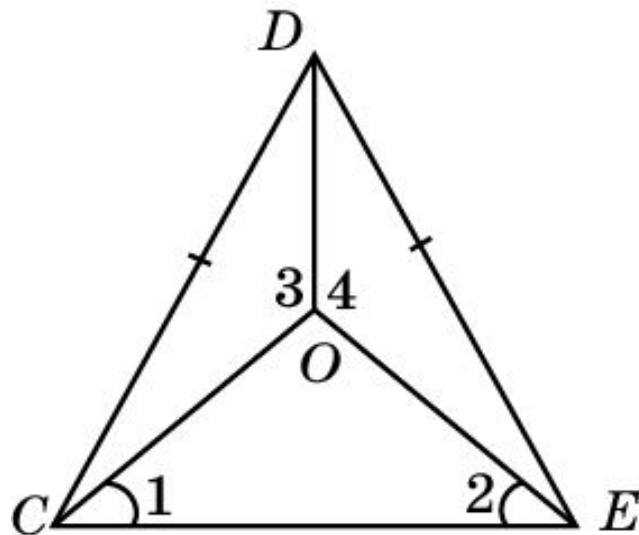
Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны, если у них равны медианы BM и B_1M_1 , стороны AB и A_1B_1 , AC и A_1C_1 .



Доказательство: Треугольники ABM и $A_1B_1M_1$ равны по третьему признаку равенства треугольников. Следовательно, равны углы BAC и $B_1A_1C_1$. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ будут равны по первому признаку равенства треугольников.

Упражнение 8

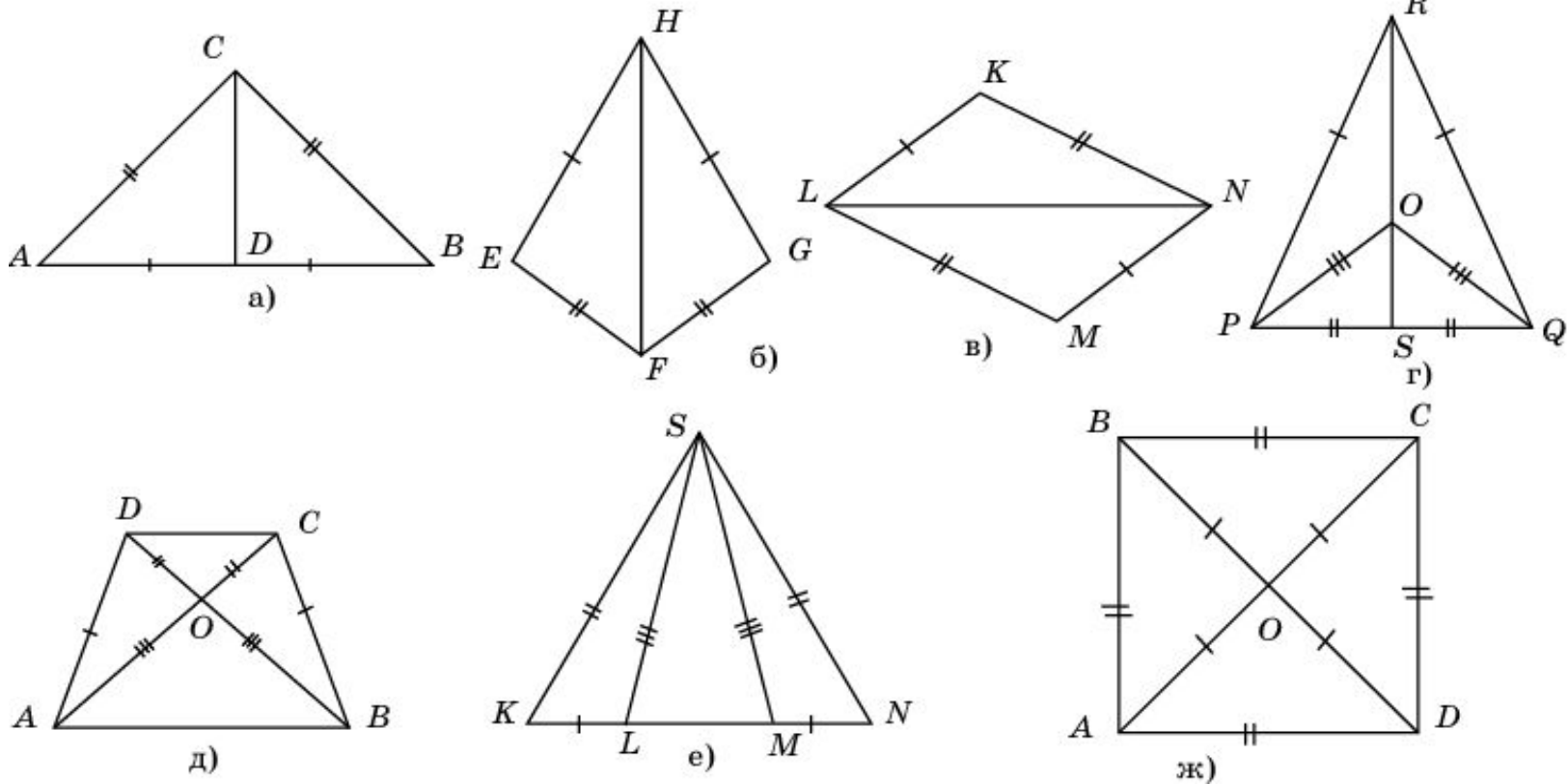
На рисунке $CD = ED$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $\angle 3 = \angle 4$.



Доказательство: Треугольник OCE равнобедренный ($OC = OE$). Треугольники OCD и OED равны по третьему признаку равенства треугольников. Следовательно, равны углы 3 и 4.

Упражнение 9

На рисунках отмечены равные отрезки и равные углы. Укажите на них равные треугольники.



Ответ: а) ADC и BDC ; б) EFH и GFH ; в) KLN и MNL ; г) POR и QOR , POS и QOS , PRS и QRS ; д) AOD и BOC , ABD и BAC , ACD и BDC ; е) KLS и NMS , KMS и NLS ; ж) AOB и BOC и COD и AOD , ABD и BCD и ADC и DAB .