Подготовка к ГИА по геометрии

Треугольники

*

Кустова Маргарита Олеговна

Задача 1

- Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную к гипотенузе, если биссектриса острого угла делит катет на отрезки, равные 2 и 4.

Кустова Маргарита Олеговна

Решение задачи 1

Дано: ΔABC, $\angle C = 90^0$, $AD = 4$, $DC = 2$

Найти: CH

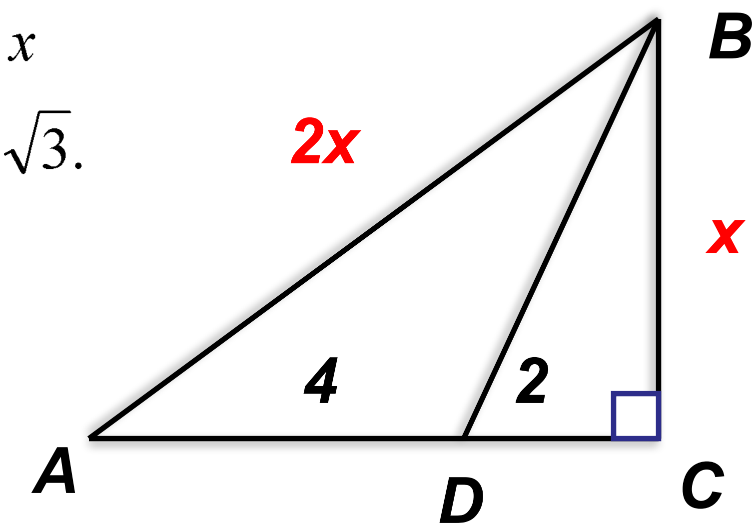
1) По свойству биссектрисы

$AB : BC = 2 : 1$, тогда, $BC = x$

$AB = 2x$, $AC = \sqrt{4x^2 - x^2} = x\sqrt{3}$.

$AC = 6$, $x\sqrt{3} = 6$, $x = 2\sqrt{3}$.

$BC = 2\sqrt{3}$, $AB = 4\sqrt{3}$.



2) Найдем высоту CH, используя формулы:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h, \quad S = \frac{1}{2} a \cdot b.$$

$$S_{ABC} = 0{,}5 \cdot AC \cdot DC = 0{,}5 \cdot AB \cdot CH,$$

$$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}, \quad CH = \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 3$$

Задача 2

- Найдите основание равнобедренного треугольника, если оно в 3 раза меньше боковой стороны, а медиана, проведенная к боковой стороне, равна $3\sqrt{11}$

Кустова Маргарита Олеговна

Решение задачи 2

$Дано: \Delta ABC - равнобедренный$

$AC - основание,$

$AB = 3 : AC$

$AM = 3\sqrt{11} - медиана.$

$Найти: AC$

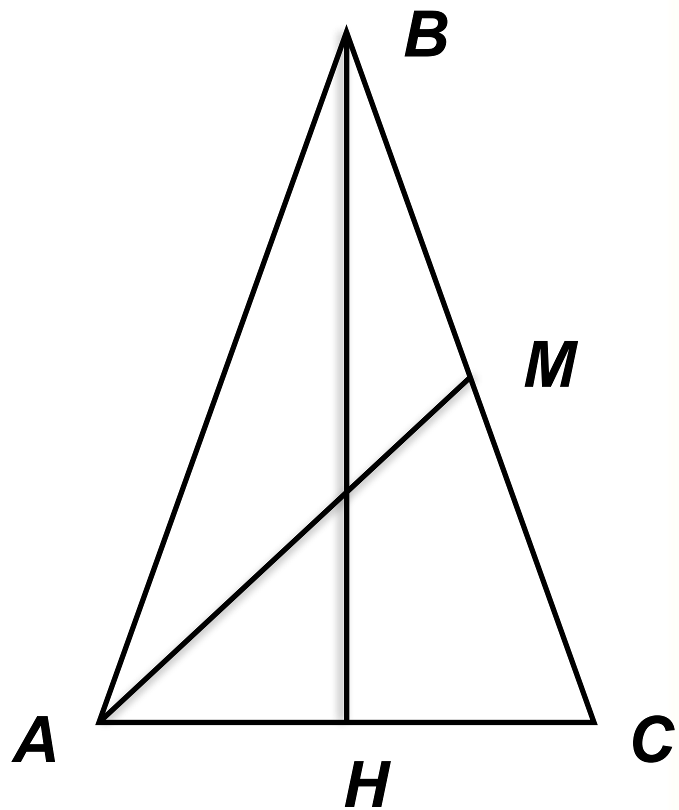
$1)\ Пусть\ HC = x,$

$тогда\ AC = 2x,$

$BC = 6x,\ \ BM = MC = 3x.$

$2)\Delta BCH:$

$$\cos C = \frac{CH}{BC} = \frac{1}{6}.$$



$3)\Delta AMC:\ по\ теореме\ косинусов\ AM^2 = 4x^2 + 9x^2 - 2\cdot 2x\cdot 3x\cdot\frac{1}{6} = 11x^2.$

$AM^2 = 99,\ тогда\ 11x^2 = 99,\ x^2 = 9,\ x = 3.$

$AC = 6.$

Задача 3

- Площадь треугольника MPK равна 21. Известно, что сторона MP равна 7,медиана PA равна $3\sqrt{2}$, а в треугольнике AMP сторона AM – наименьшая. Найдите сторону MK

Решение задачи 3

Дано: ΔMPK

$S_{MPK} = 21$

$MP = 7$

$PA = 3\sqrt{2}$

AM – наименьшая.

Найти: MK

Анализ:

1. $MK = 2AM$

2. $S_{MAP} = \frac{1}{2} S_{MPK} = 10,5$

3. $S_{MPA} = \frac{1}{2} MP \cdot PA \cdot \sin\alpha, \Rightarrow$

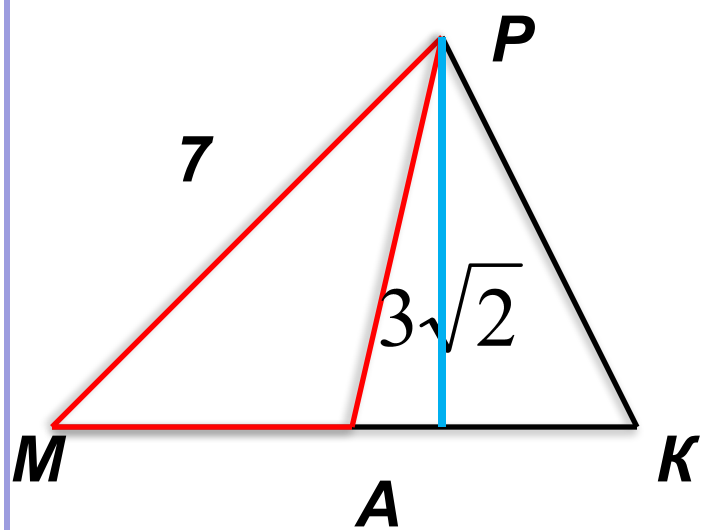
$\sin\alpha = \frac{10,5 \cdot 2}{7 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0$

решение:

1. $S_{MPK} = 2S_{MPA}$, т. к. $MK = 2MA$, а высота одна и та же

2. Из ΔMAP можно найти AM по теореме косинусов.

3: Угол можно поискать зная площадь



4. ΔMAP: по теореме косинусов

$AM^2\ 49 + 18 - 2 \cdot 7 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 25$

$AM = 5,\ MK = 10$

Задача 4

- В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C биссектриса AD делит катет BC на отрезки BD=15 и DC = 12. Найдите площадь треугольника ABD.

Кустова Маргарита Олеговна

Решение задачи 4

$$Дано: \Delta ABC, \angle C = 90^0$$

$$AD - биссектриса$$

$$BD = 15, \ DC = 12$$

$$Найти: S_{ABD}$$

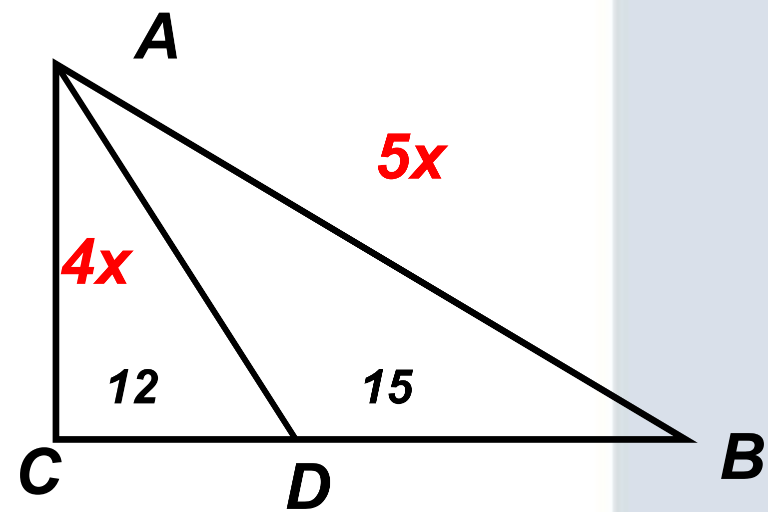
1) По биссектрисы

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$тогда \ AB = 5x, \ AC = 4x$$

$$BC = \sqrt{25x^2 - 16x^2} = 3x$$

$$3x = 27, \ \ x = 9, \ \ AC = 36$$



2) $S_{ABD} : S_{ACD} = BD : DC = 5:4$ (т. к. общая высота AC)

$$S_{ABD} = \frac{5}{9} S_{ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 36 = 270$$

Кустова Маргарита Олеговна

Задача 5

- Найдите площадь остроугольного треугольника ABC, если известно, что угол BAC равен 45°, $AB=4\sqrt{2}$, а медиана $AM = \sqrt{29}$.

Решение задачи 5

Дано: ΔABC

$\angle BAC = 45^0$

$AB = 4\sqrt{2}$

$AM = \sqrt{29}$ – медиана

1) Проведем высоту BH, $H \in AC$.

2) ΔABH, $\angle H = 90^0$:

$BH = AB \cdot \sin 45^0$, $BH = 4$

$AH = 4\ (\Delta\ р/б)$.

3) Проведем MN, $MN \parallel BH$

3) По теореме Фалеса $HN = NC$.

MN – средняя линия ΔBCH

$MN = \dfrac{1}{2} BH = 2$ и $MN \perp AC$.

4) ΔAMN : $AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = 5$

$AN > AH$, то $HN = AN - AH$ и $HN = 1$.

$AC = AH + NC$ и $HN = NC$, $AC = 6$.

5) $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot BH$, $S_{ABC} = 12$