

# Центральная симметрия

Математик любит  
прежде всего  
симметрию.  
Джеймс Максвелл

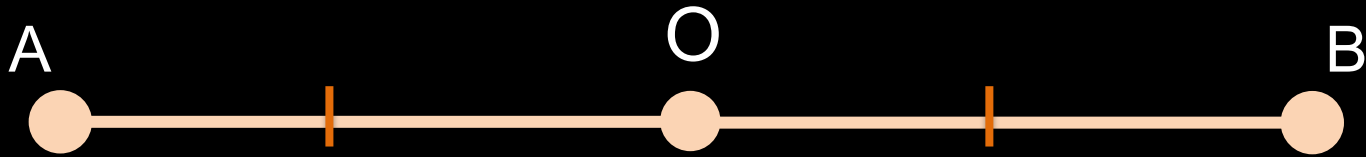


# Центральная симметрия.

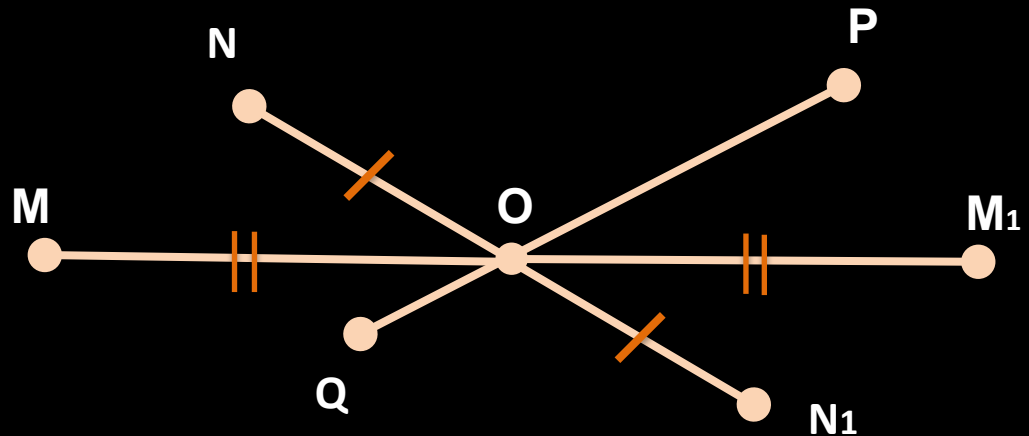
Центральная симметрия – это отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку, относительно центра  $O$ .

Точка  $O$  называется *центром симметрии фигуры*.

Две точки  $A$  и  $B$  называются симметричными относительно точки  $O$ , если  $O$  – середина отрезка  $AB$ . Точка  $O$  считается симметричной самой себе.



На рисунке точки  $M$  и  $M_1$ ,  $N$  и  $N_1$  симметричны относительно точки  $O$ , а точки  $P$  и  $Q$  не симметричны относительно этой точки.



# Теорема. Центральная симметрия – движение.

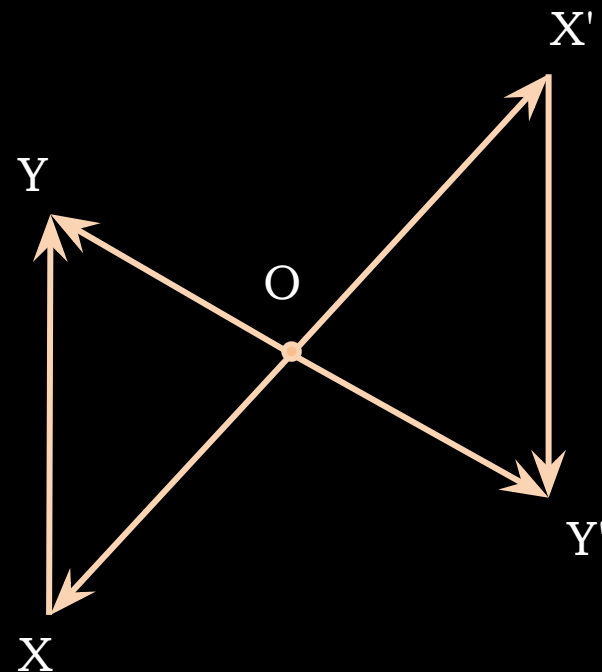
## Доказательство:

Пусть при центральной симметрии с центром в точке  $O$  точки  $X$  и  $Y$  отобразились на  $X'$  и  $Y'$ . Тогда, как ясно из определения центральной симметрии,  $OX' = -OX$ ,  $OY' = -OY$ .

Вместе с тем  $X'Y' = OY' - OX$ ,  $X'Y' = OY' - OX$

Поэтому имеем:  $X'Y' = -OY + OX = -XY$

Отсюда выходит, что центральная симметрия является движением, изменяющим направление на противоположное и наоборот, движение, изменяющее направление на противоположное, есть центральная симметрия.



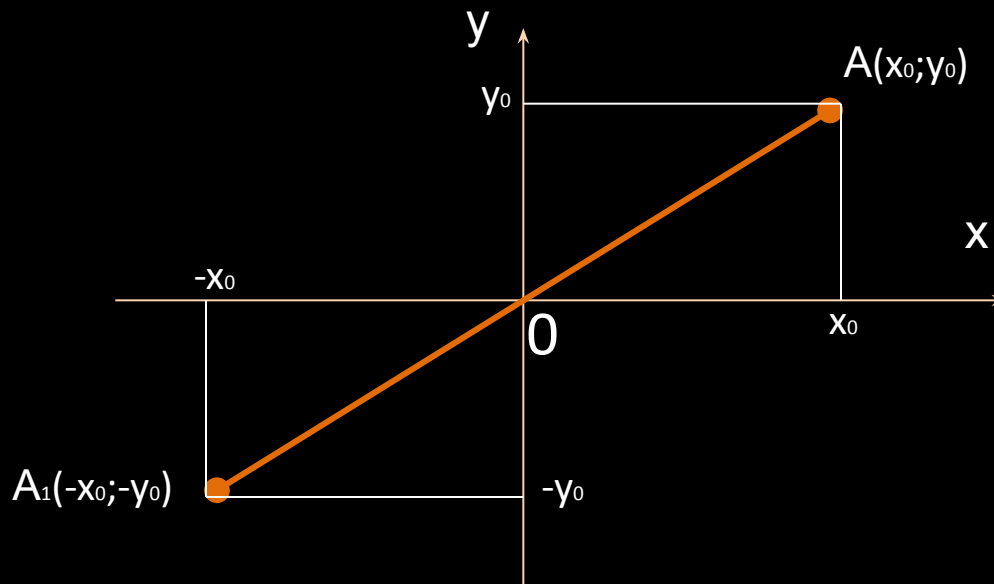
Свойство центральной симметрии: центральная симметрия переводит прямую (плоскость) в себя или в параллельную ей прямую (плоскость).

# Центральная симметрия в прямоугольной системе координат.

Если в прямоугольной системе координат точка  $A$  имеет координаты  $(x_0; y_0)$ , то координаты  $(-x_0; -y_0)$  точки  $A_1$ , симметричной точке  $A$  относительно начала координат, выражаются формулами:

$$x_1 = -x_0$$

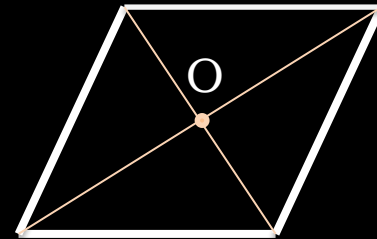
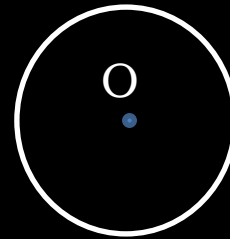
$$y_1 = -y_0$$



# Примеры из жизни.

- Простейшими фигурами, обладающими центральной симметрией, является *окружность* и *параллелограмм*.

Центром симметрии окружности является центр окружности, а центром симметрии параллелограмма точка пересечения его диагоналей.



- Центральная симметрия встречается в форме воздушного и подводного транспорта (воздушный шар, парашют), архитектуре, технике, искусстве и быту.

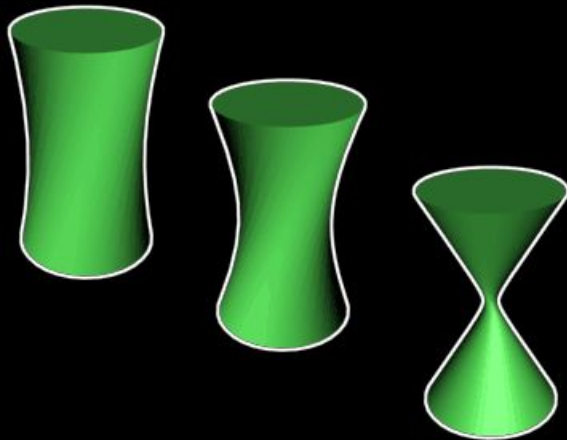


- Центральная симметрия наиболее характерна для плодов растений и некоторых цветов (голубика, черника, вишня, цветок мать-и-мачехи, цветок кувшинки), а также для животных, ведущих подводный образ жизни (амёба).



# Примеры из жизни.

- Одним из самых красивых примеров центральной симметрии является снежинка.
- Центральную симметрию имеют многие геометрические тела. К ним следует отнести все правильные многогранники (за исключением тетраэдра), все правильные призмы с четным числом боковых граней, некоторые тела вращения (эллипсоид, цилиндр, гиперболоид, тор, шар).



Три различных гиперболоида

Октаэдр



Додекаэдр



Куб



Икосаэдр

# Примеры решения задач.

Дано: ABCD - параллелограмм, треугольники АВМ, ВСК, СРD, ДАН - правильные

Доказать: КРНМ - параллелограмм

Решение:

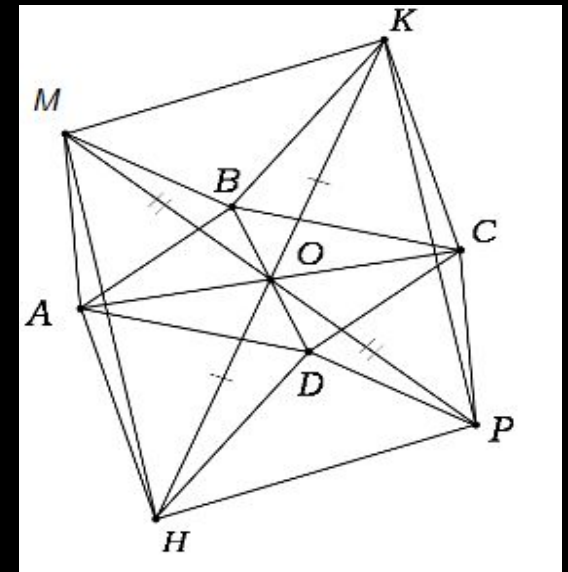
Рассмотрим центральную симметрию (поворот на 180 градусов) относительно точки О. Пусть  $f$  - центральная симметрия.

$f(B) = D$ ,  $f(A) = C$ ,  $f(D) = B$ ,  $f(C) = A$ .

При центральной симметрии  $f$  треугольник ВСК (правильный) перейдет в равный ему треугольник ДАН (правильный), по свойствам осевой симметрии (углы сохраняются).

Аналогично треугольник АМВ переходит в треугольник СРD.

$f(M) = P$ ,  $f(K) = H$ , отсюда  $KO = OH$ ,  $MO = OP$ , по признаку параллелограмма, КРНМ – параллелограмм.



Дано: угол  $ABC$ , точка  $D$

Построить отрезок с концами на сторонах данного угла, середина которого находилась бы в точке  $D$

Решение:

Построим точку  $B'$  симметричную точке  $B$ . Пусть  $D$  - центр симметрии,  $BD = DB'$ .

Проведём прямую  $A'B'$ , параллельную прямой  $BC$  и прямую  $B'C'$ , параллельную прямой  $AB$ . Прямые  $A'B'$  и  $B'C'$  симметричны прямым  $BC$  и  $AB$  соответственно относительно точки  $D$ .

Значит, точка  $A'$  симметрична точке  $C'$  относительно точки  $D$ . Отсюда следует, что  $A'D = DC'$ .

