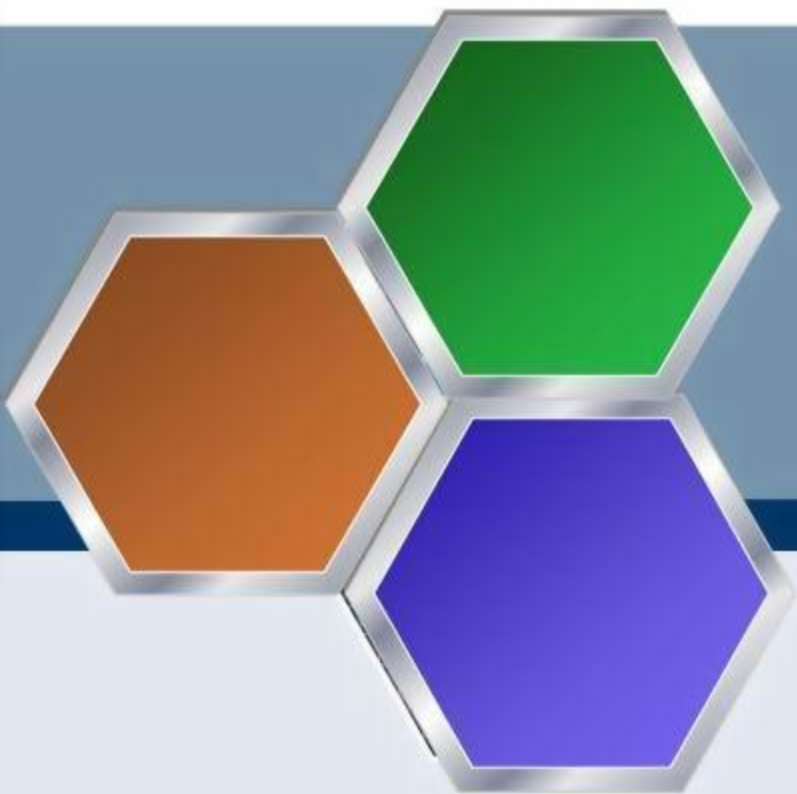


# Подготовка к ГИА по геометрии



*Треугольники*

\*

Кустова Маргарита Олеговна





## Задача 1

- Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную к гипотенузе, если биссектриса острого угла делит катет на отрезки, равные 2 и 4.





# Решение задачи 1

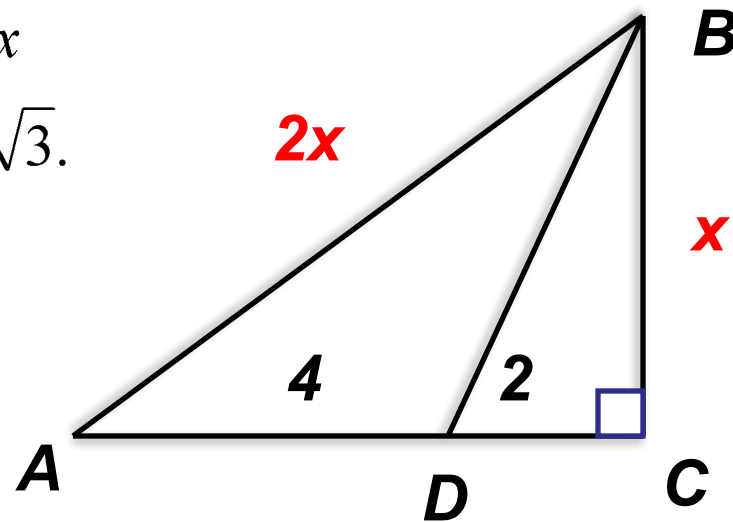
Дано:  $\triangle ABC$   
1) По свойству биссектрисы

$AD:DC = AB:BC = 2:1$ , тогда,  $BC = x$

$AD = 2x$ ,  $DC = x$ ,  $AC = 3x$ ,  $AB = 2x$ ,  $BC = x$ ,  
 $AD = 4$ ,  $DC = 2$ ,  $AC = 6$ ,  $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ .

Найти:  $CH$

$BC = 2\sqrt{3}$ ,  $AB = 4\sqrt{3}$ .



2) Найдем высоту  $CH$ , используя формулы:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h, \quad S = \frac{1}{2} a \cdot b.$$

$$S_{ABC} = 0,5 \cdot AC \cdot BC = 0,5 \cdot AB \cdot CH,$$

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}, \quad CH = \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 3$$





## Задача 2

- Найдите основание равнобедренного треугольника, если оно в 3 раза меньше боковой стороны, а медиана, проведенная к боковой стороне, равна  $3\sqrt{11}$





## Решение задачи 2

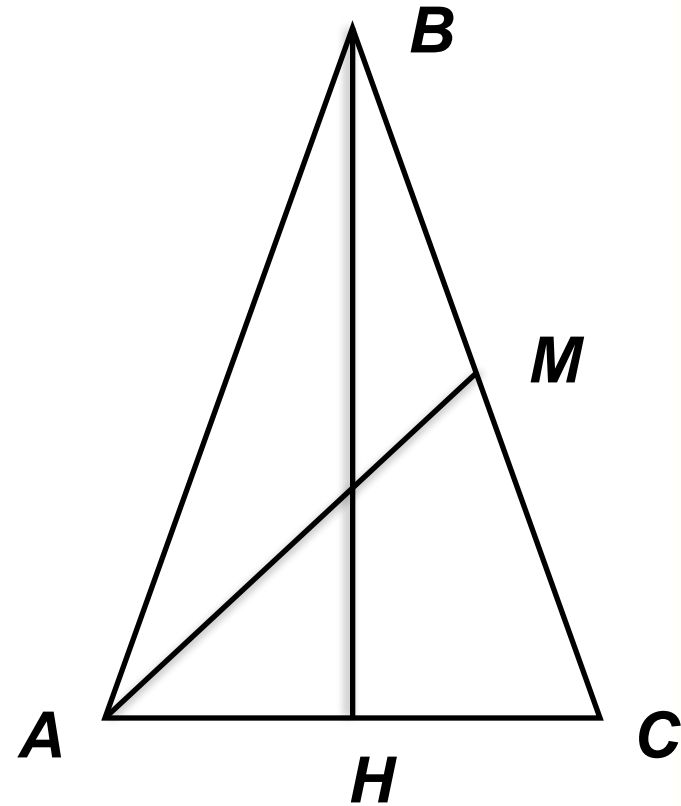
1) Пусть  $HC = x$ ,  
Дано:  $\triangle ABC$  – равнобедренный  
тогда  $AC = BC$ ,

$$AB = 6x, \quad BC = 6x, \quad BM = MC = 3x.$$

2)  $AM = 3\sqrt{11}$  – медиана.  
 $\triangle BCH$ :

Найти:  $AC$

$$\cos C = \frac{CH}{BC} = \frac{1}{6}.$$



3)  $\triangle AMC$ : по теореме косинусов  $AM^2 = 4x^2 + 9x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3x \cdot \frac{1}{6} = 11x^2$ .

$AM^2 = 99$ , тогда  $11x^2 = 99$ ,  $x^2 = 9$ ,  $x = 3$ .

$AC = 6$ .

Кустова Маргарита Олеговна





## Задача 3

- Площадь треугольника  $MPK$  равна 21. Известно, что сторона  $MP$  равна 7, медиана  $PA$  равна  $3\sqrt{2}$ , а в треугольнике  $AMP$  сторона  $AM$  - наименьшая. Найдите сторону  $MK$





# Решение задачи 3

решение:  
Дано:  $\triangle MPK$

1.  $S_{MPK} = 21 = 2S_{MPA}$ , т. к.

$MP = 7$

$MK = 2MA$ , а высота  
 $PA = 3\sqrt{2}$

одному также

$AM$  – наименьшая.

2. Анализ:  $S_{MPK} = 10,5$   
Найти:  $MK$

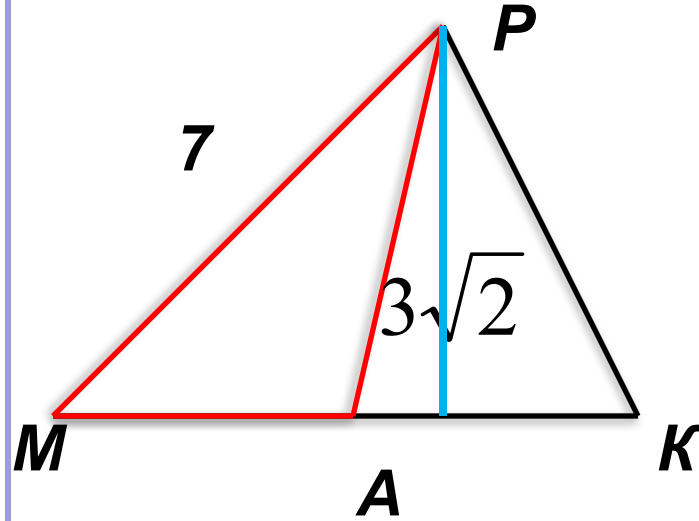
1.  $MK = 2AM$

3.  $S_{MPA} = \frac{1}{2} MP \cdot PA \cdot \sin \alpha, \Rightarrow$

2. Из  $\triangle MAP$  можно найти

$\sin M = \frac{10,5 \cdot 2}{7 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle M = 45^\circ$   
по теореме косинусов.

3. Угол можно поискать зная площадь



4.  $\triangle MAP$ : по теореме косинусов

$$AM^2 + 49 + 18 - 2 \cdot 7 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 25$$

$$AM = 5, MK = 10$$





## Задача 4

- В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  биссектриса  $AD$  делит катет  $BC$  на отрезки  $BD=15$  и  $DC = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ABD$ .







## Решение задачи 4

1) По биссектрисы  
Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$

$$AB = 15, \quad BD = 5$$

$AD$  — биссектриса

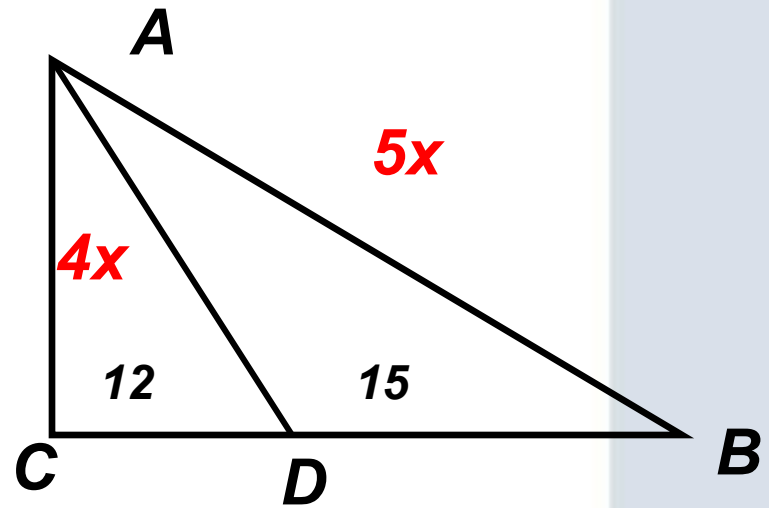
$$BD = 5, \quad DC = 12, \quad AC = 4x$$

$$BC = \sqrt{25x^2 + 16x^2} = 5x$$

$$3x = 27, \quad x = 9, \quad AC = 36$$

2)  $S_{ABD} : S_{ACD} = BD : DC = 5 : 4$  (т. к. общая высота  $AC$ )

$$S_{ABD} = \frac{5}{9} S_{ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 36 = 270$$



\*





## Задача 5

- Найдите площадь остроугольного треугольника  $ABC$ , если известно, что угол  $BAC$  равен  $45^\circ$ ,  $AB=4\sqrt{2}$ , а медиана  $AM = \sqrt{29}$ .



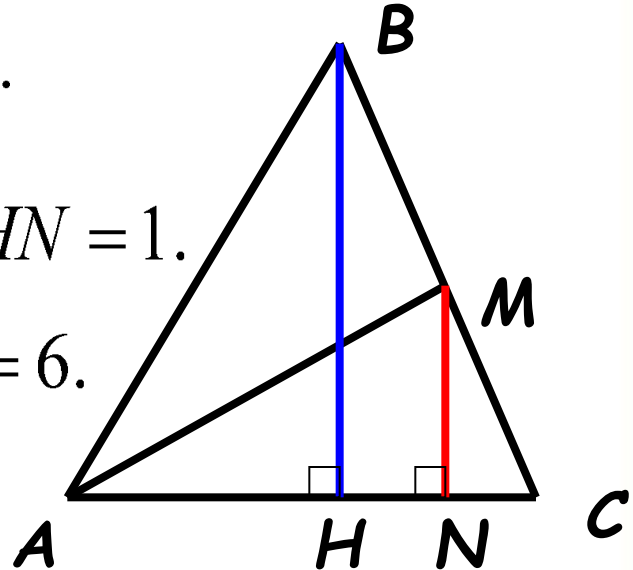


# Решение задачи 5

1) Докажите, что  $BH \perp AC$ .

4)  $\triangle AMN : AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = 5$

2)  $\triangle ABH, \angle H = 90^\circ$   
 $\triangle BAC, \angle C = 45^\circ$   
 $HN = AN - AH$  и  $HN = 1$ .  
 $BH = AB \cdot \sin 45^\circ, BH = 4$   
 $AC = AN + NC$  и  $HN = NC, AC = 6$ .  
 $AB = 4(\sqrt{2} + 6)$ .



3) Проведите  $MN, MN \parallel BH$   
 $AM = \sqrt{29}$  — медиана

3) По теореме Фалеса  $HN = NC$ .

5) Средняя линия  $MN$   $\triangle BCBH, S_{ABC} = 12$

$MN = \frac{1}{2} BH = 2$  и  $MN \perp AC$ .

