



# Тригонометрические формулы

## Обобщающий урок

Автор - составитель: Певцова О.В.  
учитель математики высшей  
квалификационной категории  
МОУ «Лицей №31»  
городского округа Саранск  
Республики Мордовия

# Цель урока

- **Повторить и систематизировать изученный материал**
- **Подготовиться к контрольной работе**

# Задачи урока

- Повторить определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа  $\alpha$ ;
- Повторить формулы приведения, формулы двойного угла, формулы сложения;
- Повторить основное тригонометрическое тождество и формулы, выражающие связь между тангенсом и косинусом, между котангенсом и синусом.
- Научить применять полученные знания при решении задач.

# Ход урока

- 1. Блиц-опрос**
- 2. Закрепление знаний и умений**
- 3. Самостоятельная работа (тест)**
- 4. Проверка самостоятельной работы**
- 5. Это интересно**
- 6. Итог урока**
- 7. Домашнее задание**



# Блиц-опрос

- Синусом угла  $\alpha$  называется \_\_\_\_\_ точки, полученной поворотом точки \_\_\_\_\_ вокруг начала координат на угол  $\alpha$
- $\operatorname{tg} \alpha =$
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$
- $\sin(-\alpha) =$
- $\operatorname{tg}(-\alpha) =$
- $\cos(\alpha + \beta) =$
- $\sin(\alpha - \beta) =$
- $\sin 2\alpha =$
- $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) =$
- $\sin(\pi - \alpha) =$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$
- Косинусом угла  $\alpha$  называется \_\_\_\_\_ точки, полученной поворотом точки \_\_\_\_\_ вокруг начала координат на угол  $\alpha$
- $\operatorname{ctg} \alpha =$
- $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha =$
- $\cos(-\alpha) =$
- $\operatorname{ctg}(-\alpha) =$
- $\cos(\alpha - \beta) =$
- $\sin(\alpha + \beta) =$
- $\cos 2\alpha =$
- $\operatorname{tg} 2\alpha =$
- $\cos(\pi - \alpha) =$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$



# Блиц-опрос

- Синусом угла  $\alpha$  называется **ордината** точки, полученной поворотом точки  $(1;0)$  вокруг начала координат на угол  $\alpha$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
- $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$
- $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$
- $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$
- Косинусом угла  $\alpha$  называется **абсцисса** точки, полученной поворотом точки  $(1;0)$  вокруг начала координат на угол  $\alpha$
- $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
- $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
- $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
- $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
- $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$

# Оценка

- «5» - 12
- «4» - 10 – 11
- «3» - 7 – 9
- «2» - 0 – 6

# Закрепление знаний и умений

№546

1) дано:  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

найти:  $\cos \alpha$

ОТВЕТ:  $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{2}{3}}$

3) дано:  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}; 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

найти:  $\sin \alpha$

ОТВЕТ:  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$



## Упростить выражение

1.  $2 \sin(-\alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 2 \cos(-\alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

**Ответ: -2**

2.  $(1 - \operatorname{tg}(-\alpha)) \cdot (1 - \operatorname{tg}(\pi + \alpha)) \cdot \cos^2 \alpha$

**Ответ:  $\cos 2\alpha$**

**№555**

1) Доказать: 
$$\frac{2 \sin \alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

**№557**

**Упростить выражение**

$$\left( \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} \right) * \frac{1 - \cos 4\alpha}{\cos(\pi - \beta + \alpha)}$$

**ОТВЕТ:**  $4 \sin 2\alpha$

**№ 564**

1) Доказать:

$$\sin^2(\alpha + \beta) = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)$$

## вариант 1

1) Найдите значение

$$3 \sin^2 120^\circ - 4 \cos 180^\circ + 3 \operatorname{tg} 135^\circ$$

а) -2,5; б) 5,5; в) -4,75; г) 3,25.

2) Дано:  $\sin \alpha = \frac{3}{5}; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найдите значение:  $\cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha$

а)  $-\frac{31}{20}$ ; б)  $-\frac{1}{20}$ ; в)  $\frac{1}{20}$ ; г)  $\frac{31}{20}$ .

3) Упростите выражение:

$$\frac{1 - (1 - \sin \alpha) \cdot (1 + \sin \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha}$$

а)  $-\cos \alpha$ ; б)  $\sin^2 \alpha$ ; в)  $\cos \alpha$ ; г)  $\sin \alpha$

4) Упростите выражение:

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

а)  $2 \cos \alpha \cdot \cos \beta$ ; б)  $2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$

в)  $\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta$ ; г)  $-2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$

## вариант 2

1) Найдите значение

$$2 \cos^2 150^\circ - 3 \sin(-90^\circ) - 5 \operatorname{ctg} 135^\circ$$

а) -3,5; б) 9,5; в) -0,5; г) 6,5.

2) Дано:  $\cos \alpha = \frac{4}{5}; \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Найдите значение:  $\sin \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$

а)  $-\frac{11}{15}$ ; б)  $1\frac{14}{15}$ ; в)  $\frac{11}{15}$ ; г)  $-1\frac{14}{15}$

3) Упростите выражение:

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha}{1 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2}$$

а)  $-2 \cos \alpha$ ; б)  $\frac{1}{2 \cos \alpha}$ ; в)  $2 \sin \alpha$ ; г)  $\frac{1}{2 \sin \alpha}$

4) Упростите выражение:

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

а)  $2 \cos \alpha \cdot \sin \beta$ ; б)  $2 \cos \beta$ ;  
в)  $\sin 2\alpha$ ; г)  $2 \sin \alpha \cdot \cos \beta$

# Проверка

## 1 вариант

1. г)
2. б)
3. г)
4. б)

## 2 вариант

1. б)
2. в)
3. г)
4. а)





*Это интересно*

*Тригонометрия в ладони*

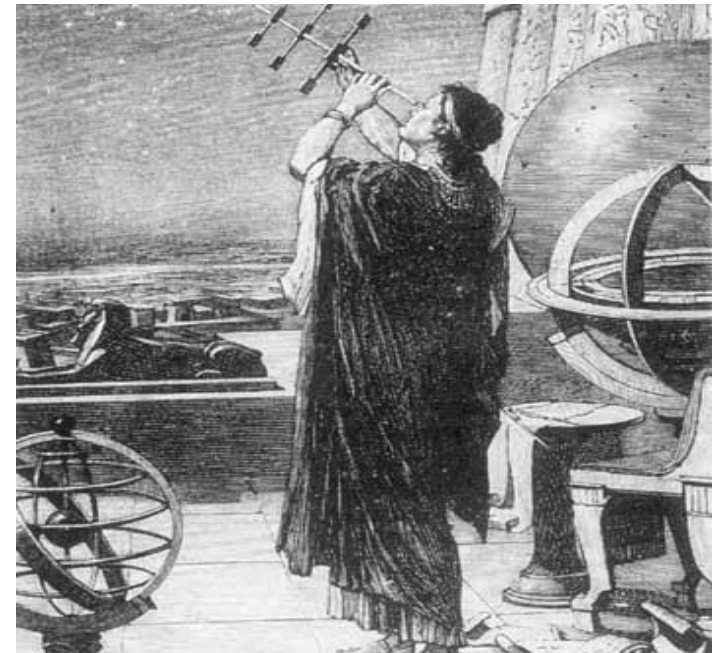
Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности. Само название «**тригонометрия**» греческого происхождения, обозначающее «**измерение треугольников**».

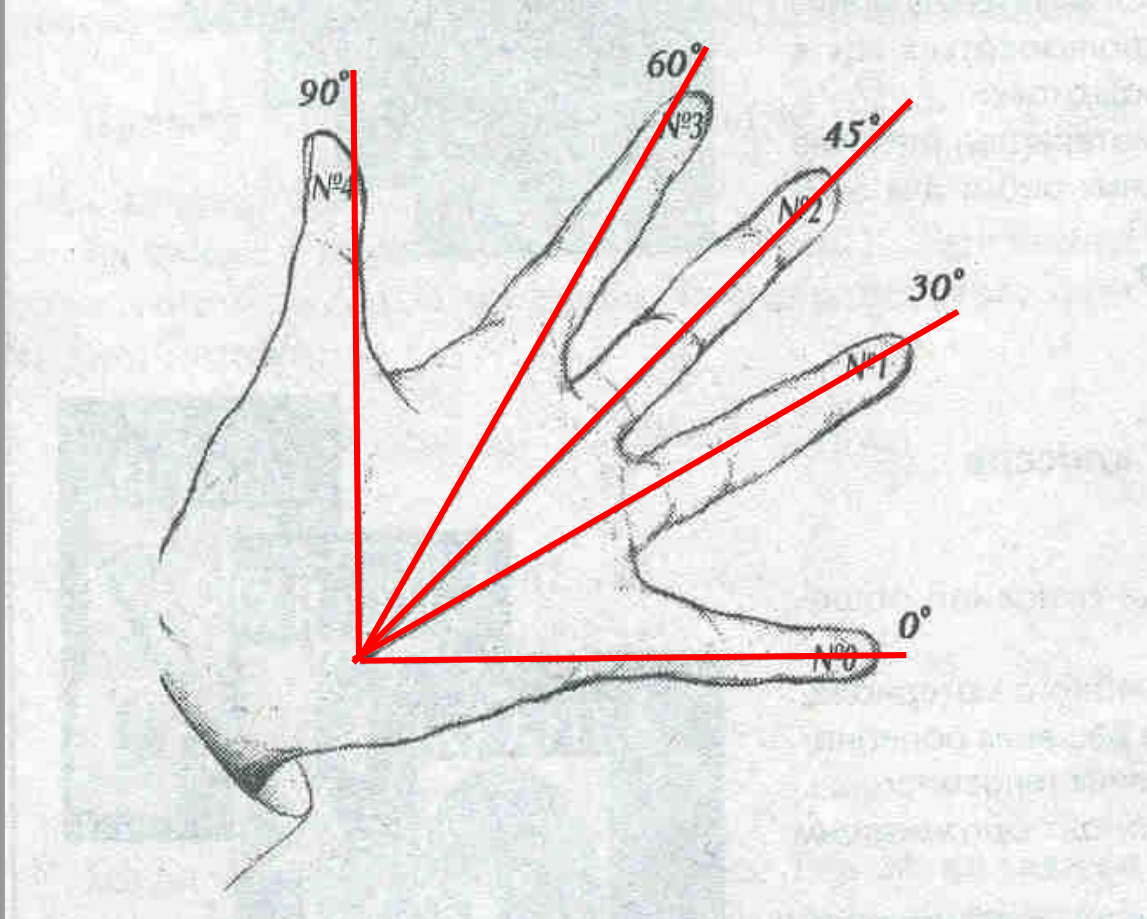


Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во 2 веке до нашей эры.

**Гиппарх (Hipparchos)** (около 180—190 до н. э., Никея, — 125 до н. э., Родос), древнегреческий учёный.

Гиппарх является автором первых тригонометрических таблиц и одним из основоположников астрономии.





№0 Мизинец	0°
№1 Безымянный	30°
№2 Средний	45°
№3 Указательный	60°
№4 Большой	90°

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$$

# Значение синуса

№ пальца	Угол $\alpha$	
0	0	$\sin 0^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
1	30	$\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
2	45	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	90	$\sin 90^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$



# Значение косинуса

№ пальца	Угол $\alpha$	
4	0	$\cos 0^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
3	30	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2	45	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
1	60	$\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
0	90	$\cos 90^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

# Домашнее задание

- **Проверь себя**

**стр. 166**

*Спасибо, урок  
окончен!!!*

